FUNDAMENTAL PARTICLES

K. Nishijima
University of Illinois

Second printing with corrections, May 30, 1964

W. A. BENJAMIN, INC.

New York *Amsterdam*

1964

К. НИШИДЖИМА

ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ЧАСТИЦЫ

Перевод с английского
Б. А. ЛЫСОВА

Под редакцией
А. А. СОКОЛОВА

Издательство „Мир“
1965

УДК 539.12

Проблема элементарных частиц относится к числу наиболее актуальных в современной физике. Эта область физики развивается в настоящее время особенно интенсивно; именно здесь делаются все новые и новые открытия.

Настоящая книга написана известным физиком-теоретиком К. Нишиджимой на основе лекционного курса для студентов Иллинойсского университета (США).

В этой книге систематически изложены современные методы теоретического описания свойств элементарных частиц в форме достаточно простой, чтобы не только уяснить физические принципы и освоить математический аппарат, но и научиться применять его.

Новейшие достижения, связанные с использованием и развитием идей унитарной симметрии, кратко освещены в предисловии редактора перевода и в обзорном докладе А. Салама «Симметрия сильных взаимодействий» на Международной конференции по физике высоких энергий в Дубне в августе 1964 г., который помещен в конце книги в качестве дополнения.

Книга рассчитана на широкий круг физиков и математиков, интересующихся проблемой элементарных частиц, и может служить пособием для аспирантов и студентов старших курсов, специализирующихся в области физики элементарных частиц и ядерной физики.

Редакция литературы по физике

ОТ РЕДАКТОРА ПЕРЕВОДА

Предлагаемая советскому читателю книга известного американского физика-теоретика К. Нишиджимы представляет собой переработанный и расширенный курс лекций, прочитанный автором в Иллинойсском университете в 1961/62 г. для студентов старших курсов и аспирантов.

Нишиджима много и плодотворно работал в области физики элементарных частиц. С его именем связано открытие нового квантового числа — странности. Это открытие и основанная на нем систематика элементарных частиц Гелл-Манна — Нишиджимы ознаменовали новый замечательный этап развития этой области физики. Большой вклад внес Нишиджима в развитие теории слабых взаимодействий, в частности его работы по теории четырехкомпонентного нейтрино во многом способствовали более глубокому пониманию свойств этой удивительной частицы.

В этой книге автор ставил перед собой две задачи: во-первых, показать читателю, как в области физики элементарных частиц в процессе исторического развития происходило взаимное обогащение теории и эксперимента, и, во-вторых, ознакомить читателя с расчетным аппаратом теории и научить его пользоваться этим аппаратом. Хотя автор ориентировался на читателя, в общих чертах знакомого с основами теории поля, фактически большую часть изложенного материала можно понять и без знания теории поля. Как нам кажется, автору удалось успешно справиться с поставленными задачами. Этому в немалой степени способствовали тщательный отбор материала и то незаурядное педагогическое мастерство, с которым Нишиджима излагает свой курс. При этом он часто пользуется эвристическими соображениями и наглядными физическими рассуждениями, когда дело касается некоторых общих вопросов теории, строгое изложение которых предъявляло бы слишком серьезные требования к уровню подготовки читателя и непомерно увеличивало бы объем книги. С другой стороны, в книге имеется подробный вывод большинства результатов,

представляющих непосредственный практический интерес с точки зрения приложений.

После окончания авторской работы над книгой в области элементарных частиц было сделано несколько фундаментальных открытий. Мы хотим здесь указать хотя бы два из них. Это, во-первых, опыты по распаду нейтральных K-мезонов, в результате которых удалось доказать, что наряду с хорошо известным трехпионным распадом K_2^0-мезон может распадаться (с малой вероятностью) и на два π-мезона [1, 2], и, во-вторых, экспериментальное открытие Ω^--частицы [3], свойства которой, как оказалось, полностью соответствуют предсказаниям теории унитарной симметрии элементарных частиц [4, 5].

Первое из них означает, что комбинированная четность (CP-преобразование) может и не сохраняться. Сейчас трудно предсказать, к каким следствиям приведет это открытие в дальнейшем. Во всяком случае, после открытия несохранения четности еще раз придется вернуться к вопросу о проблеме симметрии между правым и левым, поскольку этот результат будет противоречить комбинированной четности, т. е. гипотезе Ли — Янга и Ландау, полученной ими на основе анализа двухкомпонентного уравнения нейтрино (см. [6]).

Независимо от этих экспериментов нами были высказаны критические замечания по вопросу об инвариантности уравнений нейтрино относительно комбинированной инверсии [7]. Если для описания нейтрино использовать четырехкомпонентную теорию и предположить, что масса покоя нейтрино равна нулю, то можно сформулировать теорию таким образом, что вместо комбинированной инверсии, которая может и не сохраняться, волновые уравнения будут инвариантны относительно CT-преобразования, а также P-преобразования, что не будет противоречить теореме Людерса — Паули (CPT-инвариантность) [8].

В этой связи следует обратить внимание также на гипотезу Д. Иваненко и Д. Ф. Курдгелаидзе [9, 10], указавших, что расширение Вселенной выделяет определенное направление времени и тем самым, возможно, приводит к несохранению временнóй и вместе с тем комбинированной четности. Влияние этих очень слабых, наглядно говоря, «космологических сил» может проявиться в указанных аномальных распадах K_2^0-мезонов. С другой стороны, Ли, Каббибо и Бернстейн [11] предположили наличие некоторого нового поля, действующего со стороны нашей Галактики по-разному на K^0- и $\bar{K}^0$-мезоны. Галактика обладает огромным барионным числом $\sim 10^{68}$ и поэтому большим гиперзарядом; с другой стороны, странности и гиперзаряды K^0- и $\bar{K}^0$-мезонов различаются знаками. Поскольку, однако, сле-

дует учесть также влияние других (притом разбегающихся) галактик, то эта идея оказывается близкой к только что указанной космологической точке зрения.

Второе — открытие Ω^--частицы — связано с последними достижениями в области систематики элементарных частиц. Хорошо известно, что физические законы сохранения можно рассматривать как следствие инвариантности теории по отношению к той или иной группе преобразований. Поэтому вполне естественно, что после открытия Гелл-Манном и Нишиджимой закона сохранения странности стали предприниматься попытки расширить группу изотопического спина с тем, чтобы включить странность в аппарат теории. В последнее время такие попытки наконец увенчались несомненным успехом. Нееман [4] и независимо Гелл-Манн [5] предложили модель унитарной симметрии элементарных частиц, согласно которой сохранение странности (точнее, гиперзаряда, представляющего собой сумму странности и барионного числа) следует связать с группой SU_3. Эта группа состоит из всех унитарных и унимодулярных преобразований в трехмерном комплексном пространстве. Инфинитиземальные операторы группы SU_3 изоморфны эрмитовым 3×3-матрицам со следом, равным нулю, поэтому алгебра этой группы содержит восемь элементов, два из которых коммутируют между собой (ранг группы равен двум) и их можно сопоставить третьей компоненте изоспина I_3 и гиперзаряду Y. Дальнейшие сведения о группе SU_3 и об особенностях связанной с ней тензорной алгебры читатель сможет найти, например, в обзоре Я. А. Смородинского [12]. Для нас же здесь существенно, что в рамках унитарной модели волновые функции элементарных частиц, обладающих одинаковыми спинами и четностями, но различающиеся изоспинами и гиперзарядами, должны преобразовываться по непроводимым представлениям группы SU_3. В соответствии с этим требованием большинство известных в настоящее время частиц и резонансов (резононов) оказалось возможным распределить между тремя октетами (два мезонных и один барионный) и одним декаплетом, в который наряду с девятью барионными резонансами входит и знаменитая Ω^--частица ($I=0$, $Y=-2$, $J=3/2$, четность положительна, $M=1672$ *Мэв*).

Если бы унитарная симметрия выполнялась строго, все частицы, входящие в данный сверхмультиплет, обладали бы одинаковыми массами. Однако на самом деле имеет место нарушение SU_3-симметрии. Рассматривая это нарушение в качестве малого возмущения, можно рассчитать распределение частиц по массам внутри данного сверхмультиплета, наподобие того, как в обычной квантовой механике рассчитывается расщепление атомных уровней во внешнем поле. Один из наиболее

поразительных успехов унитарной модели состоит в том, что полученные таким образом соотношения между массами частиц оказались в очень хорошем согласии с данными эксперимента (для барионных мультиплетов различие не превышает 0,5%, для мезонных октетов согласие несколько хуже — с точностью до 5%).

Следует, однако, отметить, что в теории унитарной симметрии имеется существенная трудность, поскольку в природе, по-видимому, не существует частиц, которые можно было бы сопоставить представлению минимальной размерности (трехкомпонентный спинор) группы SU_3. Если, следуя Гелл-Манну [13] и Цвейгу [14], все же предположить существование таких частиц, то оказывается их должно быть три [1]. Для них используются обозначения: p^*, n^*, Λ^*. Эти частицы должны обладать необычными характеристиками, которые приводятся в следующей таблице:

	I_3	Y	$q = I_3 + \frac{1}{2}Y$
p^*	1/2	1/3	2/3
n^*	—1/2	1/3	—1/3
Λ^*	0	—2/3	—1/3

Не трудно заметить, что эти частицы (их называют кварками) представляют собой «сдвинутый» на —$^1/_3$ триплет Сакаты (p, n, Λ). Первые попытки обнаружить кварки экспериментально привели к отрицательным результатам. Предпринимаются также попытки обойтись без введения дробного заряда для кварков, для чего предложено ввести новое квантовое число C, которое должно характеризовать сохраняющуюся величину — «очарование» [2]. Тогда, обобщая формулу Гелл-Манна — Нишиджимы на гипотетические кварки (для которых C равно 1 или —2), можно записать для электрического заряда кварков выражение

$$q = I_3 + \frac{1}{2}Y + \frac{1}{3}C,$$

из которого следует, что заряд для заданных I_3 и Y остается целым.

В связи с новым квантовым числом внимание теоретиков начинают привлекать другие группы, ранг которых больше 2, в особенности группа SU_6, позволяющая учесть еще спиновые свойства частиц. Приведут ли предпринимаемые в этом напра-

[1] Или, если учесть соответствующие им античастицы, — шесть.

[2] Обозначение C и термин «очарование» происходят от названия charm, предложенного Саламом для нового квантового числа.

влении усилия к новым успехам, сейчас судить еще рано; что же касается модели унитарной симметрии, то она уже сейчас занимает заметное место в арсенале физиков-теоретиков, работающих в области систематики элементарных частиц.

Следует также заметить, что развиваемые новые теории систематики элементарных частиц относятся к сильно взаимодействующим частицам и пока что оставляют в стороне систематику лептонов (электронов, мю-мезонов, нейтрино и фотонов).

Указанные новые исследования в настоящее время еще далеки от завершения. Однако, чтобы читатель мог получить о них представление, мы нашли целесообразным включить в русское издание в качестве приложения обзорный доклад А. Салама «Симметрия сильных взаимодействий» на Международной конференции по физике высоких энергий в Дубне (август 1964 г.).

Книга К. Нишиджимы может служить учебным пособием для студентов физиков, специализирующихся в области ядерной физики и элементарных частиц; она будет также полезна начинающим физикам-теоретикам и экспериментаторам, особенно работающим в области физики частиц больших энергий.

Отметим в заключение, что проф. Нишиджима проявил большой интерес к русскому изданию своей книги, написал к нему предисловие и сделал ряд поправок в формулах и в тексте, за что мы считаем своим приятным долгом выразить ему благодарность.

А. СОКОЛОВ

ЛИТЕРАТУРА

1. Christenson J. H. et al., Phys. Rev. Letters, **13**, 138 (1964).
2. Abashian A., Croning, Fitch, Phys. Rev. Letters, **13**, 243 (1964).
3. Barnes V. E., et al., Phys. Rev. Letters, 12, 204 (1964).
4. Ne'eman Y., Nucl. Phys., **26**, 222 (1961). (См. перевод в сборнике «Элементарные частицы и компенсирующие поля», ИЛ, 1963.)
5. Gell-Mann M., Phys. Rev., **125**, 1067 (1962).
6. Сборник «Новые свойства симметрии элементарных частиц», ИЛ, 1957.
7. Соколов А. А., Ann. d. Phys., **8**, 237 (1961); Phys. Letters, **3**, 211 (1963).
8. Соколов А. А., Элементарные частицы, МГУ, 1963.
9. Иваненко Д., Gravitation and Unified Theory of Matter (Труды Галилеевской юбилейной конференции, Флоренция, 1964); Известия высш. уч. зав., сер. физ., № 3 (1965).
10. Курдгелаидзе Д. Ф., ЖЭТФ, **47**, 1213 (1964).
11. Cabbibo, Lee T. D., Bernstein J., Phys. Letters, **12**, 146 (1964).
12. Смородинский Я. А., УФН, **84**, 3 (1964).
13. Gell-Mann M., Phys. Rev. Letters, **8**, 214 (1964).
14. Zweig G., CERN Reports № 8182/TH. 401; № 8419/TH. 412 (1964) (неопубликовано).

ПРЕДИСЛОВИЕ АВТОРА К РУССКОМУ ИЗДАНИЮ

Во время нашей встречи на Международной конференции по физике высоких энергий в Дубне профессор Московского государственного университета А. А. Соколов любезно предложил мне написать предисловие к русскому изданию моей книги «Фундаментальные частицы», и я с огромным удовольствием пользуюсь предоставленной мне возможностью. Для меня большая честь, что моя скромная книга выходит в русском переводе и сможет оказаться полезной моим русским коллегам.

Ввиду быстрого прогресса рассматриваемой области физики, по-видимому, неизбежно, что подобный учебник окажется устаревшим через несколько лет. Действительно, как я и предвидел, примерно через год после выхода в свет английского издания я почувствовал необходимость внести в книгу ряд изменений и добавить кое-что новое. Однако я не буду пытаться выполнить эту непосильную задачу в русском издании. Подготавливая рукопись книги, я старался отобрать только тот материал, который был достаточно хорошо установлен, так что можно было рассчитывать, что в будущем он не претерпит существенных изменений, поэтому я надеюсь, что эта книга еще сможет оказаться полезной в качестве основы для понимания текущих вопросов физики элементарных частиц.

К. НИШИДЖИМА

Урбана, Иллинойс
Сентябрь 1964 г.

ПРЕДИСЛОВИЕ

В основу этой книги положены лекции по физике элементарных частиц, читанные мною в течение осеннего семестра 1961/62 учебного года в Иллинойсском университете. Кроме того, я ввел некоторые добавления, имеющие целью отразить новейшие достижения в этой области. Основная цель книги — ознакомить студентов исторически последовательно с развитием физики элементарных частиц, показав, как путем проверки экспериментом происходило становление теории. Работая над книгой, я предполагал у читателя знание основ теории поля, поскольку эта теория является единственным адекватным языком для описания свойств элементарных частиц. Тем не менее я надеюсь, что бо́льшая часть материала, изложенного в книге, исключая вторую половину главы 4 и главу 5, будет понятна и без этого. Я не стремился предпослать основному изложению какое-либо введение в теорию поля, ибо по этому предмету существуют многочисленные доступные учебники. Однако я уделил особое внимание подробному изложению расчетов, детали которых в оригинальных исследованиях нередко опускаются.

В главе 1 я стремился дать обзор работы, проведенной пионерами мезонной физики по предсказанию свойств мезонов на основе известных в то время свойств ядерных сил, а также рассказать о пути, который привел экспериментаторов к открытию пи-мезонов и мю-мезонов в космических лучах. Когда в лабораториях появились искусственно созданные пи-мезоны (начиная с этого момента, мы будем всегда называть их пионами), эксперимент преподал физикам-теоретикам горький урок, продемонстрировав бесполезность сопоставления предсказаний теории возмущений с экспериментальными данными. Теоретики скоро осознали важность соображений, не опирающихся только на те или иные частные приближения. Перед лицом этой необходимости они обратились к изучению различных принципов инвариантности, применив их затем к определению трансформационных свойств пионов, чему посвящена глава 2. Эти принципы инвариантности были пересмотрены еще раз позже

в связи с открытием несохранения четности в слабых взаимодействиях.

В известной мере независимо от развития пионной физики физики-ядерщики, работавшие в области низких энергий, экспериментально установили определенную симметрию между протоном и нейтроном и сформулировали принцип зарядовой симметрии. В дальнейшем в связи с истолкованием мультиплетной структуры спектра легких ядер этот принцип претерпел обобщение, став принципом зарядовой независимости. Установленный сначала в ядерной физике низких энергий, он был затем унаследован физикой пионов. Последующие эксперименты подтвердили, что принцип зарядовой независимости действительно соблюдается в физике пи-мезонов с точностью до нескольких процентов, и сейчас он представляет собой один из наиболее полезных инструментов исследования сильных взаимодействий. Этот принцип рассмотрен в главе 3.

До сих пор мы касались в основном принципов инвариантности; однако для того, чтобы делать количественные предсказания, мы должны довериться определенным приближенным методам. В качестве простейшего, хотя, возможно, и не самого целесообразного приближения, мы прежде всего вводим ковариантную теорию возмущений, а затем, как естественное обобщение последней, столь модную дисперсионную теорию. Эта программа осуществлена в главе 4.

Динамические свойства пион-нуклонного взаимодействия описаны на языке дисперсионных соотношений в главе 5. При этом основное внимание уделено анализу нуклонных формфакторов, из которого следуют определенные предсказания относительно существования векторных мезонов.

Странные частицы вводятся в главе 6. В отличие от пионов они явились в некотором роде незваными гостями, поскольку об их существовании не подозревали до того момента, как их обнаружил эксперимент. Беспорядок, внесенный этими новыми членами семейства элементарных частиц, был постепенно преодолен, а с целью правильного устройства новых членов на соответствующих местах был введен новый принцип упорядочения, основанный на гипотезе зарядовой независимости.

Среди многих проблем физики странных частиц особенно озадачил физиков тау — тета-парадокс, который вместе с тем дал ключ к более глубокому пониманию природы слабых взаимодействий. Этот парадокс побудил Ли и Янга усомниться в справедливости закона сохранения четности в слабых взаимодействиях. После того как нарушение четности при бета-распаде было подтверждено экспериментально, появилась новая

ветвь физики элементарных частиц; в свете нового открытия были пересмотрены различные принципы инвариантности и была выдвинута теория двухкомпонентного нейтрино. В заключительной главе 7 обсуждаются свидетельства в пользу загадочной универсальности взаимодействия Ферми, а также вопросы нарушения четности в гиперонных распадах.

Мне хотелось бы выразить признательность Роберту Коули и Эдварду Мак-Клименту за чтение корректуры; без их помощи эта книга не была бы закончена.

К. НИШИДЖИМА

Урбана, Иллинойс
Январь 1963 г.

Глава I

ИСТОРИЧЕСКИЙ ОБЗОР

Начало физики элементарных частиц, представляющей естественное углубление атомной физики и физики ядра, положили исследования мезонов — частиц, обеспечивающих связь между нуклонами в ядре. Поэтому мы начнем изложение кратким историческим обзором старой мезонной теории.

§ 1. „Тяжелые кванты" Юкавы

В 1935 г. Юкава [1] для объяснения свойств ядерных сил выдвинул гипотезу о тяжелом кванте. Ясно, что свойства ядерных сил невозможно объяснить с помощью электромагнитных взаимодействий, так как известно, что эти силы действуют только на малых расстояниях и, кроме того, они существуют даже между нейтральными нейтронами и протонами. Хорошо известно, что кулоновская сила возникает в результате обмена скалярным и продольным фотонами между двумя заряженными частицами. Естественным обобщением этой идеи применительно к проблеме ядерных сил является предположение о существовании нового поля, которое и обусловливает ядерный потенциал.

1. Если в начале координат имеется заряд, то кулоновский потенциал удовлетворяет уравнению Лапласа:

$$\Delta\varphi = 0 \text{ всюду, кроме начала координат.} \qquad (1.1)$$

Можно также искать статическое сферически симметричное решение уравнения

$$\Box\varphi = 0 \text{ всюду, кроме начала координат.} \qquad (1.2)$$

Решение его дается хорошо известным кулоновским потенциалом

$$\varphi \sim \frac{1}{r}. \qquad (1.3)$$

Чтобы получить короткодействующие силы, Юкава видоизменил предыдущее уравнение, приняв, что

$$\Box\varphi - \varkappa^2\varphi = 0 \text{ всюду, кроме начала координат.} \qquad (1.4)$$

Статическое сферически симметричное решение теперь имеет вид короткодействующего потенциала:

$$\varphi \sim \frac{e^{-\varkappa r}}{r}. \tag{1.5}$$

По экспериментальным данным о ядерных силах можно оценить порядок величины $\varkappa$:

$$\varkappa \sim 5 \cdot 10^{12}\ см^{-1}. \tag{1.6}$$

Такова классическая теория ядерных сил. Однако в квантовой теории поле φ должно быть проквантовано. При этом мы приходим к квантам новой разновидности, сопоставляя их полю φ. Такие кванты в противоположность фотонам — «легким квантам» — были названы «тяжелыми квантами». Энергия и импульс тяжелого кванта удовлетворяют эйнштейновскому соотношению

$$E^2 - p^2c^2 = (\mu c^2)^2, \tag{1.7}$$

где μ — масса покоящегося кванта. Уравнение поля φ получается из этого соотношения при замене

$$E \to -\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial t}, \quad p_x \to \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x} \text{ и т. д.}$$

Таким образом, волновое уравнение в отсутствие источников имеет вид

$$\left[\Box - \left(\frac{\mu c}{\hbar}\right)^2\right]\varphi = 0. \tag{1.8}$$

Если теперь отождествить уравнение (1.8) с (1.4), то

$$\varkappa = \frac{\mu c}{\hbar}, \quad \text{или} \quad \mu = \frac{\varkappa \hbar}{c}; \tag{1.9}$$

это последнее соотношение позволяет вычислить массу кванта:

$$\mu \sim 200 m_e, \tag{1.10}$$

где m_e — масса покоя электрона.

2. Выше мы вычислили массу частицы, отправляясь от классического поля. Теперь нам предстоит, опираясь на корпускулярные свойства мезона, установить короткодействующий характер ядерных сил. Рассмотрим нуклон-нуклонное рассеяние, обусловленное обменом тяжелым квантом π (в современном обозначении):

$$N_1 + N_2 \to N_1' + \pi + N_2 \to N_1' + N_2'.$$

Неопределенность в энергии промежуточных виртуальных состояний дается неравенством

$$\Delta E \gtrsim \mu c^2$$

при условии, что мы пренебрегаем отдачей тяжелых нуклонов. Расстояние a, пройденное квантом, связано с временем жизни виртуального состояния Δt соотношением

$$\Delta t \sim \frac{a}{v},$$

где v — скорость мезона. Наконец, соотношение неопределенностей гласит:

$$\Delta E\,\Delta t \sim \hbar.$$

Комбинируя эти три связывающие порядки величин соотношения, найдем:

$$a \sim v\,\Delta t \sim \frac{v\hbar}{\Delta E} \leqslant \frac{v\hbar}{\mu c^2} \leqslant \frac{\hbar}{\mu c} = \varkappa^{-1}.$$

Отсюда можно сделать вывод, что мезон, участвующий в виртуальном обмене, не может, грубо говоря, проходить расстояния, превышающие комптоновскую длину волны тяжелого кванта, откуда прямо следует короткодействующий характер ядерных сил. Эти соображения принадлежат Вику [2].

3. Юкава предположил, что взаимодействие между тяжелым квантом и нуклоном возникает в результате комбинации виртуальных процессов вида

$$N \rightleftarrows N' + \pi,$$

или, символически,

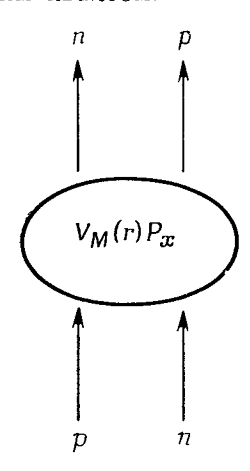
$$H_{int} \sim \overline{N}N\pi, \tag{1.11}$$

где H_{int} означает гамильтониан взаимодействия. Связь такого рода называют связью типа Юкавы. Если принять предположение Юкавы без доказательства, то из закона сохранения момента будет следовать, что спин тяжелого кванта должен быть целым, и, таким образом, в силу взаимосвязи между спином и статистикой тяжелый квант есть бозе-частица.

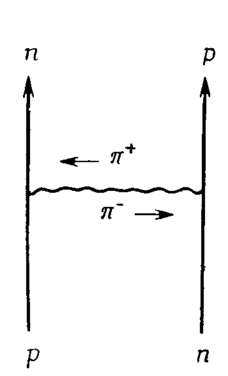
4. Следующий вопрос, который нужно обсудить, это вопрос о заряде тяжелого кванта. Чтобы разобраться в нем, нам придется обратиться к феноменологической теории ядерных сил. В то время, когда была выдвинута гипотеза Юкавы, в ядерной физике были известны по меньшей мере четыре различных типа взаимодействия. Двухнуклонный потенциал феноменологически можно выразить через эти взаимодействия следующим образом:

$$V(r) = V_W(r) + V_M(r)P_x + V_H(r)P_xP_\sigma + V_B(r)P_\sigma. \tag{1.12}$$

Здесь последовательные слагаемые определяют соответственно так называемые силы Вигнера, Майораны, Гейзенберга и Бартлета. В частности, силы Майораны необходимы для объяснения явления насыщения ядерных сил. Рассмотрим систему протон—нейтрон. Силы, возникающие в результате взаимного обмена положениями, необходимо интерпретировать на языке обмена тяжелым квантом.



Фиг. 1. Диаграмма Фейнмана для феноменологических обменных сил Майораны между протоном и нейтроном.



Фиг. 2. Объяснение сил Майораны между протоном и нейтроном по мезонной теории.

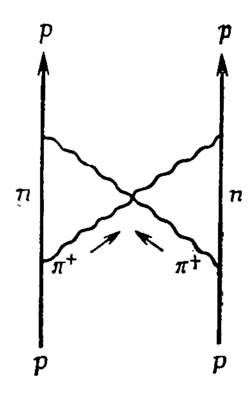
Когда действуют эти силы, протон и нейтрон обмениваются пространственными координатами, как показано на фиг. 1. Такова феноменологическая картина; наша же задача — интерпретировать ее в терминах мезонной теории. Простейшую такую интерпретацию дает диаграмма Фейнмана, изображенная на фиг. 2. Ясно, что с точки зрения обменных сил Майораны должны существовать мезоны единичного положительного или отрицательного заряда. Возникает естественный вопрос: существует ли нейтральный мезон? Чтобы ответить на него, мы обращаемся к так называемой зарядовой независимости ядерных сил, заключающейся в том, что для одного и того же состояния

$$V_{pp} = V_{nn} = V_{pn}. \qquad (1.13)$$

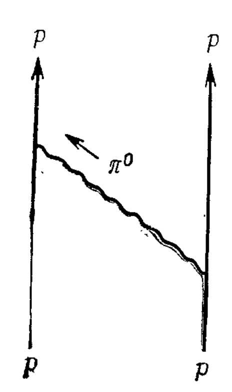
(Заметим, что, например, к состоянию ^1S это соотношение применимо, но для ^3S-состояния оно теряет смысл, поскольку прин-

цип Паули исключает возможность нахождения двух одинаковых нуклонов в ^3S-состоянии.)

Руководствуясь принципом зарядовой независимости, можно прийти к выводу о существовании нейтрального мезона путем следующего рассуждения. Предположим, что в природе нет нейтральных мезонов; тогда простейшим процессом, вызывающим протон-протонное взаимодействие, будет процесс, описываемый диаграммой фиг. 3. Не вдаваясь в детали, можно, сле-



Фиг. 3. Фейнмановская диаграмма низшего порядка, описывающая силу между двумя протонами в отсутствие нейтрального мезона.



Фиг. 4. Фейнмановская диаграмма низшего порядка, описывающая силы между двумя протонами при наличии нейтрального мезона.

дуя Вику, заключить, что радиус действия сил между двумя одинаковыми нуклонами примерно вдвое меньше радиуса сил, действующих между двумя различными нуклонами. Это противоречит гипотезе о зарядовой независимости. Если же существует нейтральный мезон, то возможен процесс, показанный на фиг. 4. Подробные расчеты были выполнены Юкавой и Сакатой [3], а также Фрёлихом, Гайтлером и Кеммером [4][1]).

Итак, мы заключаем, что заряд мезонов может быть равным $+e$, 0 и $-e$. Мезонную теорию, позволяющую объяснить зарядовую независимость ядерных сил, предложил Кеммер [5]. Эта до сих пор модная теория называется *симметричной теорией*. Если спин мезона равен либо 0, либо 1, то возможны четыре

[1]) В работе [3] построена скалярная, а в работе [4] — векторная мезонная теория ядерных сил.

варианта мезонной теории — скалярная, векторная, псевдовекторная и псевдоскалярная. Впервые на возможность существования псевдоскалярных мезонов указал Кеммер [5].

§ 2. Уравнения мезонных полей

Предполагается, что читатель знаком с квантовой электродинамикой, однако мы опишем обобщение метода квантования электромагнитного поля на случай этого нового поля.

1. Поле со спином нуль (скалярное или псевдоскалярное). Различие между двумя вариантами, скалярным и псевдоскалярным, обнаруживается лишь при учете взаимодействий; пока же речь будет идти о свободных полях, нет нужды их разграничивать. Плотность лагранжиана свободного поля спина нуль дается выражением

$$\mathscr{L}=\begin{cases} -\left(\dfrac{\partial\varphi^{+}}{\partial x_{\lambda}}\dfrac{\partial\varphi}{\partial x_{\lambda}}+\varkappa^{2}\varphi^{+}\varphi\right) & \text{для заряженного поля,}\\ -\dfrac{1}{2}\left[\left(\dfrac{\partial\varphi}{\partial x_{\lambda}}\right)^{2}+\varkappa^{2}\varphi^{2}\right] & \text{для нейтрального поля.}\end{cases} \tag{1.14}$$

Соответствующее уравнение Эйлера есть уравнение Клейна — Гордона

$$\Box\varphi-\varkappa^{2}\varphi=0. \tag{1.15}$$

Плотность гамильтониана при этом имеет вид

$$\mathscr{H}=\begin{cases} \pi^{+}\pi+\nabla\varphi^{+}\nabla\varphi+\varkappa^{2}\varphi^{+}\varphi & \text{для заряженного поля,}\\ \dfrac{1}{2}\left[\pi^{2}+(\nabla\varphi)^{2}+\varkappa^{2}\varphi^{2}\right] & \text{для нейтрального поля,}\end{cases} \tag{1.16}$$

где $\pi=\dot{\varphi}$, а $\pi^{+}=\dot{\varphi}^{+}$.

В теории поля удобно пользоваться естественными единицами

$$\hbar=c=1. \tag{1.17}$$

В такой системе каждая величина имеет размерность, равную определенной степени единицы длины; так, например,

$$\varkappa=\frac{\mu c}{\hbar}\rightarrow\mu \text{ обратных длин.}$$

Квантование скалярного мезонного поля рассмотрели Паули и Вайскопф [6], а также Юкава и Саката [3] в связи с проблемой ядерных сил. Перестановочные соотношения между операто-

рами поля имеют вид

$$[\varphi(x),\ \varphi^{+}(y)] = i\Delta(x-y),\qquad [\varphi(x),\ \varphi(y)] = [\varphi^{+}(x),\ \varphi^{+}(y)] = 0,$$ для заряженных частиц, (1.18)

$$[\varphi(x),\ \varphi(y)] = i\Delta(x-y)$$ для нейтральных частиц.

Здесь Δ — перестановочная функция Швингера, связанная с инвариантной D-функцией Иордана и Паули соотношением

$$\Delta(x) = -D(x),\qquad D(x) = \frac{1}{(2\pi)^3}\int \frac{d^3k}{k_0} e^{ikx}\sin(k_0 t), \tag{1.19}$$

где $k_0 = (k^2+\mu^2)^{1/2}$.

2. Поле со спином единица (векторное или псевдовекторное). Мы обсудим здесь только случай заряженного поля, поскольку для перехода к нейтральному полю нужно лишь умножить на $1/2$ выражения для $\mathscr{L}$ и $\mathscr{H}$ и заменить всюду φ^{+} на φ. Для заряженного векторного поля плотность лагранжиана есть

$$\mathscr{L} = -\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\varphi_\nu^{+}}{\partial x_\mu} - \frac{\partial\varphi_\mu^{+}}{\partial x_\nu}\right)\left(\frac{\partial\varphi_\nu}{\partial x_\mu} - \frac{\partial\varphi_\mu}{\partial x_\nu}\right) + \varkappa^2\varphi_\mu^{+}\varphi_\mu\right], \tag{1.20}$$

где мы положим $\varphi_4 = i\varphi_0$ и $\varphi_4^{+} = i\varphi_0^{+}$, требуя, чтобы φ_1^{+}, φ_2^{+}, φ_3^{+} и φ_0^{+} были эрмитово сопряженными к φ_1, φ_2, φ_3 и φ_0. Уравнения поля получим с помощью вариационного принципа, который дает:

$$(\Box - \varkappa^2)\varphi_\nu - \frac{\partial}{\partial x_\nu}\left(\frac{\partial\varphi_\mu}{\partial x_\mu}\right) = 0. \tag{1.21}$$

Далее, дифференцируя обе части (1.21) по x_ν, находим:

$$\frac{\partial\varphi_\mu}{\partial x_\mu} = 0 \quad \text{при} \quad \varkappa \neq 0, \tag{1.22}$$

следовательно,

$$(\Box - \varkappa^2)\varphi_\nu = 0. \tag{1.23}$$

Перестановочные соотношения в этом случае таковы:

$$[\varphi_\mu(x),\ \varphi_\nu^{+}(y)] = i\left(\delta_{\mu\nu} - \frac{1}{\varkappa^2}\frac{\partial^2}{\partial x_\mu\,\partial x_\nu}\right)\Delta(x-y),\qquad [\varphi_\mu(x),\ \varphi_\nu(y)] = [\varphi_\mu^{+}(x),\ \varphi_\nu^{+}(y)] = 0. \tag{1.24}$$

Квантование поля со спином 1 обсуждалось рядом авторов [4, 7, 8].

3. Поле Штюккельберга. Примером векторного поля может служить электромагнитное поле, но при этом возникают неко-

торые отличия от изложенной выше векторной теории: потенциалы удовлетворяют более простым перестановочным соотношениям и, кроме того, необходимо в качестве дополнительного условия ввести условие Лоренца. Оба эти отличия являются следствием того, что фотон не имеет массы покоя. Хотя теорию векторного поля можно сформулировать в основном таким же образом, как это делается в квантовой электродинамике, Штюккельберг [9][1]) взял лагранжиан

$$\mathscr{L} = -\left[\frac{\partial A_\nu^\dagger}{\partial x_\mu}\frac{\partial A_\nu}{\partial x_\mu} + \varkappa^2 A_\nu^\dagger A_\nu + \frac{\partial B^\dagger}{\partial x_\mu}\frac{\partial B}{\partial x_\mu} + \varkappa^2 B^\dagger B\right], \quad (1.25)$$

где A — векторное, а B — скалярное поле. Скалярное B-поле вводится для того, чтобы избежать затруднений с отрицательной энергией, появившихся бы, если это поле не ввести. Уравнения поля записываются просто как

$$(\Box - \varkappa^2) A_\nu = 0, \quad (\Box - \varkappa^2) B = 0. \quad (1.26)$$

Если ввести вспомогательное условие

$$\left(\frac{\partial A_\mu}{\partial x_\mu} + \varkappa B\right)\psi = 0, \quad (1.27)$$

которое соответствует условию Лоренца в квантовой электродинамике, то можно показать, что среднее значение гамильтониана по состояниям, удовлетворяющим условию (1.27), всегда положительно. Эта теория инвариантна относительно калибровочных преобразований второго рода

$$A_\mu \to A_\mu + \frac{1}{\varkappa}\frac{\partial \Lambda}{\partial x_\mu}, \quad B \to B - \Lambda, \quad (1.28)$$

где Λ есть c-числовая функция, удовлетворяющая уравнению $(\Box - \varkappa^2)\Lambda = 0$.

Эквивалентность теории Штюккельберга и максвелловской теории при $\varkappa \to 0$ доказал Глаубер [11].

§ 3. Аномальные магнитные моменты нуклонов

В § 1 этой главы в центре внимания была проблема интерпретации ядерных сил с помощью мезонной теории. Эта теория, однако, интересна и в связи с проблемой интерпретации аномальных магнитных моментов нуклонов.

---

[1]) См. также работу Миямото [10].

Дираку удалось вычислить с помощью своего уравнения магнитный момент электрона. Он определяется выражением

$$\mu_e = -\frac{e\hbar}{2m_e c} \quad (e = |e|). \tag{1.29}$$

Если бы теория Дирака была применима к нуклонам, магнитные моменты протона и нейтрона определялись бы выражениями

$$\mu_p = \frac{e\hbar}{2m_p c}, \quad \mu_n = 0. \tag{1.30}$$

Однако их экспериментальные значения равны

$$\mu_p = 2{,}78\mu_N, \quad \mu_n = -1{,}93\mu_N, \tag{1.31}$$

где μ_N — ядерный магнетон, равный $e\hbar/2m_p c$.

Отклонение от дираковского значения магнитного момента называют аномальным магнитным моментом; качественно его можно объяснить с помощью мезонной теории. Предположим, что протон виртуально «диссоциирует» на нейтрон и положительный мезон:

$$p \rightleftarrows n + \pi^+. \tag{1.32}$$

Пусть, далее, π^+-мезон испускается, например, в P-состоянии; тогда магнитный момент системы $n+\pi^+$ будет равен

$$\mu = \frac{e\hbar}{2m_\pi c} L, \tag{1.33}$$

где L — орбитальный момент π^+-мезона. Если принять $m_\pi \sim \sim 200\, m_e$, то магнитный момент системы $n+\pi^+$ будет по порядку величины равен $9\mu_N$. Тогда наблюдаемый магнитный момент протона будет составлять

$$\mu_p = p\mu_N + 9(1-p)\mu_N,$$

где p есть вероятность найти физический протон в голом протонном состоянии, а $(1-p)$ — вероятность обнаружить протон в диссоциированном $(n+\pi^+)$-состоянии. Экспериментальное значение магнитного момента протона получается, если положить $p \sim 0{,}8$. Если спин мезона равен 1, то следует учитывать как собственный, так и орбитальный моменты, и рассмотрение становится гораздо более сложным, чем в случае мезона с нулевым спином.

Ожидается, что мезонная теория может, по крайней мере качественно, объяснить происхождение аномальных магнитных моментов нуклонов [4, 7].

§ 4. Открытие μ-мезонов

Подтверждение гипотезы Юкавы требовало экспериментальных наблюдений рождения мезонов. Однако в то время экспериментаторы не располагали нужными для этого ускорителями высоких энергий, поэтому на ранних стадиях исследований мезоны искали в космических лучах. Частица с массой, промежуточной между массами электрона и нуклона, была обнаружена в космических лучах Андерсоном и Неддермейером [12], а также Стритом и Стивенсоном [13]. Эта частица теперь известна как μ-мезон. Космическое излучение разделяют на две компоненты, жесткую и мягкую, соответственно тому, может ли оно проникнуть сквозь 10-сантиметровую свинцовую пластинку или задерживается ею. Мягкая компонента состоит в основном из электронов и фотонов.

Проходя сквозь вещество, заряженная частица теряет энергию главным образом вследствие двух процессов:

а) передает энергию непосредственно атому, возбуждая или ионизируя его (неупругое столкновение),

б) претерпевает отклонение в поле атома, испуская электромагнитное излучение (тормозное излучение).

Ионизационные потери электрона даются формулой

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{ион}} = \frac{2\pi e^4\mathfrak{N}}{mv^2}\left[\ln\frac{mv^2T}{2\bar{I}^2(1-\beta^2)} - \right.$$
$$\left. -\ln\left\{2\left(2\sqrt{1-\beta^2}-1+\beta^2\right)\right\}+1-\beta^2\right], \quad (1.34)$$

где E — начальная энергия электрона, m — его масса, T — релятивистская кинетическая энергия электрона, $\bar{I}$ — средний ионизационный потенциал атомов поглотителя, $\mathfrak{N}$ — число электронов в единице объема. Ионизационные потери тяжелых частиц описываются формулой

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{ион}} = \frac{4\pi z^2 e^4\mathfrak{N}}{mv^2}\left[\ln\left\{\frac{2mv^2}{\bar{I}(1-\beta^2)}\right\}-\beta^2\right], \quad (1.35)$$

где ze — заряд тяжелой частицы. При высоких энергиях более существенными по сравнению с ионизационными становятся радиационные потери:

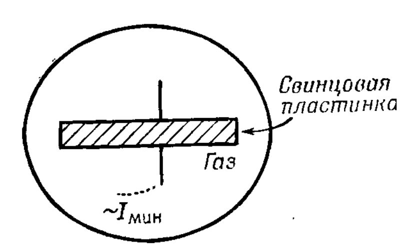
$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{рад}} = \frac{Z^2}{137}\left(\frac{e^2}{\mu c^2}\right)^2 EN\left\{4\ln\frac{2E}{\mu c^2}-\frac{4}{3}\right\}. \quad (1.36)$$

Здесь Z — атомный номер, N — число атомов в единице объема, а μ — масса падающей частицы. Если заряд падающей частицы ze, то приведенную выше формулу следует умножить на z^4 [14]. Мы видим, что радиационные потери почти обратно пропорцио-

нальны квадрату массы частицы. Энергетические потери электронов в космических лучах можно измерить экспериментально и результаты измерений сравнить с теорией. Вплоть до энергий 400 mc^2 теория хорошо согласуется с экспериментом, однако при более высоких энергиях потери становятся внезапно очень малыми по сравнению с тем, что предсказывает теория. Частицы, столь мало теряющие энергию, не могут быть электронами. Было установлено, что масса таких частиц равна приближенно 210 m.

§ 5. Судьба μ-мезонов

1. Наблюдения процессов проникновения μ-мезонов сквозь вещество показали, что μ-мезоны распадаются. Этот вывод



Фиг. 5. Типичная картина распада μ-мезона, получаемая с помощью камеры Вильсона.

вытекает из следующего рассуждения: уменьшение интенсивности μ-мезонной компоненты в пучке, проходящем сквозь вещество, зависит не только от плотности последнего, но и от пройденного в нем пути. Это значит, что уменьшение интенсивности обусловлено не только взаимодействием с веществом. Другими словами, интенсивность μ-мезонной компоненты уменьшалась бы даже и в отсутствие всяких взаимодействий с веществом, откуда следует, что μ-мезоны распадаются спонтанно [15]. Прямое и решительное подтверждение этого толкования было получено в результате наблюдений процесса

$$\mu \rightarrow \text{легкая заряженная частица (возможно, электрон)} + \ldots$$

в камере Вильсона, помещенной в постоянное магнитное поле [16] (фиг. 5). Из измерений кривизны траектории частицы было найдено значение ее импульса: $p \sim 70 \pm 35$ *Мэв/с*; из измерений производимой ионизации была вычислена скорость продуктов распада: она оказалась приблизительно равной скорости света, следовательно $E \sim pc \sim 50$ *Мэв*.

2. Как только установлено, что μ-мезон распадается, становится важным определение его времени жизни. Время жизни было измерено методом совпадений и оказалось равным $\tau \sim 2{,}15 \cdot 10^{-6}$ *сек*. Согласно более поздним данным, время жизни μ-мезона имеет несколько иное значение: $\tau = (2{,}212 \pm \pm 0{,}001) \cdot 10^{-6}$ *сек* (см., например, [17]).

3. Сначала казалось, что открытие μ-мезона подтверждает предсказание Юкавы, однако позднее обнаружилось серьезное возражение, не позволившее отождествить μ-мезон с тяжелым квантом Юкавы.

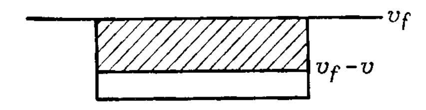
Если μ-мезоны представляют собой тяжелые кванты Юкавы, то они должны обусловливать ядерные силы и, следовательно, сильно взаимодействовать с атомными ядрами. Рассмотрим этот вопрос подробнее.

Медленный мезон будет терять энергию вследствие ионизационных потерь и в конце концов остановится. После этого он либо должен спонтанно распасться, либо будет захвачен ядром. Для положительно заряженных мезонов вероятность захвата и поглощения гораздо меньше ввиду того, что ядро отталкивает положительные заряды [18]. Отрицательные же мезоны притягиваются к ядру, поэтому такой мезон будет захвачен на какую-либо из боровских орбит и затем, опускаясь путем радиационных переходов или переходов Оже на более низкие уровни, достигнет K-оболочки. Поскольку радиус первой боровской орбиты мал $(\sim \hbar^2/m_\mu e^2 Z)$, мезон на такой оболочке значительную часть времени будет проводить внутри ядра, поэтому вероятность поглощения будет велика. Таким образом, для отрицательных мезонов спонтанный распад и поглощение ядром представляют собой конкурирующие процессы. Тот факт, что μ-мезоны, захваченные твердым телом, перед распадом взаимодействуют с атомными ядрами, экспериментально подтвердили Конверси, Панчини и Пиччони [19], используя технику совпадений с запаздыванием и отделяя положительные мезоны от отрицательных с помощью магнитного поля.

Эксперимент по захвату мезонов в железе показал, что μ^+-мезоны, как и ожидалось, распадаются, но μ^--мезоны исчезают, не испуская электронов распада. Аналогичные эксперименты были выполнены с другими веществами, имеющими меньший атомный номер. При этом было установлено, что, например, в углероде, бо́льшая часть μ^--мезонов распадается, испуская электроны. Эти результаты, как мы сейчас убедимся, позволяют сделать вывод, что μ^--мезон и тяжелый квант Юкавы — разные частицы. Прежде всего следует оценить время, необходимое для замедления μ^--мезона с энергией порядка нескольких *Мэв* до энергий, соответствующих связанному состоя-

нию на орбите. Если процесс замедления протекает очень быстро, то необходимо лишь оценить конкурирующие между собой процессы спонтанного распада μ^--мезонов и их захвата атомными ядрами. Вопросы, связанные с замедлением μ^--мезонов, изучали Ферми, Теллер и Вайскопф [20], а также Ферми и Теллер [21].

Весь процесс разделяется на три стадии, соответствующие трем различным энергетическим интервалам: а) область нормальной ионизации — от нескольких *Мэв* до нескольких *Кэв*, т. е. до энергий, сравнимых по порядку величины с энергией



Фиг. 6. Вырожденный газ Ферми. В силу принципа Паули μ-мезоны могут взаимодействовать только с теми электронами, скорости которых лежат в заштрихованной области.

валентных электронов; б) от нескольких *Кэв* до нуля; в) от нулевой энергии до отрицательной энергии основного состояния мезоатома. Используя обозначения предыдущего параграфа, ионизационные потери мезона можно выразить формулой

$$-\left(\frac{dE}{dR}\right)_{\text{иои}} = \frac{4\pi e^4 NZ}{mv^2} \ln\left(\frac{2mv^2}{I}\right). \tag{1.37}$$

Если положить

$$dR = v\,dt, \tag{1.38}$$

то отсюда следует дифференциальное уравнение для v как функции времени. Согласно этому уравнению, время замедления μ^--мезонов с энергией 5 *Мэв* в углероде оказывается равным

$$t_a = 1{,}5 \cdot 10^{-11} \text{ сек}.$$

В общем же случае t_a есть убывающая функция Z. Замедление мезона в следующей энергетической области «б» обусловлено его взаимодействием с электронами, которые можно рассматривать как вырожденный ферми-газ. Мезон, имеющий скорость v, взаимодействует с электронами, скорости которых лежат в интервале от $v_f - v$ до v_f, как показано на фиг. 6. Энергетические потери в этой области даются выражением

$$-\frac{dT}{dt} = n\sigma v_f w, \tag{1.39}$$

где T — кинетическая энергия μ^--мезона, n — число электронов в единице объема, которые могут столкнуться с μ^--мезоном,

σ — сечение рассеяния мезонов на электронах в области больших углов, а w — средняя передаваемая энергия. Полагая, что приближенно

$$n \sim \frac{m_e^3 v_f^2 v}{\hbar^3},$$

$$\sigma \sim \left(\frac{e^2}{m_e v_f^2}\right)^2$$

и

$$w \sim m_e v_f v, \tag{1.40}$$

имеем:

$$-\frac{dT}{dt} \sim \frac{T}{t_0}; \tag{1.41}$$

поэтому

$$t_0 = \frac{m_\mu \hbar^3}{m_e^2 e^4} = 5 \cdot 10^{-15} \text{ сек.} \tag{1.42}$$

В частности, для μ^--мезонов с энергией 2 *Кэв* время замедления до нулевой энергии составляет $5{,}4 t_0$ в графите и $4{,}5 t_0$ в железе.

Наконец, рассмотрим каскадные оптические переходы, в результате которых μ^--мезон попадает на *К*-оболочку. Время перехода из состояния с нулевой энергией в состояние с энергией $-Ze^2/r_0$, где $r_0 = \hbar^2/Zm_\mu e^2$, например, в графите составляет $13{,}5 t_0$, а в железе $8{,}0 t_0$. Таким образом, полное время замедления по порядку величины равно 10^{-13} *сек.* Попав на *К*-оболочку, μ^--мезон либо распадается, либо захватывается ядром. Как мы уже видели, процесс захвата преобладает в железе, в то время как в углероде более вероятен спонтанный распад. Это показывает, что оба процесса происходят с более или менее одинаковой вероятностью. Если бы μ^--мезон был частицей Юкавы, он должен был бы сильно взаимодействовать с атомными ядрами и время, необходимое для его поглощения, составляло бы приблизительно 10^{-18} *сек.* Эксперименты же показывают, что по порядку величины это время равно 10^{-6} *сек.* Такое сильное расхождение исключает возможность отождествления μ^--мезона с частицей, предсказанной Юкавой. Более того, оно свидетельствует о том, что между μ-мезонами и ядрами имеет место лишь слабое взаимодействие.

4. В заключение кратко обсудим, как зависят вероятности спонтанного распада и μ-захвата от Z. Рассмотрим прохождение пучка μ-мезонов сквозь вещество: убывание числа μ^+-мезонов будет обусловлено лишь спонтанным распадом, поэтому

время их жизни в веществе будет как раз равно периоду распада:

$$\tau_+ = \tau_{\text{рас}}. \qquad (1.43)$$

С другой стороны, число μ^--мезонов будет убывать также и вследствие μ-захвата, поэтому

$$\frac{1}{\tau_-} = \frac{1}{\tau_+} + \frac{1}{\tau_a}; \qquad (1.44)$$

здесь τ_- — время жизни μ^--мезонов в веществе, а τ_a — вероятность μ-захвата, отнесенная к единице времени.

В окрестности начала координат (и в самом начале) квадрат волновой функции μ^--мезона, находящегося на K-оболочке, пропорционален Z^3. На фиг. 7 изображена область перекрытия ядра и волновой функции μ^--мезона. Таким образом, если при μ-захвате μ^--мезон поглощается протонами ядра, то вероятность поглощения должна быть пропорциональна Z^4, и мы можем записать

$$\frac{1}{\tau_-} = \frac{1}{\tau_+}\left[1 + \left(\frac{Z}{Z_0}\right)^4\right]. \qquad (1.45)$$

Фиг. 7. Область перекрытия волновой функции μ-мезона и ядра.

Здесь $Z_0 = 10{,}2$, поэтому $(Z = Z_0)$ вероятности обоих процессов близки; при $Z > Z_0$ (например, в железе) преобладает μ-захват, а при $Z < Z_0$ (например, в углероде) определяющую роль играет спонтанный распад.

Для больших значений Z приведенную выше формулу следует уточнить [22]:

$$\frac{1}{\tau_-} = \frac{1}{\tau_+}\left[1 + \left(\frac{Z_{\text{эфф}}}{Z_0}\right)^4\right], \qquad (1.46)$$

где

$$Z_{\text{эфф}} = Z\left[1 + \left(\frac{Z}{37{,}2}\right)^{1{,}54}\right]^{-1/1{,}54} \approx \begin{cases} Z & \text{для малых } Z, \\ 37 & \text{для больших } Z. \end{cases} \qquad (1.47)$$

5. Если μ-мезоны взаимодействуют с ядрами лишь посредством слабого взаимодействия, то очень трудно понять, почему они рождаются в больших количествах. Эта трудность непосредственно приводит к двухмезонной теории [23—25].

Двухмезонная теория опирается на предположение о том, что существуют две разновидности мезонов: π-мезоны, осуществляющие сильное ядерное взаимодействие, и μ-мезоны, слабо взаимодействующие с атомными ядрами. Чтобы объяснить обильное рождение μ-мезонов, было выдвинуто предположение,

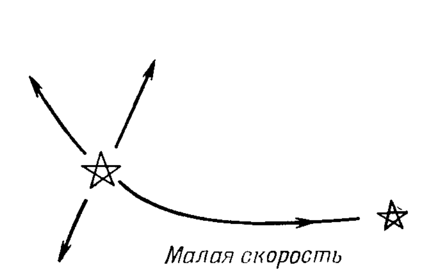
что возникающие в больших количествах π-мезоны распадаются затем на μ-мезоны:

$$N \to N + \pi \quad \text{сильное взаимодействие,}$$
$$\pi \to \mu + \ldots \quad \text{слабое взаимодействие.}$$

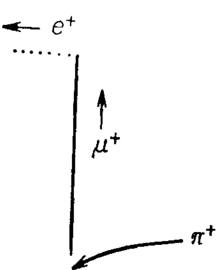
Существование мезонов двух видов вскоре было подтверждено экспериментально группой Пауэлла.

§ 6. *Открытие π-мезонов*

К этому времени Илфорд изготовил для ядерных исследований очень чувствительные фотопластинки. В фотоэмульсии



Фиг. 8. Типичная фотография π^--мезона малой энергии, испущенного в результате расщепления ядра и затем поглощенного другим ядром ядерной фотоэмульсии.



Фиг. 9. Типичная картина последовательного распада $\pi^+ \to \mu^+ \to e^+$ в ядерной эмульсии.

таких пластинок, подвергнутых действию космических лучей на больших высотах над уровнем моря, и были обнаружены треки заряженных мезонов [26, 27].

1. Большинство треков принадлежало μ-мезонам. Однако оказалось, что 10% мезонов вызывают распад атомных ядер, а вслед за тем выяснилось, что еще 10% мезонов испускают после остановки вторичные мезоны. Более того, пробег вторичных мезонов, если отвлечься от статистических флуктуаций, оказался постоянным. Этот результат был истолкован как указание на процесс вида

$$\text{Мезон} \to \text{Мезон} + ?^0. \tag{1.48}$$

Расщепление ядра вызывается поглощением π^--мезона. Это заключение было подтверждено наблюдением «звезд» схематически изображенных на фиг. 8.

При дальнейшем изучении процесса распада были обнаружены случаи распада типа изображенных на фиг. 9. Это по-

служило подтверждением того, что распад носит именно тот характер, который предполагался в двухмезонной теории. В распределении пробегов вторичных μ^+-мезонов был обнаружен пик вблизи среднего значения 612 *мк*. Из факта постоянства пробегов вторичных мезонов следует, что π^+-мезон распадается на две частицы:

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + ?^0. \tag{1.49}$$

Замедление μ^+-мезонов определяется ионизационными потерями,

$$-\left(\frac{dE}{dR}\right)_{\text{ион}} = f(E), \quad \text{или} \quad -\left(\frac{dE}{dR}\right)_{\text{ион}} = f(v). \tag{1.50}$$

Длина трека заряженной частицы от момента, когда ее скорость равна v_0, до остановки дается выражением

$$R = \int\limits_0^{E(v_0)} \frac{dE}{f(E)}, \quad \text{или} \quad R = M \int\limits_0^{v_0} \frac{v\,dv}{f(v)} = Mg(v_0). \tag{1.51}$$

Эту формулу называют «соотношением пробег — энергия».

2. Чтобы определить массы заряженных частиц, мы используем различные комбинации следующих измерений: а) измерение ионизационных потерь; б) измерение кривизны трека в магнитном поле (ср. $mv/e = \rho H$); в) измерение плотности зерен (она зависит от заряда и скорости частицы); г) опыты по многократному кулоновскому рассеянию (из $\bar{\alpha}$ — среднего углового отклонения, отнесенного к единице длины пробега частицы, находят $p\beta$).

Массы частиц таковы (см., например, [17]):

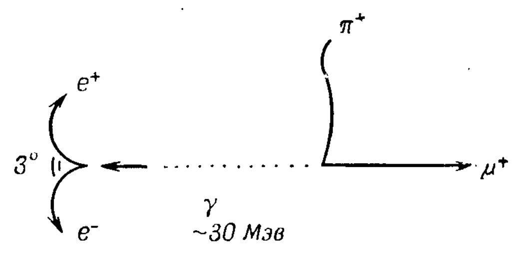
$\pi^\pm$: 139,59 $\pm$ 0,05 *Мэв*,

$\mu^\pm$: 105,655 $\pm$ 0,010 *Мэв*,

$e^\pm$: 0,510976 $\pm$ 0,000007 *Мэв*.

3. Следующий вопрос касается природы нейтральной частицы, испускаемой при распаде π^--мезонов; его изучал О'Силлей [28]. Если предположить, что эта нейтральная частица — одна из известных частиц, то это либо фотон γ, либо нейтрино ν. Предположим, что это фотон; в таком случае он имеет энергию порядка 30 *Мэв*. В фотопластинках, чувствительных к электронам, среднее значение свободного пробега по отношению к процессу фоторождения пар (длина конверсии) составляет 6,5 *см* (фиг. 10). О'Силлей предпринял поиски пар для треков с длиной

порядка 38 *см* и не обнаружил ни одной пары. Если бы в распаде действительно испускался фотон, то вероятность не обнаружить ни одной пары была бы меньше 0,005. Поэтому был



Фиг. 10. Ожидаемый вид фотографии гипотетического распада $\pi^+ \to \mu^+ + \gamma$.

сделан вывод, что наиболее правдоподобный тип распада π^+-мезона — это распад

$$\pi^+ \to \mu^+ + \nu, \tag{1.52}$$

и, следовательно, μ-мезон, вероятно, фермион.

4. Время жизни π-мезона равно (см., например, [17])

$$\tau(\pi^\pm) = (2{,}55 \pm 0{,}03) \cdot 10^{-8} \text{ сек.}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Yukawa H., Proc. Phys.-Math. Soc. Japan, **17**, 48 (1935).
2. Wick G. C., Nature, **142**, 993 (1938).
3. Yukawa H., Sakata S., Proc. Phys.-Math. Soc. Japan, **19**, 1084 (1937).
4. Fröhlich H., Heitler W., Kemmer N., Proc. Roy. Soc., **A166**, 154 (1938).
5. Kemmer N., Proc. Roy. Soc., **A166**, 127 (1938); Proc. Cambridge Phil. Soc., **34**, 354 (1938).
6. Pauli W., Weisskopf V. F., Helv. Phys. Akta, **7**, 706 (1935).
7. Yukawa H., Sakata S., Taketani M., Proc. Phys.-Math. Soc. Japan, **20**, 319 (1938).
8. Bhabha H. J., Proc. Roy. Soc., **A166**, 501 (1938).
9. Stueckelberg E. C. G., Helv. Phys. Acta, **11**, 299 (1938).
10. Miyamoto Y., Progr. Theoret. Phys. (Kyoto), **3**, 124 (1948).
11. Glauber R. J., Progr. Theoret. Phys. (Kyoto), **9**, 295 (1953).
12. Anderson C. D., Neddermeyer S. H., Phys. Rev., **51**, 884 (1937); **54**, 88 (1938).
13. Street C., Stevenson E., Phys. Rev., **51**, 1005 (1937).
14. Heitler W., Quantum Theory of Radiation, Oxford, New York, 1954. (Имеется перевод: В. Гайтлер. Квантовая теория излучения, ИЛ, 1956.)
15. Auger P., Ehrenfest P., Fereon A., Fournier M., Compt. Kend., **204**, 257 (1937).

16. Williams E. J., Roberts G. E., Nature, **145**, 102 (1940).
17. Proceedings of the 2th Conference on High Energy Physics, New York, 1960.
18. Tomonaga S., Araki G., Phys. Rev., **58**, 90 (1940).
19. Conversi M., Pancini E., Piccioni O., Phys. Rev., **71**, 209 (1947).
20. Fermi E., Teller E., Weisskopf V. F., Phys. Rev., **71**, 314 (1947).
21. Fermi E., Teller E., Phys. Rev., **72**, 399 (1947).
22. Wheeler J. A., Rev. Mod. Phys., **21**, 133 (1949).
23. Sakata S., Inoue T., Progr. Theoret. Phys. (Kyoto), **1**, 143 (1946).
24. Tanikawa Y., Progr. Theoret. Phys. (Kyoto), **1**, 200 (1946).
25. Marshak R. E., Bethe H. A., Phys. Rev., **72**, 506 (1947).
26. Lattes C. M. G., Muirhead H., Occhialini G. P. S., Powell C. F., Nature, **159**, 694 (1947).
27. Lattes C. M. G., Occhialini G. P. S., Powell C. F., Nature, **160**, 453, 486 (1947).
28. O'Ceallaigh C., Phil. Mag., **41**, 838 (1950).

Глава **2**

ПРИНЦИПЫ ИНВАРИАНТНОСТИ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТИПА ПИОНОВ

Чтобы определить, к какому типу частиц относятся π-мезоны, которые всюду в дальнейшем будут называться пионами, мы воспользуемся принципами инвариантности. В отсутствие теории, заслуживающей доверия в количественном отношении, необходимо ограничиться наиболее строгими принципами инвариантности. В этой главе мы обсудим три вопроса: 1) обращение времени, 2) четность и 3) зарядовое сопряжение.

§ 1. Обращение времени в классической теории

Из перечисленных выше принципов инвариантности только обращение времени можно рассмотреть в рамках классической теории. В общем случае принцип симметрии, или закон сохранения, является следствием инвариантности теории относительно какой-либо группы преобразований. Вот некоторые примеры свойств инвариантности системы и вытекающие из них законы сохранения:

Группа преобразований	*Закон сохранения*
Трансляции во времени	Энергия
Пространственные трансляции	Импульс
Повороты	Момент импульса

Насколько известно автору, обращение времени — единственное дискретное преобразование, появляющееся в классической теории. Прежде всего дадим абстрактное определение инвариантности относительно обращения времени.

Рассмотрим совокупность S динамических переменных, другими словами, точку в фазовом пространстве, которая полностью определяет состояние динамической системы. Если система состоит из одной частицы, то точка S задается координатой и импульсом частицы:

$$S = S(\mathbf{x}, \mathbf{p}). \tag{2.1}$$

Пусть в начальный момент времени система находилась в состоянии $S_i(\mathbf{x}_i, \mathbf{p}_i)$, а по прошествии периода времени T пере-

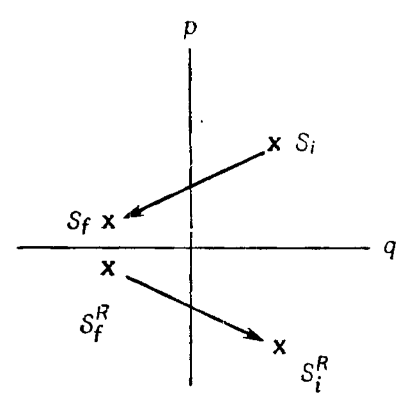
шла в состояние $S_f(\mathbf{x}_f, \mathbf{p}_f)$:

$$S_i \xrightarrow{T} S_f. \tag{2.2}$$

Говорят, что система обратима, если на множестве состояний S можно определить преобразование R, такое, что каждому состоянию S ставится в соответствие одно и только одно состояние S^R, причем

$$S_f^R \xrightarrow{T} S_i^R. \tag{2.3}$$

Таким образом, ясно, что преобразование R осуществляет отображение фазового пространства системы самого на себя, как это иллюстрируется фиг. 11.



Фиг. 11. Отображение фазового пространства $S \to S^R$ в случае обратимой системы.

Если же такого преобразования R не существует, то говорят, что система необратима.

Пусть, к примеру, мяч, брошенный из точки A, через время T падает в точку B. При правильном подборе начальных условий мяч, брошенный из точки B, через время T упадет в точку A, как видно и из фиг. 12. Символически этот факт можно изобразить следующим образом:

$$S_i(\mathbf{x}_A, \mathbf{p}_i) \xrightarrow{T} S_f(\mathbf{x}_B, \mathbf{p}_f)$$

и

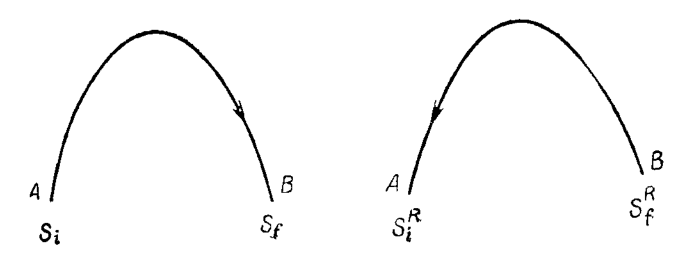
$$S_f^R(\mathbf{x}_B, -\mathbf{p}_f) \xrightarrow{T} S_i^R(\mathbf{x}_A, -\mathbf{p}_i). \tag{2.4}$$

Преобразование R, называемое обращением времени, определяется соотношениями

$$\mathbf{x} \to \mathbf{x}^R = \mathbf{x}, \quad \mathbf{p} \to \mathbf{p}^R = -\mathbf{p}. \tag{2.5}$$

Ниже мы дадим ряд правил, касающихся этого преобразования.

а. Физические величины, не являющиеся динамическими переменными (например, масса, заряд и т. д.), не изменяются при преобразовании R.



Фиг. 12. Два движения материальной точки в гравитационном поле, связанные преобразованием обращения времени.

б. Пусть F — функция динамических переменных $A, B, \ldots$; тогда

$$F(A, B, \ldots)^R = F(A^R, B^R, \ldots). \tag{2.6}$$

в. Гамильтониан и пространственные координаты инварианты относительно преобразования R:

$$H^R = H, \quad \mathbf{x}^R = \mathbf{x}. \tag{2.7}$$

Основываясь на этих правилах, мы построим теорию обращения времени в классической физике.

Теорема 2.1. Пусть Q — произвольная динамическая переменная; тогда

$$(Q, H)^R + (Q^R, H) = 0, \tag{2.8}$$

где ( ) — скобки Пуассона,

$$(u, v) = \sum_r \left(\frac{\partial u}{\partial q_r} \frac{\partial v}{\partial p_r} - \frac{\partial u}{\partial p_r} \frac{\partial v}{\partial q_r} \right).$$

Доказательство. Начнем с соотношений

$$\frac{dQ}{dt} = \sum_r \left(\frac{\partial Q}{\partial q_r} \frac{dq_r}{dt} + \frac{\partial Q}{\partial p_r} \frac{dp_r}{dt} \right) =$$

$$= \sum_r \left(\frac{\partial Q}{\partial q_r} \frac{\partial H}{\partial p_r} - \frac{\partial Q}{\partial p_r} \frac{\partial H}{\partial q_r} \right) = (Q, H).$$

Отсюда видно, что за бесконечно малый интервал времени dt величина Q изменится следующим образом:

$$Q \xrightarrow{dt} Q+(Q,\ H)\,dt \equiv Q'.$$

Инвариантность относительно обращения времени требует, чтобы Q'^R через время dt перешло в Q^R,

$$Q'^R \xrightarrow{dt} Q^R.$$

С помощью канонических уравнений получаем

$$\begin{aligned} Q'^R \xrightarrow{dt} Q'^R + \left(Q'^R,\ H\right)dt &= \\ &= \left(Q^R + (Q,\ H)^R\,dt\right) + \left(Q'^R,\ H\right)dt = \\ &= Q^R + \left[(Q,\ H)^R + (Q^R,\ H)\right]dt + O\left(dt^2\right). \end{aligned}$$

Но последнее выражение должно равняться Q^R, что и доказывает нашу теорему.

Равенство (2.8) эквивалентно требованию инвариантности относительно обращения времени.

Теорема 2.2. $\mathbf{p}^R = -\mathbf{p}$. (2.9)

Доказательство. Положим в соотношении (2.8) $Q=x$, тогда

$$(x,\ H)^R + (x^R,\ H) = (x,\ H)^R + (x,\ H) = 0,$$

или

$$\left(\frac{\partial H}{\partial p_x}\right)^R = -\frac{\partial H}{\partial p_x}.$$

С помощью правила «б» получаем:

$$\frac{\partial H}{\partial p_x^R} = -\frac{\partial H}{\partial p_x}$$

и, следовательно, $p_x^R = -p_x$.

Теорема 2.3. $(F,\ G)^R = -(F^R,\ G^R)$. (2.10)

Доказательство. Эта теорема является обобщением теоремы 2.1. Имеем

$$\begin{aligned} (F,\ G)^R &= \sum_r \left(\frac{\partial F}{\partial x_r}\frac{\partial G}{\partial p_r} - \frac{\partial F}{\partial p_r}\frac{\partial G}{\partial x_r}\right)^R = \\ &= \sum_r \left(\frac{\partial F^R}{\partial x_r^R}\frac{\partial G^R}{\partial p_r^R} - \frac{\partial F^R}{\partial p_r^R}\frac{\partial G^R}{\partial x_r^R}\right) = \\ &= -\sum_r \left(\frac{\partial F^R}{\partial x_r}\frac{\partial G^R}{\partial p_r} - \frac{\partial F^R}{\partial p_r}\frac{\partial G^R}{\partial x_r}\right) = -(F^R,\ G^R). \end{aligned}$$

Теорема 2.4. $(dQ/dt)^R = -dQ^R/dt.$ (2.11)

Доказательство.

$$\left(\frac{dQ}{dt}\right)^R = (Q, H)^R = -(Q^R, H) = -\frac{dQ^R}{dt}.$$

Теорема 2.5. $L^R = L$, где L — лагранжиан системы.

Доказательство.

$$L^R = \left(\sum_r p_r\dot{q}_r - H\right)^R = \sum_r p_r^R \dot{q}_r^R - H^R = L.$$

Рассуждения, относящиеся к механике точечных частиц, можно распространить на классическую теорию поля — классическую электродинамику.

Пусть гамильтониан заряженной частицы в отсутствие внешнего поля равен $H_0(\mathbf{p}, \mathbf{x})$; гамильтониан той же частицы в электромагнитном поле будет иметь вид

$$H = H_0(\mathbf{p} - e\mathbf{A}(\mathbf{x}), \mathbf{x}) + e\varphi(\mathbf{x}), \tag{2.12}$$

где $\mathbf{A}$ и φ — векторный и скалярный потенциалы электромагнитного поля. Мы потребуем, чтобы не только H_0, но и полный гамильтониан H были бы инварианты относительно обращения времени. Так как $H_0^R = H_0$, а $\mathbf{p}^R = -\mathbf{p}$, то H будет инвариантом, если

$$\mathbf{A}^R = -\mathbf{A}, \quad \varphi^R = \varphi. \tag{2.13}$$

Эти соотношения составляют основное правило преобразования полей при обращении времени. Непосредственным следствием его являются соотношения

$$\mathbf{E}^R = \mathbf{E}, \quad \mathbf{H}^R = -\mathbf{H}. \tag{2.14}$$

Последний результат представляется вполне естественным: магнитное поле порождается электрическим током, а ток при R-преобразовании меняет направление. Сила Лоренца, действующая на частицу заряда e, равна

$$\mathbf{F} = e(\mathbf{E} + \dot{\mathbf{x}} \times \mathbf{H}) \quad (\text{здесь } c = 1) \tag{2.15}$$

и представляет собой инвариант

$$\mathbf{F}^R = \mathbf{F}. \tag{2.16}$$

Вектор Умова — Пойнтинга $\mathbf{S}$, пропорциональный $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$, при R-преобразовании меняет знак:

$$\mathbf{S}^R = -\mathbf{S}. \tag{2.17}$$

При обращении времени направление распространения электромагнитной волны меняется на противоположное, но ее поляризация остается неизменной. Это обобщение теоремы 2.2 на электродинамику. Уравнения Максвелла в естественных единицах имеют вид

$$\operatorname{rot}\mathbf{H}-\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}=4\pi\mathbf{j},\quad \operatorname{rot}\mathbf{E}+\frac{\partial\mathbf{H}}{\partial t}=0,$$
$$\operatorname{div}\mathbf{E}=4\pi\rho,\qquad \operatorname{div}\mathbf{H}=0. \tag{2.18}$$

Эти уравнения также инварианты при условии, что

$$\mathbf{j}^R=-\mathbf{j},\quad \rho^R=\rho. \tag{2.19}$$

Для точечного заряда плотность тока и плотность заряда даются выражениями

$$\mathbf{j}(\mathbf{x})=e\dot{\mathbf{x}}_p\delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}_p),$$
$$\rho(\mathbf{x})=e\delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}_p), \tag{2.20}$$

где $\mathbf{x}_p$ — координата частицы.

Если уравнение не инвариантно относительно обращения времени, то соответствующая система необратима. Закон Ома дает тому простой пример:

$$\mathbf{j}=\sigma\mathbf{E}\quad (\text{ср. } \mathbf{j}^R=-\mathbf{j},\ \mathbf{E}^R=\mathbf{E}), \tag{2.21}$$

где σ — проводимость. В этом случае из-за рассеяния джоулева тепла система необратима.

§ 2. Обращение времени в квантовой механике[1])

Если в классической теории состояние системы характеризуется точкой в фазовом пространстве, то в квантовой теории характеристикой состояния является вектор состояний в гильбертовом пространстве. Таким образом, в квантовой механике инвариантность при обращении времени (в представлении Шредингера) означает, что

$$\Psi_f^R \xrightarrow{t} \Psi_i^R, \tag{2.22}$$

если

$$\Psi_i \xrightarrow{t} \Psi_f. \tag{2.23}$$

В классической теории R-преобразование осуществляет отображение фазового пространства на себя, в квантовой теории оно осуществляет отображение гильбертова пространства на себя.

[1]) См. работы [1—6]. Существует большое число различных вариантов трактовки вопросов, связанных с инвариантностью при обращении времени. Мы ссылаемся лишь на наиболее ранние работы. Изложение в этой книге ближе всего к толкованию Швингера.

Относительно преобразования R мы примем следующие постулаты:

а. Если Ψ — вектор состояния системы, то

$$\Psi^R = U^T \Psi^*, \tag{2.24а}$$

где U — унитарный оператор, индекс T означает операцию транспонирования, а «*» — операцию комплексного сопряжения.

б. При рассмотрении динамических переменных мы будем опираться на принцип соответствия:

$$(\Psi^R,\ Q\Psi^R) = \varepsilon_Q (\Psi,\ Q\Psi), \tag{2.24б}$$

где

$$Q^R_{\text{кл}} = \varepsilon_Q Q_{\text{кл}} \quad (\varepsilon_Q = \pm 1). \tag{2.25}$$

Теорема 2.6. $H = UH^TU^{-1}$ (или UH^*U^{-1}, по Вигнеру).

Доказательство. Если

$$\Psi_f = e^{-iHt}\Psi_i,$$

то

$$\Psi_i^R = e^{-iHt}\Psi_f^R.$$

Это есть требование обратимости системы с точки зрения шредингеровского представления. Учитывая постулат «*а*», найдем:

$$\Psi_i^R = e^{-iHt}\left(e^{-iHt}\Psi_i\right)^R,$$

или

$$U^T\Psi_i^* = \left(e^{-iHt}\right)U^T\left(e^{-iHt}\Psi_i\right)^* = \left(e^{-iHt}\right)U^T\left(e^{iH^*t}\right)\Psi_i^*.$$

Это соотношение должно быть справедливым при произвольном Ψ_i; следовательно,

$$U^T = \left(e^{-iHt}\right)U^T\left(e^{iH^Tt}\right), \quad e^{iHt} = \left(U^T\right)e^{iH^Tt}\left(U^T\right)^{-1},$$

или

$$H = U^TH^T\left(U^T\right)^{-1} = \left(U^{-1}HU\right)^T;$$

поэтому

$$H^T = U^{-1}HU \quad \text{и} \quad H = UH^TU^{-1}.$$

Теорема 2.7. Введем определение $Q^R = UQ^TU^{-1}$; тогда

$$(\Psi^R,\ Q\Phi^R) = (\Phi,\ Q^R\Psi). \tag{2.26}$$

Доказательство.

$$(\Psi^R,\ Q\Phi^R) = (\Psi^*,\ U^*QU^T\Phi^*) = (\Phi,\ (U^*QU^T)^T\,\Psi) =$$
$$= (\Phi,\ UQ^TU^{-1}\Psi).$$

На основании постулата «б» получаем в соответствии с классическим соотношением (2.25)

$$Q^R = \varepsilon_Q Q. \tag{2.27}$$

Из теоремы 2.6 следует, что

$$H^R = H. \tag{2.28}$$

Таково необходимое условие обратимости системы; однако система будет наверняка обратимой, только если можно найти унитарную матрицу U, удовлетворяющую соотношению

$$UQ^T U^{-1} = \varepsilon_Q Q. \tag{2.29}$$

Тесная связь с классической теорией выделяется более отчетливо, если R-преобразование системы записывать через операторы физических величин, а не через векторы состояний. Более того, в противоположность R-преобразованию векторов состояний все операторные соотношения остаются в силе независимо от выбора представления.

1. Свойства R-преобразования.

1. Преобразование R есть линейный оператор:

$$(c_1 Q_1 + c_2 Q_2)^R = c_1 Q_1^R + c_2 Q_2^R, \tag{2.30}$$

где c_1 и c_2 суть c-числа.

2. $$(Q_1 Q_2)^R = Q_2^R Q_1^R. \tag{2.31}$$

3. Если Q — наблюдаемая, то

$$Q^{RR} = \varepsilon_Q^2 Q = Q. \tag{2.32}$$

Теорема 2.8. $U^T = cU$, где c есть c-число, модуль которого равен единице.

Доказательство.

$$Q^{RR} = U(UQ^T U^{-1})^T U^{-1} = (U^T U^{-1})^{-1} Q (U^T U^{-1}) = Q.$$

Таким образом, $U^T U^{-1}$ коммутирует с произвольной наблюдаемой и, следовательно, должно быть c-числом:

$$U^T U^{-1} = c.$$

Наконец, поскольку U — унитарный оператор, модуль $|c| = 1$.

Теорема 2.9. $[F, G]^R = -[F^R, G^R]$.

Доказательство. Эта теорема непосредственно следует из свойства 2 R-преобразования и соответствует теореме 2.3

классической теории. Преобразование R не изменяет канонических перестановочных соотношений:

$$[x,\ p_x]^R = -[x^R,\ p_x^R] = -[x,\ -p_x] = [x,\ p_x],$$

как и должно быть ввиду того факта, что коммутатор представляет собой c-число.

2. Построение оператора U. Как было уже отмечено, мы должны найти унитарный оператор U, который удовлетворяет соотношению

$$UQ^TU^{-1} = \varepsilon_Q Q,$$

где Q — произвольная наблюдаемая.

а. Координаты бесспиновой частицы. Наша задача — установить существование оператора U в каком-либо определенном представлении. Возьмем координатное представление, в котором

$$x^* = x^T = x. \tag{2.33}$$

В этом представлении оператор импульса p_x имеет вид

$$p_x = \frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial x}. \tag{2.34}$$

Как известно,

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)^T = -\frac{\partial}{\partial x}, \quad \text{или} \quad p_x^T = -p_x;$$

следовательно, выбрав $U = 1$, мы получим

$$x^R = Ux^TU^{-1} = x \ \text{ и } \ p_x^R = Up_x^TU^{-1} = -p_x. \tag{2.35}$$

б. Момент импульса. Орбитальный момент определяется соотношением

$$\mathbf{L} = \mathbf{x} \times \mathbf{p}$$

и при обращении времени преобразуется следующим образом:

$$\mathbf{L}^R = -\mathbf{L}. \tag{2.36}$$

Полный момент частицы со спином $^1/_2$ равен

$$\mathbf{J} = \mathbf{L} + \frac{1}{2}\boldsymbol{\sigma},$$

а из принципа соответствия следует, что

$$\mathbf{J}^R = -\mathbf{J} \ \text{ и, следовательно, } \ \boldsymbol{\sigma}^R = -\boldsymbol{\sigma}. \tag{2.37}$$

Таким образом, искомый оператор U должен удовлетворять соотношению

$$U\boldsymbol{\sigma}^TU^{-1} = -\boldsymbol{\sigma}. \tag{2.38}$$

Если матрицы σ взять в представлении Паули:

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \tag{2.39}$$

то

$$U = \sigma_y. \tag{2.40}$$

Обратим внимание, что здесь $U^T = -U$ (ср. с теоремой 2.8).

Теорема 2.10. Пусть Φ — собственный вектор наблюдаемой Q, так что

$$Q\Phi = q\Phi \quad (q \text{ — собственное значение}); \tag{2.41}$$

тогда

$$Q\Phi^R = \varepsilon_Q q \Phi^R. \tag{2.42}$$

Доказательство. Из соотношения (2.41) следует:

$$(Q\Phi)^R = q\Phi^R.$$

С другой стороны,

$$(Q\Phi)^R = U^T (Q\Phi)^* = U^T Q^* (U^T)^{-1} U^T \Phi^* =$$
$$= U^T Q^T (U^T)^{-1} \Phi^R = (U^{-1} Q U)^T \Phi^R = \varepsilon_Q Q \Phi^R.$$

Тем самым справедливость формулы (2.42) установлена.

В качестве примера укажем соотношение

$$(\Phi_{\mathbf{p},\,\sigma})^R = \Phi_{-\mathbf{p},\,-\sigma}, \tag{2.43}$$

справедливое с точностью до возможного фазового множителя. Точнее говоря, имеет место следующая теорема:

Теорема 2.11.

$$(\Phi^{(+)}_{\mathbf{p},\,\sigma})^R = \Phi^{(-)}_{-\mathbf{p},\,-\sigma}, \tag{2.44}$$

где $\Phi^{(+)}$ — *ин*-состояние, а $\Phi^{(-)}$ — *аут*-состояние [1]). Интуитивный смысл этих состояний можно усмотреть из фиг. 13 и 14.

Доказательство. Эту теорему можно доказать, используя теорию рассеяния в формулировке Липмана — Швингера. Уравнение Липмана — Швингера имеет вид

$$\Phi^{(+)}_a = \Phi_a + \frac{1}{E_a - H_0 + i\varepsilon} V \Phi^{(+)}_a, \tag{2.45}$$

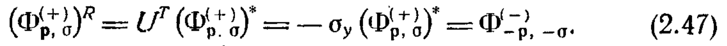
где Φ_a означает состояние падающей плоской волны, а индекс a стоит вместо индексов импульса и спина падающей ча-

[1]) Векторы состояний $\Phi^{(+)}$ и $\Phi^{(-)}$ представляют собой независимые решения задачи рассеяния, удовлетворяющие асимптотическим условиям для расходящейся и сходящейся сферической волны соответственно. Подробно об этом см., например, в курсе С. Швебера [24*], стр. 300. — *Прим. ред.*

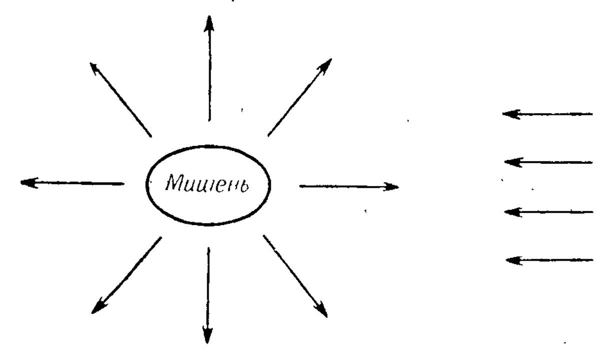
стицы, $a=(\mathbf{p}, \sigma)$. Применяя к уравнению (2.45) преобразование R, найдем:

$$(\Phi_a^{(+)})^R = \Phi_a^R + U^T \left(\frac{1}{E_a - H_0 + i\varepsilon} V\Phi_a^{(+)}\right)^* =$$
$$= \Phi_a^R + U^T \left(\frac{1}{E_a - H_0^* - i\varepsilon} V^*\right) (U^T)^{-1} U^T (\Phi_a^{(+)})^* =$$
$$= \Phi_{-a} + U^T \left(\frac{1}{E_a - H_0^T - i\varepsilon} V^T\right) (U^T)^{-1} (\Phi_a^{(+)})^R =$$
$$= \Phi_{-a} + \frac{1}{E_a - H_0 - i\varepsilon} V (\Phi_a^{(+)})^R. \tag{2.46}$$

Но это есть в точности уравнение, которому удовлетворяет $\Phi_{-a}^{(-)}$, где $-a$ означает $(-\mathbf{p}, -\sigma)$. Следовательно, мы получаем:



$$(\Phi_{\mathbf{p},\sigma}^{(+)})^R = U^T (\Phi_{\mathbf{p},\sigma}^{(+)})^* = -\sigma_y (\Phi_{\mathbf{p},\sigma}^{(+)})^* = \Phi_{-\mathbf{p},-\sigma}^{(-)}. \tag{2.47}$$



Фиг. 13. Приходящая плоская волна и расходящаяся рассеянная сферическая волна, соответствующие состоянию $a^{(+)}$.

Здесь мы снова отвлекались от возможных усложнений, связанных с фазовым множителем. Приведенное выше уравнение в общем случае справедливо с точностью лишь до некоторого фазового множителя, когда этот последний в какой-либо мере существен. Таким образом, нет необходимости решать уравнение для $\Phi^{(-)}$, если известно $\Phi^{(+)}$. Формализм Липмана — Швингера мы вновь обсудим в гл. 4, здесь же будет поучительно привести другое доказательство теоремы, опирающееся непосредственно на уравнение Шредингера.

Попытаемся найти решение уравнения Шредингера

$$(H_0 + V)\psi_a = E\psi_a, \tag{2.48}$$

соответствующее рассеянию падающей волны. Пусть φ означает падающую плоскую волну и удовлетворяет уравнению

$$H_0\varphi_a = E\varphi_a;$$

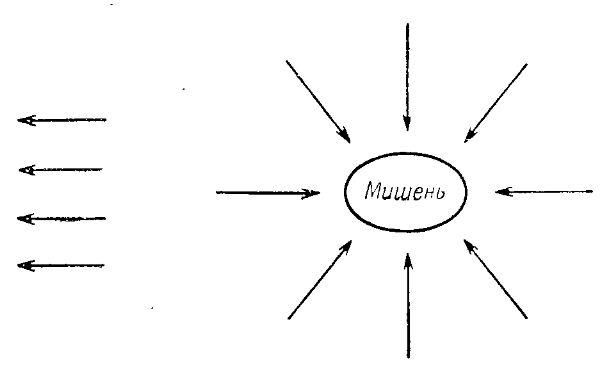
тогда волновая функция $\psi^{(+)}$, соответствующая расходящейся сферической волне (см. фиг. 13), будет подчиняться интегральному уравнению

$$\psi_a^{(+)}(\mathbf{x}) = \varphi_a(\mathbf{x}) - \frac{m}{2\pi}\int d^3x' \frac{e^{ik|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|}}{|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|} V(\mathbf{x}')\psi_a^{(+)}(\mathbf{x}'), \qquad (2.49)$$

где $E = k^2/2m$.

С другой стороны, можно найти решение, содержащее сходящуюся сферическую волну, изображенную на фиг.14:

$$\psi_a^{(-)}(\mathbf{x}) = \varphi_a(\mathbf{x}) - \frac{m}{2\pi}\int d^3x' \frac{e^{-ik|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|}}{|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|} V(\mathbf{x}')\psi_a^{(-)}(\mathbf{x}'). \qquad (2.50)$$



Фиг. 14. Сходящаяся сферическая волна и уходящая плоская волна, соответствующие состоянию $a^{(-)}$.

Применим теперь к уравнению (2.49) преобразование R:

$$(\psi_a^{(+)}(\mathbf{x}))^R = (\varphi_a(\mathbf{x}))^R - \frac{m}{2\pi} U^T \left[\int d^3x' \frac{e^{ik|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|}}{|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|} V(\mathbf{x}')\psi_a^{(+)}(\mathbf{x}')\right]^* =$$

$$= (\varphi_a(\mathbf{x}))^R - \frac{m}{2\pi}\int d^3x' \frac{e^{-ik|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|}}{|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|} U^T V^*(\mathbf{x}')(\psi_a^{(+)}(\mathbf{x}'))^* =$$

$$= \varphi_{-a}(\mathbf{x}) - \frac{m}{2\pi}\int d^3x' \frac{e^{-ik|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|}}{|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|} V(\mathbf{x}')(\psi_a^{(+)}(\mathbf{x}'))^R. \qquad (2.51)$$

Из сравнения соотношений (2.50) и (2.51) ясно, что

$$(\psi_a^{(+)}(\mathbf{x}))^R = \psi_{-a}^{(-)}(\mathbf{x}). \qquad (2.52)$$

В практическом смысле наиболее полезной оказывается следующая теорема:

Теорема 2.12. $S^R = S$, где S — матрица рассеяния.

Доказательство. Существует несколько способов записи матрицы рассеяния; здесь мы возьмем S-матрицу в форме Липмана — Швингера

$$S_{ba} = (\Phi_b^{(-)}, \Phi_a^{(+)}). \tag{2.53}$$

Из соотношения (2.26) сразу же получаем

$$S_{ba} = (\Phi_a^{(+)R}, \Phi_b^{(-)R}).$$

Воспользовавшись теперь теоремой 2.11, находим

$$S_{ba} = (\Phi_{-a}^{(-)}, \Phi_{-b}^{(+)}) = S_{-a,\,-b}. \tag{2.54}$$

Эта формула служит основой для принципа детального равновесия. Запишем теперь элемент S-матрицы с помощью плоских волн:

$$S_{ba} = (\Phi_b, S\Phi_a). \tag{2.55}$$

Комбинируя далее соотношения (2.54) и (2.55), получим:

$$(\Phi_b, S\Phi_a) = (\Phi_{-a}, S\Phi_{-b}) = (\Phi_a^R, S\Phi_b^R) = (\Phi_b, S^R\Phi_a).$$

§ 3. *Принцип детального равновесия*

Рассмотрим реакцию

$$a + A \rightleftarrows B + b. \tag{2.56}$$

Предположим, что ее дифференциальное сечение $d\sigma(\rightarrow)/d\Omega$ известно. Тогда, если падающие частицы не поляризованы, мы можем найти дифференциальное сечение обратной реакции. Рассмотрим эту задачу в системе центра инерции, обозначив относительные импульсы частицы в начальном и конечном состояниях через $\mathbf{p}_i$ и $\mathbf{p}_f$ соответственно. Из формулы (2.54) имеем

$$\langle \mathbf{p}_f, \sigma_f\, |S|\, \mathbf{p}_i, \sigma_i \rangle = \langle -\mathbf{p}_i, -\sigma_i\, |S|\, -\mathbf{p}_f, -\sigma_f \rangle, \tag{2.57}$$

где мы написали σ_i вместо σ_a и σ_A, а σ_f вместо σ_b и σ_B. Суммирование по начальным и конечным спиновым состояниям дает

$$\sum_{\text{спин}} |\langle \mathbf{p}_f, \sigma_f |S|\, \mathbf{p}_i, \sigma_i \rangle|^2 = \sum_{\text{спин}} |\langle -\mathbf{p}_i, -\sigma_i\, |S|\, -\mathbf{p}_f, -\sigma_f \rangle|^2. \tag{2.58}$$

Это выражение в силу его инвариантности относительно поворотов должно быть функцией скалярных произведений $\mathbf{p}_i^2$, $\mathbf{p}_f^2$ и $\mathbf{p}_i \cdot \mathbf{p}_f$, поэтому его правую часть можно переписать следующим

образом:

$$\sum_{\text{спин}} |\langle \mathbf{p}_i, -\sigma_i | S | \mathbf{p}_f, -\sigma_f \rangle|^2 = \sum_{\text{спин}} |\langle \mathbf{p}_i, \sigma_i | S | \mathbf{p}_f, \sigma_f \rangle|^2. \quad (2.59)$$

(Здесь мы воспользовались тем, что спиновые индексы в этой сумме немые.) Следовательно, та часть вероятности перехода, которая зависит от динамики процесса, оказывается одинаковой для прямой и обратной реакций, так что различие в дифференциальных сечениях появляется только за счет кинематического множителя. В случае *неполяризованных пучков*

$$\frac{d\sigma(\rightarrow)}{d\Omega} = \left(\frac{2\pi}{W}\right)^2 \left(\frac{p_f}{p_i}\right) \frac{\sum_{\text{спин}} |S(\rightarrow)|^2}{(2S_a+1)(2S_A+1)}, \quad (2.60\text{а})$$

$$\frac{d\sigma(\leftarrow)}{d\Omega} = \left(\frac{2\pi}{W}\right)^2 \left(\frac{p_i}{p_f}\right) \frac{\sum_{\text{спин}} |S(\leftarrow)|^2}{(2S_b+1)(2S_B+1)}, \quad (2.60\text{б})$$

где W — полная энергия системы. Эти формулы выводятся в гл. 4, там же обсуждается вопрос о нормировке амплитуд $S(\rightarrow)$ и $S(\leftarrow)$. Используя равенство вероятностей перехода (2.58) и (2.59), приходим к соотношению

$$\frac{d\sigma(\rightarrow)/d\Omega}{d\sigma(\leftarrow)/d\Omega} = \left(\frac{p_f}{p_i}\right)^2 \frac{(2S_b+1)(2S_B+1)}{(2S_a+1)(2S_A+1)}, \quad (2.61)$$

которое называют принципом детального равновесия.

Приложения этой формулы в ядерной физике весьма многочисленны, но мы ограничимся здесь лишь ее применением к определению спина пионов.

§ 4. Определение спина заряженного пиона

В 1951 г. Маршак [7] и Честон [8] предложили для определения спина заряженных пионов применить принцип детального равновесия к реакции

$$\pi^+ + d \rightleftarrows p + p. \quad (2.62)$$

Поскольку спины протона и дейтрона уже известны, то формула (2.61) в случае этой реакции дает:

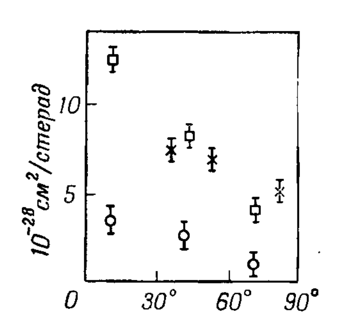
$$\frac{d\sigma(\rightarrow)/d\Omega}{d\sigma(\leftarrow)/d\Omega} = \frac{4}{3}\,\frac{p^2}{q^2(2S+1)}, \quad (2.63)$$

где p и q — импульсы протона и пиона в системе центра инерции, а S — неизвестный спин пиона. Заметим, однако, что вслед-

ствие неразличимости частиц в конечном двухпротонном состоянии для полных сечений имеет место соотношение

$$\frac{\sigma(\rightarrow)}{\sigma(\leftarrow)} = \frac{2}{3}\frac{p^2}{q^2(2S+1)}. \tag{2.64}$$

С другой стороны, к этому времени Картрайт, Ричмэн, Уайтхед и Уилкокс измерили сечение реакции $d\sigma(\leftarrow)/d\Omega$ для протонов с начальной энергией 340 *Мэв* в лабораторной системе, порождавших дейтрон и пион с энергией 21 *Мэв* в системе центра инерции. Таким образом, положив $S=0$ или 1, можно было рассчитать $d\sigma(\rightarrow)/d\Omega$ и нанести на график (фиг. 15). Дурбин, Лоэр и Стейнбергер [9] выполнили прямое измерение $d\sigma(\rightarrow)/d\Omega$; их результаты обнаружили согласие с вариантом $S=0$. Для сравнения результаты этих измерений также приводятся на фиг. 15. Аналогичные измерения были выполнены Кларком, Робертсом и Вильсоном [10].



Фиг. 15. Дифференциальное сечение реакции $\pi^+ + d \rightarrow p + p$. Точки, рассчитанные в предположении, что спин π^+-мезона равен 0 или 1, обозначены соответственно □ и ○; значками × обозначены точки, полученные в измерениях Дурбина, Лоэра и Стейнбергера.

§ 5. Обращение времени в теории поля

В механике материальных точек роль операторов играли x, p_x и т. д. В теории поля мы имеем дело с трансформационными свойствами операторов различных полей. Рассмотрим взаимодействующие поля 1, 2, ..., s. Тогда оператор U будет представлен прямым произведением

$$U = U_1 \times U_2 \times U_3 \times \ldots \times U_s, \tag{2.65}$$

где U_s — унитарный оператор, осуществляющий обращение времени для поля s.

Начнем с хорошо известного случая электромагнитного поля:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(x)^R &= U\mathbf{E}(x)^T U^{-1} = \mathbf{E}(x), \\ \mathbf{H}(x)^R &= U\mathbf{H}(x)^T U^{-1} = -\mathbf{H}(x). \end{aligned} \tag{2.66}$$

Разложим напряженности полей в ряды Фурье:

$$\mathbf{E}(x)=\sum_{\mathbf{k},\,\mathbf{e}}\frac{-i}{\sqrt{2kV}}\,\mathbf{e}\cdot k\,[a(\mathbf{k},\,\mathbf{e})\,e^{ikx}-a^{+}(\mathbf{k},\,\mathbf{e})\,e^{-ikx}],$$
$$\mathbf{H}(x)=\sum_{\mathbf{k},\,\mathbf{e}}\frac{-i}{\sqrt{2kV}}\,\mathbf{e}\times\mathbf{k}\,[a(\mathbf{k},\,\mathbf{e})\,e^{ikx}-a^{+}(\mathbf{k},\,\mathbf{e})\,e^{-ikx}], \tag{2.67}$$

где $\mathbf{e}$ — вектор поляризации электромагнитного поля, а $a^{+}(\mathbf{k},\mathbf{e})$ — оператор рождения фотона с импульсом $\mathbf{k}$ и поляризацией $\mathbf{e}$, удовлетворяющий перестановочным соотношениям

$$[a(\mathbf{k},\,\mathbf{e}),\,a^{+}(\mathbf{k}',\,\mathbf{e}')]=\begin{cases}1, & \text{если } \mathbf{k}=\mathbf{k}',\quad \mathbf{e}=\mathbf{e}',\\ 0 & \text{в остальных случаях.}\end{cases} \tag{2.68}$$

Мы будем пользоваться следующим представлением оператора a:

$$a(\mathbf{k},\,\mathbf{e})=1\times1\times\ldots\times\begin{pmatrix}0 & 1 & 0 & 0 & \ldots\\ 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & \ldots\\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{3} & \ldots\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \ldots\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \ldots\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \ldots\end{pmatrix}\times\ldots\times1. \tag{2.69}$$

Оператор $a(\mathbf{k},\mathbf{e})$ действует в гильбертовом пространстве, образуемом в свою очередь прямым произведением счетного множества гильбертовых пространств, соответствующих различному выбору $\mathbf{k}$ и $\mathbf{e}$. Представление этого оператора отлично от единичной матрицы только в том гильбертовом пространстве, которое соответствует данным значениям $\mathbf{k}$ и $\mathbf{e}$. Заметим, что в этом представлении матрицы a и a^{+} — действительные. С помощью формулы (2.66) находим

$$a(\mathbf{k},\,\mathbf{e})^{R}=-a^{+}(-\mathbf{k},\,\mathbf{e}),$$
$$a^{+}(\mathbf{k},\,\mathbf{e})^{R}=-a(-\mathbf{k},\,\mathbf{e}). \tag{2.70}$$

Обращение времени преобразует оператор уничтожения фотона $a(\mathbf{k},\mathbf{e})$ в оператор рождения фотона $a^{+}(-\mathbf{k},\mathbf{e})$. Теперь мы должны найти матрицу U, которая в выбранном представлении удовлетворяет соотношениям

$$Ua^{+}(\mathbf{k},\,\mathbf{e})\,U^{-1}=-a^{+}(-\mathbf{k},\,\mathbf{e}),$$
$$Ua(\mathbf{k},\,\mathbf{e})\,U^{-1}=-a(-\mathbf{k},\,\mathbf{e}). \tag{2.71}$$

Решение этих уравнений дается выражением

$$U = \exp\left[\frac{i\pi}{2}(a^{+}(\mathbf{k},\ \mathbf{e}) + a^{+}(-\mathbf{k},\ \mathbf{e}))(a(\mathbf{k},\ \mathbf{e}) + a(-\mathbf{k},\ \mathbf{e}))\right] = \\ = U(\mathbf{k},\ \mathbf{e}). \qquad (2.72)$$

Таким образом, в случае электромагнитного поля матрица U имеет вид

$$U_{\text{э.-м.}} = \prod_{\mathbf{k},\ \mathbf{e}} U(\mathbf{k},\ \mathbf{e}), \qquad (2.73)$$

причем в силу того, что $U(\mathbf{k}, \mathbf{e}) = U(-\mathbf{k}, \mathbf{e})$, это произведение охватывает только полупространство импульсов $\mathbf{k}$, например полупространство $k_x > 0$. Заметим также, что в этом представлении $U^T = U$ (ср. с теоремой 2.8).

Перейдем теперь к дираковскому полю. В этом случае мы просто будем предполагать существование унитарного оператора обращения времени, не пытаясь определить его явный вид.

В классической электродинамике имели место равенства (2.19); соответственно для дираковского поля должны выполняться соотношения

$$\begin{aligned} (\psi^{\dagger}\boldsymbol{\alpha}\psi)^R &= -\psi^{\dagger}\boldsymbol{\alpha}\psi, \\ (\psi^{\dagger}\psi)^R &= \psi^{\dagger}\psi. \end{aligned} \qquad (2.74)$$

Примем в качестве предположения, что

$$\psi_{\alpha}^R = \psi_{\beta}^{\dagger} R_{\beta\alpha}, \quad \psi_{\alpha}^{\dagger R} = R_{\alpha\beta}^{-1}\psi_{\beta}. \qquad (2.75)$$

Перестановочные соотношения не меняются при этом преобразовании [1]):

$$\{\psi_{\alpha}(\mathbf{x}),\ \psi_{\beta}^{\dagger}(\mathbf{x}')\}^R = \{\psi_{\beta}^{\dagger}(\mathbf{x}')^R,\ \psi_{\alpha}(\mathbf{x})^R\} = \\ = R_{\beta\gamma}^{-1}\{\psi_{\gamma}(\mathbf{x}'),\ \psi_{\delta}^{\dagger}(\mathbf{x})\} R_{\delta\alpha} = \delta_{\alpha\beta}\delta(\mathbf{x}' - \mathbf{x}). \qquad (2.76)$$

Нетрудно показать, что и гамильтониан свободного поля, имеющий вид

$$H = \int d^3x\, [\psi^{\dagger}(\mathbf{x})\,\boldsymbol{\alpha}\mathbf{p}\psi(\mathbf{x}) + m\psi^{\dagger}(\mathbf{x})\,\beta\psi(\mathbf{x})], \qquad (2.77)$$

где $\mathbf{p} = (1/i)\,\boldsymbol{\nabla}$, также инвариантен относительно этого преобразования.

Мы должны показать, что существует матрица R, имеющая правильные трансформационные свойства.

---

[1]) В соотношении (2.76) операторы $\psi_{\alpha}(\mathbf{x})$ и $\psi_{\beta}^{\dagger}(\mathbf{x}')$ относятся к одному моменту времени $t = t'$. — *Прим. ред.*

Из равенства

$$(\psi^{\dagger}O\psi)^{R} = \psi^{\dagger}RO^{T}R^{-1}\psi \qquad (2.78)$$

следует, что

$$R\alpha^{T}R^{-1} = -\alpha, \quad R\beta^{T}R^{-1} = \beta. \qquad (2.79)$$

Решение этих уравнений (с точностью до фазового множителя) можно представить в виде

$$R = \gamma_5 C, \qquad (2.80)$$

где C — оператор зарядового сопряжения, удовлетворяющий соотношению

$$C\gamma_{\mu}^{T}C^{-1} = -\gamma_{\mu}. \qquad (2.81)$$

(Свойства оператора зарядового сопряжения C мы обсудим несколько позже в этой главе.) При выводе последних формул были учтены соотношения

$$\beta\alpha_k = i\gamma_k \quad (k = 1, 2, 3) \quad \text{и} \quad \beta = \gamma_4.$$

В табл. 1 мы положили $(\bar{\psi}O\psi)^{R} = \varepsilon(\bar{\psi}O\psi)$ и затабулировали значения ε для всех 16 матриц Дирака. Число n в этой таблице показывает, сколько раз появляется индекс 4.

Таблица 1

Трансформационные свойства матриц Дирака

O	1 (скаляр)	γ_{μ} (вектор)	$[\gamma_{\mu}, \gamma_{\nu}]$ (тензор)	$\gamma_5\gamma_{\mu}$ (аксиальный вектор)	γ_5 (псевдоскаляр)
ε	1	$(-1)\times(-1)^{n}$	$(-1)\times(-1)^{n}$	$(-1)\times(-1)^{n}$	-1

Мы рассмотрели обращение времени, пользуясь представлением Шредингера, однако нетрудно распространить полученные результаты на случай представления Гейзенберга. Операторы в представлении Гейзенберга и в представлении Шредингера связаны соотношением

$$O(\mathbf{x}, t) = e^{iHt}O(\mathbf{x})e^{-iHt}. \qquad (2.82)$$

Таким образом, для оператора в представлении Гейзенберга, обращение времени дает

$$O(\mathbf{x}, t)^{R} = e^{-iH^{R}t}O(\mathbf{x})^{R}e^{iH^{R}t} = \varepsilon_0 O(\mathbf{x}, -t) \qquad (2.83)$$

при условии, что $O(x)^{R} = \varepsilon_0 O(x)$. Из соотношения (2.82) ясно, что формула (2.83) справедлива лишь в случае, когда полная

энергия системы сохраняется. В противном случае результат операции обращения времени будет зависеть от начала отсчета времени.

Вопрос об обращении во времени гейзенберговских операторов мы обсудим в гл. 6 в связи с *CPT*-теоремой.

В случае операторов, зависящих от времени, доказательство теоремы 2.12 становится гораздо нагляднее. В представлении взаимодействия гамильтониан взаимодействия $V(t)$ удовлетворяет соотношению

$$V(t)^R = V(-t), \tag{2.84}$$

и S-матрицу можно записать следующим образом:

$$S = 1 + (-i)\int_{-\infty}^{\infty} dt_1 V(t_1) + (-i)^2 \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 V(t_1) V(t_2) + \ldots \tag{2.85}$$

Следовательно,

$$S^R = 1 + (-i)\int_{-\infty}^{\infty} dt_1 V(-t_1) + \\ + (-i)^2 \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 V(-t_2) V(-t_1) + \ldots = S.$$

§ 6. *Четность*

Понятие четности первоначально было введено в квантовой механике. Рассмотрим типичное уравнение Шредингера

$$H\psi = E\psi, \tag{2.86}$$

где

$$H = \sum_{i=1}^{N} \frac{\mathbf{p}_i^2}{2m} + \sum_{i>j} V(r_{ij}), \tag{2.87}$$

а $r_{ij} = |\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|$.

Введем оператор пространственного отражения Π:

$$\Pi f(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots) = f(-\mathbf{x}_1, -\mathbf{x}_2, \ldots). \tag{2.88}$$

Но гамильтониан H есть четная функция $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots$, поэтому

$$\Pi(H\psi) = H(\Pi\psi),$$

или

$$[\Pi, H] = 0. \tag{2.89}$$

Из определения (2.88) немедленно вытекает, что

$$\Pi^2 = 1, \tag{2.90}$$

и, следовательно, собственные значения оператора П равны +1 и —1. Эти собственные значения и называют четностью состояния.

Оператор П не коммутирует ни с **x**, ни с **p**; он антикоммутирует с ними:

$$\Pi \mathbf{p} = -\mathbf{p}\Pi, \quad \Pi \mathbf{x} = -\mathbf{x}\Pi. \tag{2.91}$$

Отсюда следует, что П антикоммутирует с полным импульсом системы **P**:

$$\mathbf{P}\Pi = -\Pi\mathbf{P}. \tag{2.92}$$

Это означает, что четность П можно диагонализировать только в системе центра инерции. Однако весьма существенно, что П коммутирует с оператором момента **L**:

$$[\Pi, \mathbf{L}] = 0, \tag{2.93}$$

где

$$\mathbf{L} = \sum_{i=1}^{N} \mathbf{x}_i \times \mathbf{p}_i.$$

Пусть $Y_{lm}(\theta, \varphi)$ — собственная функция операторов L^2 и L_z, отвечающая собственным значениям $l(l+1)$ и m; тогда

$$\Pi Y_{lm}(\theta, \varphi) = Y_{lm}(\pi - \theta, \varphi + \pi) = (-1)^l Y_{lm}(\theta, \varphi). \tag{2.94}$$

Внутренняя четность. До сих пор мы рассматривали только ту часть четности, которая не зависит от вида частиц; однако если число частиц может меняться, то каждой частице необходимо приписать внутреннюю четность. Это невозможно в классической теории, в которой отсутствует представление о рождении и уничтожении частиц. Поэтому в ней и не рассматривается понятие четности. Соотношения (2.91) представляют еще один аргумент против использования четности в классической теории.

Волновая функция системы или какой-либо ее части, состоящей из частиц a, b, ..., дается выражением $\psi_{ab\ldots}(\mathbf{x}_a, \mathbf{x}_b, \ldots)$, и действие оператора четности определяется соотношением

$$\Pi\psi_{ab\ldots}(\mathbf{x}_a, \mathbf{x}_b, \ldots) = \varepsilon_a\varepsilon_b \ldots \psi_{ab\ldots}(-\mathbf{x}_a, -\mathbf{x}_b, \ldots), \tag{2.95}$$

где ε_a, ε_b, ... — внутренние четности, выбранные таким образом, чтобы П коммутировал с H.

В некоторых случаях невозможно указать такой набор внутренних четностей, чтобы величина П сохранялась; в этих случаях говорят о нарушении закона сохранения четности

(несохранение четности). Мы обсудим этот вопрос позднее, в связи со слабыми взаимодействиями. В этой же главе будет предполагаться, что четность всегда сохраняется. Однако даже и в этом случае внутренние четности не удается определить однозначным образом; обычно придерживаются некоторого соглашения на этот счет. Определение внутренних четностей частиц неразрывно связано с возможностью рождения или уничтожения частиц; в противном случае понятие внутренней четности становится бесполезным.

§ 7. Четность в нерелятивистской ядерной физике

В нерелятивистской ядерной физике рождение и уничтожение нуклонов отсутствуют, поэтому нет необходимости приписывать нуклонам внутреннюю четность. Единственное исключение — реакции с участием фотонов, в которых происходит рождение или уничтожение фотона. Поэтому удобно рассматривать внутреннюю четность фотона.

Взаимодействие заряженной частицы с электромагнитным полем вводится с помощью подстановки Дирака:

$$\mathbf{p} \to \mathbf{p} - e\mathbf{A}(\mathbf{x}). \tag{2.96}$$

Ввиду того что $\mathbf{p}$ и $\mathbf{x}$ подчиняются соотношениям (2.91), для сохранения четности Π необходимо, чтобы она удовлетворяла соотношению

$$\Pi \mathbf{A}(x) \Pi^{-1} = -\mathbf{A}(-\mathbf{x}), \tag{2.97}$$

т. е. $\mathbf{A}(\mathbf{x})$ должен иметь отрицательную четность. Отсюда получаем

$$\Pi \mathbf{H}(\mathbf{x}) \Pi^{-1} = \mathbf{H}(-\mathbf{x}), \quad \Pi \mathbf{E}(\mathbf{x}) \Pi^{-1} = -\mathbf{E}(-\mathbf{x}). \tag{2.98}$$

Рассмотрим, например, реакции с фотонами малых энергий в магнитном дипольном приближении, в котором

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}) \to \mathbf{H}(0). \tag{2.99}$$

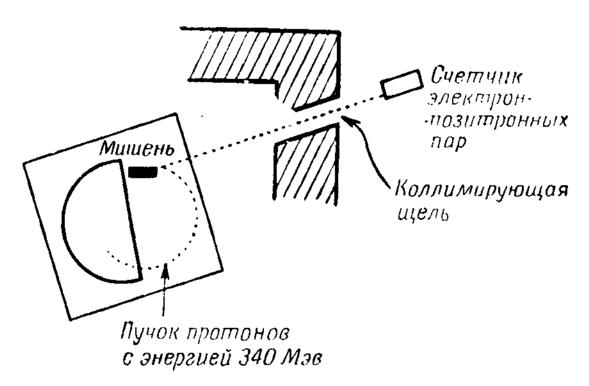
В этом случае четность системы нуклонов должна сохраняться, поэтому, например,

$$\gamma + \underset{^3S}{d} \to \underset{^1S}{n + p}.$$

§ 8. Четность пионов

Сведения о четности π^--мезона можно получить, анализируя результаты опытов Пановского, Аамодта и Хэдли [11] по поглощению π^--мезонов в водороде и дейтерии. В этих же экспериментах была определена и четность π^0-мезонов.

Экспериментальным доказательством существования нейтральных пионов, задолго до того предсказанных теоретически (о чем уже упоминалось в гл. 1), послужило наблюдение фотонов, рождающихся в ядерных реакциях при высоких энергиях (фиг. 16) [1]. Начиная с некоторого значения энергии, рождение фотонов происходит значительно интенсивнее, чем предсказывают электродинамические расчеты. Это значение энергии почти равно порогу рождения заряженных пионов. Более того, энер-



Фиг. 16. Схема эксперимента по обнаружению нейтрального пиона.

гетический спектр фотонов, вылетающих в заданном направлении, имеет хорошо заметный максимум. Эти наблюдения позволяют сделать вывод, что в ядерных реакциях при высоких энергиях (начиная с некоторого порогового значения энергии) происходит рождение нейтрального пиона, имеющего массу, близкую к массе заряженных пионов, и вслед за рождением немедленно распадающегося на два фотона.

1. Пановский, Аамодт и Хэдли [11] исследовали спектр фотонов, возникающих при поглощении отрицательных пионов в водороде. Источником γ-квантов могут служить следующие реакции:

$$\pi^- + p \rightarrow n + \gamma, \quad (2.100)$$

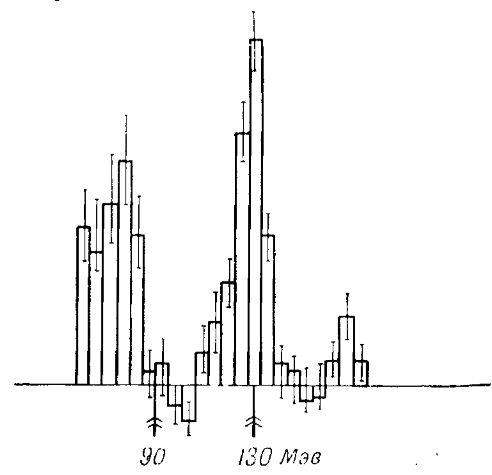
$$\pi^- + p \rightarrow n + \pi^0, \quad \pi^0 \rightarrow 2\gamma \quad (2.101)$$

$$\pi^- + p \rightarrow n + 2\gamma. \quad (2.102)$$

[1] См., например, работу [12].

Наблюдавшийся энергетический спектр γ-квантов приведен на фиг. 17.

а. Пик, обусловленный одиночными γ-квантами. Измеряя энергию γ-квантов, образующихся в реакции (2.100), можно установить массу π^--мезона.



Фиг. 17. Энергетический спектр γ-квантов, образующихся при захвате π^--мезонов в водороде; середина спектрограммы соответствует энергии вблизи 130 *Мэв*.

б. Пик в области низких энергий. Измеряя положение низкоэнергетического пика в спектре γ-квантов, возникающих в реакции (2.101), можно определить разность масс π^-- и π^0-мезонов.

в. Отношение Пановского. Относительная частота реакций (2.101) и (2.100) оказалась равной

$$\frac{(\pi^- + p \to n + \pi^0)}{(\pi^- + p \to n + \gamma)} = 0{,}94 \pm 0{,}20. \qquad (2.103)$$

Это отношение называют отношением Пановского. По современным данным, оно составляет $1{,}5 \div 1{,}6$, т. е. несколько больше, чем указано выше.

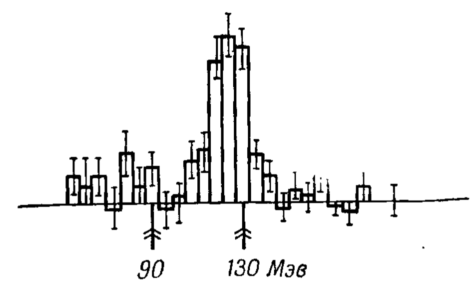
2. Тот же эксперимент можно провести, заменив H_2 на D_2. При этом π^--мезон поглощается в результате следующих процессов:

$$\pi^- + d \to 2n, \qquad (2.104)$$

$$\pi^- + d \to 2n + \gamma, \qquad (2.105)$$

$$\pi^- + d \to 2n + \pi^0. \qquad (2.106)$$

Наблюдавшийся энергетический спектр γ-квантов приведен на фиг. 18. Относительная частота указанных трех реакций, равная, как оказалось, 2 : 1 : 0, весьма важна с физической точки зрения. Эксперименты по поглощению π^--мезонов в дейтерии и водороде выполнялись при одинаковых условиях. Следовательно, можно полагать, что в обоих случаях в единицу времени поглощалось одинаковое число π^--мезонов. Это существенно для определения скорости первого процесса. Однако необходимо проявить осторожность, чтобы не спутать поглощение π^--мезонов, без испускания γ-квантов, с процессом распада $\pi^- \to \mu^- + \nu$.



Фиг. 18. Энергетический спектр γ-квантов, образующихся при захвате π^--мезонов в дейтерии; середина спектрограммы соответствует энергии вблизи 130 *Мэв*.

Чтобы показать, что вероятность распада мала, в эксперименте менялось давление дейтерия. Было подтверждено, что интенсивность γ-квантов пропорциональна давлению, если предположить, что время замедления π^--мезона в результате столкновений значительно меньше времени (π — μ)-распада.

Впоследствии Стейнбергер и Чиновский, а также Кроу и Йорк непосредственным экспериментом подтвердили существование процесса (2.104).

3. Описанные выше эксперименты показали, что π^--мезон теряет энергию за время, очень короткое по сравнению с периодом полураспада. Уайтмен [13], с другой стороны, показал, что время захвата π^--мезона на K-оболочку мезоводорода или мезодейтерия чрезвычайно мало, поэтому вполне можно предположить, что π^--мезон, попавший в результате электромагнитных взаимодействий на K-оболочку, поглощается ядром, испуская в большинстве случаев два нейтрона:

$$\pi^- + d \to n + n,$$

$$^3S \to {}^1S,\ {}^3P,\ {}^1D,\ \ldots \quad \text{(состояния, разрешенные принципом Паули).} \qquad (2.107)$$

Фиксируем внутренние четности нейтрона и протона, положив

$$\varepsilon_p = \varepsilon_n = +1. \qquad (2.108)$$

Так как π^--мезон поглощается из S-состояния, четность начального состояния есть

$$\Pi_i = \varepsilon(\pi^-), \qquad (2.109)$$

где $\varepsilon(\pi^-)$ — внутренняя четность π^--мезона. Четность же конечного состояния равна

$$\Pi_f = (-1)^l, \qquad (2.110)$$

где l — относительный момент двух нейтронов. Если бы π^--мезоны имели нулевой спин и положительную четность, то рассматриваемый процесс, как мы сейчас покажем, был бы запрещен. Будем рассуждать следующим образом: $\Pi_i = +1$; $J_i = 1$; с другой стороны, из условия $\Pi_f = 1$ вытекает, что в конечном состоянии l четно и, следовательно, спиновое состояние двух нейтронов является синглетным, а поэтому J_f также четно. Таким образом, π^--мезон не может быть скалярной частицей [14].

Инвариантность относительно зарядового сопряжения, которую мы рассмотрим еще в этой главе, но несколько позже, гарантирует, что спины и четности π^+- и π^--мезонов одинаковы. Сопоставляя выводы § 4 с высказанными соображениями, мы заключаем, что заряженные пионы являются псевдоскалярными частицами, т. е. имеют спин нуль и отрицательную четность.

Что касается четности π^0-мезона, то мы отметим лишь следующее: если π^0-мезон — также псевдоскалярная частица, то процесс

$$\begin{matrix} \pi^- & + & d & \rightarrow & 2n & + & \pi^0 \\ s & & {}^3S & & {}^3P & & p \end{matrix} \qquad (2.111)$$

должен быть сильно запрещен благодаря эффектам, обусловленным центробежным барьером. Здесь маленькими буквами обозначен момент пиона относительно нуклонов в начальном и конечном состояниях, а прописными — относительный момент двухнуклонной системы в конечном и начальном состояниях.

Процесс (2.111) в экспериментах по поглощению π^--мезонов не наблюдался.

§ 9. Четность в теории поля

К оператору четности предъявляются следующие требования: а) оператор П должен быть унитарным и б) он должен коммутировать с гамильтонианом.

В теории поля необходимо рассматривать трансформационные свойства операторов различных полей при пространственных отражениях. Первое из указанных выше требований может быть удовлетворено, если такие преобразования не влияют на перестановочные соотношения. Второе требование связано с законом сохранения четности. Мы рассмотрим вопрос о преобразовании операторов различных полей в представлении Шредингера.

В параграфе, посвященном нерелятивистской ядерной физике, мы выяснили, что для фотона справедливы соотношения

$$\begin{aligned} \Pi \mathbf{A}(\mathrm{x})\Pi^{-1} &= -\mathbf{A}(-\mathrm{x}), \\ \Pi\varphi(\mathrm{x})\Pi^{-1} &= \varphi(-\mathrm{x}). \end{aligned} \tag{2.112}$$

Чтобы выяснить трансформационные свойства фермионов, рассмотрим гамильтониан электромагнитного взаимодействия

$$H_{\text{вз}} = -ie\int d^3x\bar{\psi}(\mathrm{x})\gamma_\mu\psi(\mathrm{x})A_\mu(\mathrm{x}), \tag{2.113}$$

где $\bar{\psi}=\psi^\dagger\gamma_4=\psi^\dagger\beta$. Трансформационные свойства потенциалов приводят к соотношению

$$\Pi\left(\bar{\psi}(\mathrm{x})\gamma_\mu\psi(\mathrm{x})\right)\Pi^{-1} = \begin{cases} -\bar{\psi}(-\mathrm{x})\gamma_\mu\psi(-\mathrm{x}) & \text{для} \quad \mu=1,\ 2,\ 3, \\ +\bar{\psi}(-\mathrm{x})\gamma_\mu\psi(-\mathrm{x}) & \text{для} \quad \mu=4. \end{cases} \tag{2.114}$$

Следовательно, можно положить

$$\Pi\psi_\alpha(\mathrm{x})\Pi^{-1} = S_{\alpha\beta}\psi_\beta(-\mathrm{x}), \tag{2.115}$$

где S — унитарная матрица Дирака. Переходя в этом равенстве к эрмитово сопряженным величинам, запишем

$$\Pi\psi_\alpha^\dagger(\mathrm{x})\Pi^{-1} = S_{\alpha\beta}^*\psi_\beta^\dagger(-\mathrm{x}) = \psi_\beta^\dagger(-\mathrm{x})\,S_{\beta\alpha}^{-1}. \tag{2.116}$$

Подставляя найденные законы преобразования в выражение для тока, убеждаемся, что матрица S должна удовлетворять соотношениям

$$\begin{aligned} S^{-1}\gamma_4\gamma_\mu S &= -\gamma_4\gamma_\mu \quad \text{для} \quad \mu=1,\ 2,\ 3, \\ S^{-1}\gamma_4\gamma_\mu S &= \gamma_4\gamma_\mu \quad \text{для} \quad \mu=4. \end{aligned} \tag{2.117}$$

Последнее из них удовлетворяется тождественно, первое же можно переписать следующим образом:

$$S^{-1}\boldsymbol{\alpha}S = -\boldsymbol{\alpha}. \tag{2.118}$$

Чтобы выяснить дальнейшие ограничения, накладываемые на матрицу S, исследуем гамильтониан свободного поля (2.77). Применив к нему оператор П, получим:

$$\Pi H \Pi^{-1} = \int d^3x \left[\psi^{\dagger}(-\mathbf{x}) S^{-1} \boldsymbol{\alpha} S \frac{1}{i} \nabla\psi(-\mathbf{x}) + \right.$$
$$\left. + m\psi^{\dagger}(-\mathbf{x}) S^{-1} \beta S \psi(-\mathbf{x})\right] = H$$

при условии, что

$$S^{-1}\beta S = \beta. \qquad (2.119)$$

Таким образом, имеем:

$$S^{-1}\gamma_\mu S = \begin{cases} -\gamma_\mu & \text{для} \quad \mu = 1, 2, 3, \\ \gamma_\mu & \text{для} \quad \mu = 4. \end{cases} \qquad (2.120)$$

Наиболее общим решением этих уравнений является матрица

$$S = e^{i\alpha}\gamma_4, \qquad (2.121)$$

где $e^{i\alpha}$ — произвольный пока фазовый множитель, который мы в дальнейшем выберем, имея в виду удобства последующего изложения теории. В инвариантности перестановочных соотношений нетрудно убедиться непосредственной проверкой[1]):

$$\Pi \left\{\psi_\alpha(\mathbf{x}), \psi^{\dagger}_\beta(\mathbf{y})\right\} \Pi^{-1} =$$
$$= \left\{\Pi\psi_\alpha(\mathbf{x})\Pi^{-1}, \Pi\psi^{\dagger}_\beta(\mathbf{y})\Pi^{-1}\right\} =$$
$$= S_{\alpha\gamma} \left\{\psi_\gamma(-\mathbf{x}), \psi^{\dagger}_\delta(-\mathbf{y})\right\} S^{-1}_{\delta\beta} = \delta_{\alpha\beta}\delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}).$$

Для операторов, зависящих от времени, имеем:

$$\Pi A_\mu(\mathbf{x}, t)\Pi^{-1} = \begin{cases} -A_\mu(-\mathbf{x}, t) & \text{для} \quad \mu = 1, 2, 3, \\ A_\mu(-\mathbf{x}, t) & \text{для} \quad \mu = 4 \end{cases} \qquad (2.122)$$

и

$$\begin{aligned} \Pi\psi_\lambda(\mathbf{x}, t)\Pi^{-1} &= e^{i\alpha}(\gamma_4\psi(-\mathbf{x}, t))_\lambda, \\ \Pi\psi^{\dagger}_\lambda(\mathbf{x}, t)\Pi^{-1} &= e^{-i\alpha}(\psi^{\dagger}(-\mathbf{x}, t)\gamma_4)_\lambda. \end{aligned} \qquad (2.123)$$

Можно рассмотреть и преобразование полей с нулевым спином:

$$\Pi\varphi(\mathbf{x}, t)\Pi^{-1} = \pm\varphi(-\mathbf{x}, t). \qquad (2.124)$$

Если принять, что четность сохраняется, то знак следует выбрать так, чтобы взаимодействие оказалось инвариантным,

---

[1]) См. примечание к стр. 50. — *Прим. ред.*

например,

$$\bar{\psi}\psi\varphi \to +1 \quad \text{(скаляр)},$$
$$i\bar{\psi}\gamma_5\psi\varphi \to -1 \quad \text{(псевдоскаляр)}. \qquad (2.125)$$

Нетрудно также убедиться, что если $\psi(\mathbf{x}, t)$ [или $\varphi(\mathbf{x}, t)$] удовлетворяет уравнению Дирака (Клейна — Гордона), то и $\Pi\psi(\mathbf{x}, t)\Pi^{-1}$ [или $\Pi\varphi(\mathbf{x}, t)\Pi^{-1}$] удовлетворяет тому же уравнению. Наконец, можно показать, что Π^2 коммутирует со всеми операторами квантованных полей, если $e^{2i\alpha}=1$, поэтому Π^2 суть c-число. Упоминавшиеся до сих пор условия не позволяют выбрать Π единственным образом. Большей определенности можно добиться, приняв дополнительное требование, чтобы $\Pi^2=1$ (или чтобы оператор Π был эрмитовым) и чтобы вакуум был собственным состоянием оператора Π, отвечающим собственному значению $+1$.

С учетом этих ограничений решение (2.121) принимает вид

$$S = \pm\gamma_4. \qquad (2.126)$$

§ 10. Зарядовое сопряжение[1])

Дираковская теория электрона предсказывает для него существование античастицы — позитрона, имеющего одинаковые с электроном массу и спин, но несущего противоположный заряд. Наличие античастицы характерно не только для электрона, но и для всех элементарных частиц, описываемых с помощью теории поля.

Так как квантовая электродинамика полностью симметрична по отношению к электронам и позитронам, мы примем, что и в общем случае существует симметрия по отношению к частицам и античастицам. Так же как для четности, предположим, что существует унитарный оператор со следующими свойствами: а) оператор $\mathcal{C}$ преобразует частицу в античастицу с тем же импульсом и тем же спином, б) оператор $\mathcal{C}$ коммутирует с гамильтонианом и, следовательно, представляет сохраняющуюся величину.

Начнем с уравнения Дирака для электрона

$$[\gamma_\mu(\partial_\mu - ieA_\mu) + m]\psi = 0, \qquad (2.127)$$

где e — заряд электрона. Так как $\mathcal{C}\psi\mathcal{C}^{-1}$ описывает оператор позитронного поля, он должен удовлетворять уравнению

$$[\gamma_\mu(\partial_\mu + ieA_\mu) + m]\mathcal{C}\psi\mathcal{C}^{-1} = 0. \qquad (2.128)$$

[1]) См. работы [15—16].

Из сравнения этих двух уравнений сразу же следует, что

$$\mathcal{C}(eA_\mu)\mathcal{C}^{-1} = -eA_\mu,$$

или после деления на e

$$\mathcal{C}A_\mu\mathcal{C}^{-1} = -A_\mu. \qquad (2.129)$$

В рамках вторичного квантования ψ (или $\bar{\psi}$) описывает уничтожение электрона (позитрона) или рождение позитрона (электрона)· поэтому мы постулируем, что

$$\mathcal{C}\psi_a\mathcal{C}^{-1} = C_{\alpha\beta}\bar{\psi}_\beta, \qquad (2.130)$$

где C — унитарная матрица Дирака. Мы определим C, воспользовавшись тем, что $C_{\alpha\beta}\bar{\psi}_\beta$ удовлетворяет уравнению Дирака (2.127):

$$[\gamma_\mu(\partial_\mu - ieA_\mu) + m]C\bar{\psi} = 0. \qquad (2.131)$$

Уравнение, которому подчиняется $\bar{\psi}$, имеет вид

$$[\gamma_\mu^T(\partial_\mu + ieA_\mu) - m]\bar{\psi} = 0. \qquad (2.132)$$

Умножая (2.131) слева на C^{-1}, получаем

$$C^{-1}\gamma_\mu C = -\gamma_\mu^T, \quad \text{или} \quad C\gamma_\mu^T C^{-1} = -\gamma_\mu, \qquad (2.133)$$

где γ_μ^T — матрица, транспонированная по отношению к матрице γ_μ.

Так как матрицы γ_μ и γ_μ^T подчиняются одинаковым перестановочным соотношениям, матрицу C можно выбрать несколькими различными способами. Путем последовательного применения равенства (2.133) найдем, что

$$-\gamma_\mu = C^T\gamma_\mu^T(C^T)^{-1} = -C^TC^{-1}\gamma_\mu C(C^T)^{-1} = -(C^TC^{-1})\gamma_\mu(C^TC^{-1})^{-1}.$$

Отсюда вытекает, что

$$C^TC^{-1} = c\text{-число}. \qquad (2.134)$$

Это c-число не зависит от выбора представления. Действительно, пусть матрицы γ преобразуются от одного представления к другому с помощью соотношения

$$\gamma'_\mu = S\gamma_\mu S^{-1}; \qquad (2.135)$$

тогда матрица C заменяется на матрицу C',

$$C' = SCS^T, \qquad (2.136)$$

причем соотношение (2.133) остается в силе. Нетрудно убедиться, что

$$C'^T C'^{-1} = C^T C^{-1}. \tag{2.137}$$

Следовательно, c-число, фигурирующее в правой части соотношения (2.134), не зависит от выбора представления. Чтобы определить это c-число, возьмем, например, представление Паули:

$$\gamma_k = \rho_2 \sigma_k, \quad \gamma_4 = \rho_3.$$

В этом представлении матрицы γ_2 и γ_4 — симметричные, а γ_1 и γ_3 — антисимметричные:

$$\gamma_\mu^T = \begin{cases} \gamma_\mu & \text{для} \quad \mu = 2,\ 4, \\ -\gamma_\mu & \text{для} \quad \mu = 1,\ 3, \end{cases}$$

и, следовательно, как одно из возможных решений можно взять $C = \gamma_2\gamma_4$. В этом представлении

$$C^T C^{-1} = -1, \quad \text{или} \quad C^T = -C. \tag{2.138}$$

Так как правая часть равенства (2.134) не зависит от выбора представления, соотношение (2.138) справедливо в любом представлении.

Используя свойства матрицы C, из (2.130) можно вывести соотношение

$$\mathcal{C}\bar{\psi}_\alpha \mathcal{C}^{-1} = C^{-1}_{\alpha\beta}\psi_\beta. \tag{2.139}$$

Итак, трансформационные свойства операторов, фигурирующих в квантовой электродинамике, установлены.

Исследуем теперь вопрос об инвариантности перестановочных соотношений при преобразовании зарядового сопряжения в представлении взаимодействия. Имеем:

$$\{\mathcal{C}\psi_\alpha(x)\mathcal{C}^{-1}, \mathcal{C}\bar{\psi}_\beta(y)\mathcal{C}^{-1}\} = C_{\alpha\lambda}C^{-1}_{\beta\mu}\{\bar{\psi}_\lambda(x), \psi_\mu(y)\} =$$
$$= -iC_{\alpha\lambda}C^{-1}_{\beta\mu}S_{\mu\lambda}(y-x) = i\left[C^{-1}S(y-x)C\right]_{\beta\alpha}.$$

Так как $S(x) = (\gamma\partial - m)\Delta(x)$, то

$$C^{-1}S(x)C = -S(-x)^T. \tag{2.140}$$

Следовательно, антикоммутатор будет равен

$$-iS(x-y)_{\alpha\beta} = \{\psi_\alpha(x), \bar{\psi}_\beta(y)\}. \tag{2.141}$$

Кроме того,

$$[\mathcal{C}A_\mu(x)\mathcal{C}^{-1}, \mathcal{C}A_\nu(y)\mathcal{C}^{-1}] = [-A_\mu(x), -A_\nu(y)] = [A_\mu(x), A_\nu(y)].$$

Инвариантность перестановочных соотношений гарантирует унитарность выбранного нами оператора $\mathcal{C}$. Нетрудно выразить оператор $\mathcal{C}$ через операторы рождения и уничтожения, как это было сделано в случае обращения времени.

Инвариантность S-матрицы при зарядовом сопряжении можно доказать без особых затруднений, если учесть соотношение

$$\mathcal{C}\mathcal{H}_{\text{вз}}(x)\mathcal{C}^{-1}=\mathcal{H}_{\text{вз}}(x), \qquad (2.142)$$

где $\mathcal{H}_{\text{вз}}(x)$ — плотность гамильтониана взаимодействия. Воспользовавшись выражением Дайсона для S-матрицы (см. гл. 4), сразу получаем

$$\mathcal{C}S\mathcal{C}^{-1}=\mathcal{C}\left[T\exp\left(-i\int d^4x\mathcal{H}_{\text{вз}}(x)\right)\right]\mathcal{C}^{-1}=$$
$$=T\exp\left(-i\int d^4x\mathcal{C}\mathcal{H}_{\text{вз}}(x)\mathcal{C}^{-1}\right)=S.$$

Задача нижеследующего рассуждения — установить справедливость соотношения (2.142) в квантовой электродинамике. С этой целью рассмотрим трансформационные свойства билинейных выражений вида $\bar{\psi}(x)O\psi(x)$, где O — матрица Дирака, или, более строго, выражений вида

$$[\bar{\psi}(x),\ O\psi(x)].$$

Имеем

$$\mathcal{C}\left[\bar{\psi}_\alpha(x),\ O_{\alpha\beta}\psi_\beta(x)\right]\mathcal{C}^{-1}=$$
$$=O_{\alpha\beta}\left[\mathcal{C}\bar{\psi}_\alpha(x)\mathcal{C}^{-1},\ \mathcal{C}\psi_\beta(x)\mathcal{C}^{-1}\right]=$$
$$=C^{-1}_{\alpha\lambda}O_{\alpha\beta}C_{\beta\mu}\left[\psi_\lambda(x),\ \bar{\psi}_\mu(x)\right]=$$
$$=C^{-1}_{\lambda\alpha}O_{\alpha\beta}C_{\beta\mu}\left[\bar{\psi}_\mu(x),\ \psi_\lambda(x)\right]=$$
$$=\left[\bar{\psi}(x),\ (C^{-1}OC)^T\psi(x)\right].$$

Но

$$(C^{-1}OC)^T=C^TO^T(C^{-1})^T=CO^TC^{-1}=\varepsilon O \qquad (2.143)$$

Таблица 2

Преобразование матриц Дирака

O	$1\,(s)$	$\gamma_\mu\,(v)$	$[\gamma_\mu,\ \gamma_\nu]\,(t)$	$\gamma_5\gamma_\mu\,(a)$	$\gamma_5\,(p)$
ε	1	—1	—1	1	1

(значения ε для всех матриц Дирака приведены в табл. 2). Поэтому

$$\mathcal{C}[\bar{\psi},\ \gamma_\mu\psi]\mathcal{C}^{-1} = -[\bar{\psi},\ \gamma_\mu\psi],$$

что и доказывает справедливость соотношения (2.142) в квантовой электродинамике, где $\mathscr{H}_{\text{вз.}}(x)$ определяется выражением

$$\mathscr{H}_{\text{вз}}(x) = -ie\frac{1}{2}[\bar{\psi}(x),\ \gamma_\mu\psi(x)]A_\mu(x). \tag{2.144}$$

Наконец, можно показать, что $\mathcal{C}^2$ коммутирует со всеми операторами квантовой электродинамики, так что оператор $\mathcal{C}^2$ должен быть c-числом. Выбор оператора $\mathcal{C}$ не однозначен; чтобы устранить неоднозначность, можно ввести дополнительное ограничение, приняв $\mathcal{C}^2=1$ и потребовав, чтобы вакуум был собственным состоянием оператора $\mathcal{C}$, отвечающим собственному значению $+1$.

1. Четность античастиц. Предположим, что вакуум представляет собой невырожденное состояние; тогда вакуумное состояние Φ_0 должно быть собственным состоянием операторов Π и $\mathcal{C}$:

$$\Pi\Phi_0 = \mathcal{C}\Phi_0 = \Phi_0. \tag{2.145}$$

Исследуем строение группы, порождаемой этими операторами, в предположении, что

$$\Pi^2 = \mathcal{C}^2 = 1.$$

Пусть $\psi(x)$ — оператор дираковского поля в представлении взаимодействия; тогда

$$\mathcal{C}\psi(x)\mathcal{C}^{-1} = C\bar{\psi}(x),$$

$$\Pi\mathcal{C}\psi(\mathbf{x},\ t)\mathcal{C}^{-1}\Pi^{-1} = C\bar{\psi}(-\mathbf{x},\ t)\gamma_4 = C\gamma_4^T\bar{\psi}(-\mathbf{x},\ t).$$

Аналогично

$$\mathcal{C}\Pi\psi(\mathbf{x},\ t)\Pi^{-1}\mathcal{C}^{-1} = \gamma_4 C\bar{\psi}(-\mathbf{x},\ t).$$

Но, как мы знаем, $\gamma_4 C = -C\gamma_4^T$; поэтому

$$\mathcal{C}\Pi\psi(x)\Pi^{-1}\mathcal{C}^{-1} = -\Pi\mathcal{C}\psi(x)\mathcal{C}^{-1}\Pi^{-1}, \tag{2.146}$$

или

$$\begin{aligned} \mathcal{C}\Pi\psi(x)\Phi_0 &= -\Pi\mathcal{C}\psi(x)\Phi_0, \\ \mathcal{C}\Pi\bar{\psi}(x)\Phi_0 &= -\Pi\mathcal{C}\bar{\psi}(x)\Phi_0. \end{aligned} \tag{2.147}$$

Отсюда, как мы увидим ниже, следует, что если частицы и античастицы подчиняются уравнению Дирака, то их внутренние четности противоположны.

Чтобы выяснить вопрос о внутренней четности, перейдем к системе, в которой частица покоится:

$$\Pi\bar{\psi}(\mathbf{p}=0)\Phi_0 = \varepsilon\bar{\psi}(\mathbf{p}=0)\Phi_0,$$

где ε — внутренняя четность рассматриваемой дираковской частицы, а $\bar{\psi}(\mathbf{p}=0)$ — оператор рождения покоящейся частицы. Из соотношения (2.147) получаем

$$\Pi(\mathcal{C}\bar{\psi}(\mathbf{p}=0)\Phi_0) = -\varepsilon(\mathcal{C}\bar{\psi}(\mathbf{p}=0)\Phi_0).$$

Таким образом, внутренняя четность античастицы действительно противоположна четности частицы.

Если записать это соотношение в более общем виде

$$\mathcal{C}\Pi\psi(x_1)\ldots\psi(x_n)\Phi_0 = (-1)^n\Pi\mathcal{C}\psi(x_1)\ldots\psi(x_n)\Phi_0, \qquad (2.148)$$

то

$$\mathcal{C}\Pi = \Pi\mathcal{C}(-1)^N, \text{ или } \mathcal{C}^{-1}\Pi^{-1}\mathcal{C}\Pi = (-1)^N, \qquad (2.149)$$

где N — число фермионов.

Если считать, что возможна диссоциация бозонов на четное число фермионов, и предположить, что $\mathcal{C}$ и Π инвариантны порознь, то можно показать, что бозон и его античастица должны обладать *одинаковыми* четностями.

Матрица зарядового сопряжения определена с точностью до мультипликативной константы, поэтому для различных полей мы будем использовать различные матрицы C. Этот произвол является следствием неопределенности фазы полевых операторов.

§ 11. Зарядовое сопряжение и правила отбора[1])

Как было показано, $\mathcal{C}$ коммутирует с S, следовательно, $\mathcal{C}$ должно сохраняться.

Теорема 2.13 (теорема Фарри). Если $\mathcal{C}\Phi_a = \varepsilon_a\Phi_a$ и $\mathcal{C}\Phi_b = \varepsilon_b\Phi_b$, то переход $a\to b$ запрещен во всех случаях, кроме случая, когда $\varepsilon_a = \varepsilon_b$.

Пример 2.1. *Распад* $\pi^0\to 2\gamma$. Как мы видели, $\mathcal{C}A_\mu(x)\mathcal{C}^{-1} = -A_\mu(x)$, так что фотон относительно зарядового сопряжения является нечетным. Следовательно, двухфотонное состояние $\Phi_{2\gamma}$ четно,

$$\mathcal{C}\Phi_{2\gamma} = \Phi_{2\gamma}. \qquad (2.150)$$

Отсюда следует, что

$$\mathcal{C}\Phi_{\pi^0} = \Phi_{\pi^0}. \qquad (2.151)$$

---

[1]) См. работы [17—20].

Но поскольку

$$\mathcal{C}\Phi_{n\gamma} = (-1)^n \Phi_{n\gamma}, \tag{2.152}$$

то распад π°-мезона на нечетное число фотонов запрещен:

$$\pi^\circ \nrightarrow 3\gamma,\ 5\gamma \text{ и т. д.}$$

Пример 2.2. *Пара $\pi^+ + \pi^-$ в системе центра инерции.* Пусть $\mathbf{x}$ — относительная координата мезонов, тогда вектор состояний этой системы двух частиц можно записать следующим образом:

$$\Phi = \varphi\left(\frac{\mathbf{x}}{2}\right)\varphi^\dagger\left(-\frac{\mathbf{x}}{2}\right)\Phi_0, \tag{2.153}$$

где φ и $\varphi^\dagger$ — операторы рождения π^-- и π^+-мезона соответственно. Следовательно,

$$\mathcal{C}\Phi = \mathcal{C}\varphi\left(\frac{\mathbf{x}}{2}\right)\varphi^\dagger\left(-\frac{\mathbf{x}}{2}\right)\mathcal{C}^{-1}\Phi_0 = \varphi^\dagger\left(\frac{\mathbf{x}}{2}\right)\varphi\left(-\frac{\mathbf{x}}{2}\right)\Phi_0 =$$
$$= \varphi\left(-\frac{\mathbf{x}}{2}\right)\varphi^\dagger\left(\frac{\mathbf{x}}{2}\right)\Phi_0 = \Pi\Phi, \tag{2.154}$$

причем мы воспользовались соотношениями

$$\begin{aligned} \mathcal{C}\varphi(\mathbf{x})\mathcal{C}^{-1} &= \pm\varphi^\dagger(\mathbf{x}), \\ \mathcal{C}\varphi^\dagger(\mathbf{x})\mathcal{C}^{-1} &= \pm\varphi(\mathbf{x}). \end{aligned} \tag{2.155}$$

Равенства (2.154) справедливы для состояний, образуемых линейной суперпозицией состояний вида (2.153). Таким образом, если относительный момент двух пионов четен (нечетен), то $\mathcal{C} = 1$ (-1). Более того, из (2.154) имеем:

$$\mathcal{C}\Pi\Phi = \Phi \tag{2.156}$$

безотносительно к значению момента.

Пример 2.3. *Позитроний (^1S и ^3S).* Четность позитрония определяется соотношением

$$\Pi\Phi = (-1)^l\,\varepsilon(e^-)\,\varepsilon(e^+)\,\Phi = (-1)^{l+1}\Phi,$$

где $\varepsilon(e^-)$ и $\varepsilon(e^+)$ означают внутренние четности электрона и позитрона соответственно (как доказано в § 10, $\varepsilon(e^-)\varepsilon(e^+) = -1$), а l — относительный момент электрона и позитрона в связанном состоянии ^3S или ^1S. Следовательно,

$$\Pi\Phi = -\Phi. \tag{2.157}$$

Таким образом, оба состояния позитрония — и ^1S, и ^3S — нечетны. Чтобы выяснить поведение Φ при зарядовом сопряжении,

заметим, что

$$\mathcal{C}a(\mathbf{p},\ \sigma,\ \pm e)\mathcal{C}^{-1}=a(\mathbf{p},\ \sigma,\ \mp e),$$
$$\mathcal{C}a^{+}(\mathbf{p},\ \sigma,\ \pm e)\mathcal{C}^{-1}=a^{+}(\mathbf{p},\ \sigma,\ \mp e), \tag{2.158}$$

где a и a^{+} — операторы уничтожения и рождения соответственно. Имеем:

$$\mathcal{C}a^{+}(\mathbf{p},\ \sigma,\ +e)a^{+}(\mathbf{p}',\ \sigma',\ -e)\Phi_0=$$
$$=a^{+}(\mathbf{p},\ \sigma,\ -e)a^{+}(\mathbf{p}',\ \sigma',\ +e)\Phi_0=$$
$$=-a^{+}(\mathbf{p}',\ \sigma',\ +e)a^{+}(\mathbf{p},\ \sigma,\ -e)\Phi_0,$$

причем здесь была использована антикоммутативность пары операторов a^{+}. Для состояний позитрония приведенное выше соотношение можно записать следующим образом:

$$\mathcal{C}\Phi=-P_{x}P_{\sigma}\Phi, \tag{2.159}$$

где P_{x} и P_{σ} — операторы, осуществляющие обмен пространственных и спиновых координат соответственно (ср. § 1 гл. 1) Далее $P_{x}=1$ для обоих S-состояний, а $P_{\sigma}=1$ для триплетного и -1 для синглетного состояния; следовательно,

$$\mathcal{C}\Phi(^3S)=-\Phi(^3S),$$
$$\mathcal{C}\Phi(^1S)=\Phi(^1S). \tag{2.160}$$

Отсюда следует, что

$$\text{позитроний }(^3S)\to 3\gamma,$$
$$\text{позитроний }(^1S)\to 2\gamma. \tag{2.161}$$

§ 12. Спин нейтрального пиона

Как свидетельствует эксперимент, нейтральный пион распадается на пару фотонов:

$$\pi^0\to 2\gamma. \tag{2.162}$$

Диаграмма Фейнмана, соответствующая этому процессу в низшем порядке теории возмущений, приведена на фиг. 19. Тот факт, что π^0-мезон распадается по схеме (2.162), позволяет заключить, что его спин не может быть равен 1, ибо в таком случае процесс (2.162) был бы полностью запрещен. Строгое доказательство этого факта дал Янг [21]. Здесь мы докажем эту теорему иным способом.

Элемент S-матрицы, соответствующий процессу (2.162), имеет вид

$$S(\pi^0 \to 2\gamma) \begin{cases} \sim c_{\mu\nu}(k, k') A_\mu(k) A_\nu(k') \varphi(k+k') \text{ (спин 0)}, \\ \sim c_{\lambda\mu\nu}(k, k') A_\mu(k) A_\nu(k') \varphi_\lambda(k+k') \text{ (спин 1)}. \end{cases} \quad (2.163)$$

Коэффициент c, определяющий амплитуду распада, является функцией k и k' и в силу лоренц-инвариантности должен вести себя как тензор.

1. Случай спина 0 при положительной четности (скалярная частица). В (2.163) A представляет оператор рождения фотонов. Прежде всего заметим, что

$$a. \qquad k_\mu A_\mu(k) = 0. \qquad (2.164)$$

Это равенство выражает условие Лоренца, которому должны удовлетворять физически осуществимые состояния, если использовать лоренцеву калибровку. При кулоновской калибровке это условие просто означает, что $\mathbf{ke} = 0$ [22].

В случае скалярного π^0-мезона $c_{\mu\nu}$ должно содержать k и k', являясь, вообще говоря, линейной комбинацией выражений

$$\delta_{\mu\nu}, \quad k_\mu k'_\nu, \quad k'_\mu k_\nu, \quad k_\mu k_\nu, \quad k'_\mu k'_\nu. \qquad (2.165)$$

Однако с учетом условия a подходящими оказываются лишь выражения

$$\delta_{\mu\nu}, \quad k'_\mu k_\nu. \qquad (2.166)$$

Следовательно, наиболее общая комбинация имеет вид

$$c_{\mu\nu} = a\delta_{\mu\nu} + bk'_\mu k_\nu. \qquad (2.167)$$

Фиг. 19. Простейшая диаграмма Фейнмана, описывающая двухфотонную аннигиляцию нейтрального пиона.

б. Теория должна удовлетворять требованиям калибровочной инвариантности, в частности S-матрица должна быть инвариантной относительно преобразования

$$A_\mu(k) \to A_\mu(k) + \lambda k_\mu. \qquad (2.168)$$

Воспользовавшись этим условием применительно к выражению (2.163), найдем:

$$c_{\mu\nu} k_\mu = c_{\mu\nu} k'_\nu = 0. \qquad (2.169)$$

С учетом этого соотношения из (2.167) вытекает, что

$$a+b(k\cdot k')=0, \tag{2.170}$$

и, следовательно, $c_{\mu\nu}$ можно записать в виде

$$c_{\mu\nu}=-b(kk'\delta_{\mu\nu}-k'_{\mu}k_{\nu}), \tag{2.171}$$

где b — постоянная величина. Таким образом, в случае скалярного π^0-мезона

$$S(\pi^0\to 2\gamma)\sim b(kk'\delta_{\mu\nu}-k'_{\mu}k_{\nu})A_{\mu}(k)A_{\nu}(k')\varphi(k+k')\sim$$
$$\sim F_{\mu\nu}(k)F_{\mu\nu}(k')\varphi(k+k'). \tag{2.172}$$

В этом выражении $F_{\mu\nu}(k)$ — тензор электромагнитного поля в импульсном пространстве.

2. Случай спина 0 при отрицательной четности (псевдоскалярная частица). В этом случае тензор $c_{\mu\nu}$ должен быть дуальным тензором. Имеется единственный инвариант, удовлетворяющий условиям *а* и *б*, именно

$$c_{\mu\nu}=b\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}k'_{\alpha}k_{\beta}, \tag{2.173}$$

где

$$\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}=\begin{cases}1, & \text{если } (\mu\nu\alpha\beta) \text{ — четная перестановка } (1\ 2\ 3\ 4),\\ -1, & \text{если } (\mu\nu\alpha\beta) \text{ — нечетная перестановка } (1\ 2\ 3\ 4),\\ 0 & \text{во всех других случаях.}\end{cases} \tag{2.174}$$

Следовательно, в этом случае

$$S(\pi^0\to 2\gamma)\sim F_{\mu\nu}(k)\tilde{F}_{\mu\nu}(k')\varphi(k+k'), \tag{2.175}$$

где

$$\tilde{F}_{\mu\nu}={}^1/_2\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}F_{\alpha\beta}.$$

3. Случай спина 1. В этом случае имеется дополнительное условие

в. $$q_{\lambda}\varphi_{\lambda}(q)=0. \tag{2.176}$$

Тогда $c_{\lambda\mu\nu}$ должно быть линейной комбинацией выражений

$$k_{\lambda}\delta_{\mu\nu},\ \ldots\ \text{и}\ k_{\lambda}k_{\mu}k_{\nu},\ \ldots\ . \tag{2.177}$$

Из условия Лоренца следует, что $c_{\lambda\mu\nu}$ не может зависеть от k_{μ} и k'_{ν}. Более того, в силу условия *в* величины k_{λ} и k'_{λ} не независимы, ибо

$$(k_{\lambda}+k'_{\lambda})\varphi_{\lambda}(k+k')=0.$$

Таким образом, в случае векторного мезона мы имеем следующие независимые инварианты:

$$(k_\lambda - k'_\lambda)\,\delta_{\mu\nu}, \quad (k_\lambda - k'_\lambda)\,k'_\mu k_\nu, \quad k'_\mu \delta_{\lambda\nu}, \quad k_\nu \delta_{\lambda\nu}. \tag{2.178}$$

Однако инварианты, содержащие $(k_\lambda - k'_\lambda)$, делают S-матрицу антисимметричной по отношению к перестановке двух фотонов, что противоречит бозонной природе фотонов. Следовательно, в наиболее общем случае

$$c_{\lambda\mu\nu} = a\delta_{\lambda\nu}k'_\mu + b\delta_{\lambda\mu}k_\nu. \tag{2.179}$$

Но в силу калибровочной инвариантности

$$k_\mu c_{\lambda\mu\nu} = a\delta_{\lambda\nu}(kk') + bk_\lambda k_\nu = 0,$$

$$k'_\nu c_{\lambda\mu\nu} = ak'_\lambda k'_\mu + b\delta_{\lambda\mu}(kk') = 0.$$

Положив здесь $\lambda=\nu$ или $\lambda=\mu$ и просуммировав по λ, получаем:

$$a = b = 0. \tag{2.180}$$

Следовательно, векторный мезон не может распадаться на два фотона. Аналогичным образом можно показать, что и для псевдовекторного мезона этот распад невозможен. Таким образом, имеем следующую теорему:

Теорема 2.14. Мезон со спином 1 не может распадаться на два фотона.

Подобным же образом можно показать, что запрещен процесс

$$\text{Спин } 0 \to \text{Спин } 0 + \text{Фотон} \tag{2.181}$$

[так называемый «(0—0)-переход»].

4. **Поляризация фотонов, возникающих при распаде π^0-мезонов.** Будем пользоваться кулоновской калибровкой; тогда $\mathbf{A}\|\mathbf{e}$, $\mathbf{E}\|\mathbf{e}$, $\mathbf{H}\|\mathbf{k}\times\mathbf{e}$. Амплитуда, соответствующая распаду скалярного π^0-мезона, пропорциональна величине

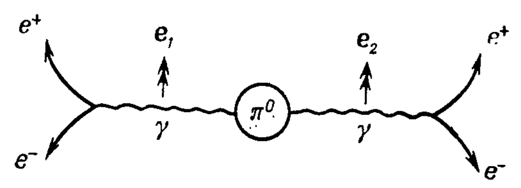
$$(\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_2), \tag{2.182}$$

тогда как для псевдоскалярного π^0-мезона она пропорциональна

$$(\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2) \cdot \mathbf{k}. \tag{2.183}$$

Здесь $\mathbf{e}$ характеризует направление электрического поля фотона. Заметим, что в веществе процесс превращения фотона в пару происходит таким образом, что электрон и позитрон вылетают в противоположных направлениях по отношению к вектору $\mathbf{e}$. Если обе плоскости рождения пар в среднем параллельны

(этот случай показан на фиг. 20), то π^0-мезон представляет собой скалярную частицу, если же они перпендикулярны, то π^0-мезон — псевдоскалярная частица. В действительности, как показывают эксперименты, осуществляется вторая возможность (см., например, работу [23]).



Фиг. 20. Двухфотонная аннигиляция нейтрального пиона и последующее образование электрон-позитронных пар.

Пусть ось z направлена вдоль импульса первого фотона $\mathbf{k}$; тогда в случае скалярного π^0-мезона

$$(\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_2) = \frac{1}{2}[(e_{1x} + ie_{1y})(e_{2x} - ie_{2y}) + \\ + (e_{1x} - ie_{1y})(e_{2x} + ie_{2y})] = \Phi_{RR} + \Phi_{LL}, \quad (2.184)$$

поэтому либо оба фотона имеют правую, либо оба — левую круговую поляризацию. Для псевдоскалярного π^0-мезона мы получили бы $\Phi_{RR} - \Phi_{LL}$. При пространственном отражении R и L переходят друг в друга; следовательно,

$$\Pi(\Phi_{RR} \pm \Phi_{LL}) = \Phi_{LL} \pm \Phi_{RR} = \pm(\Phi_{RR} \pm \Phi_{LL}). \quad (2.185)$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Wigner E. P., Göttinger Nachrichten, **31**, 546 (1932).
2. Schwinger J., Phys. Rev., **82**, 914 (1951).
3. Watanabe S., Phys. Rev., **84**, 1008 (1951).
4. Coester F., Phys. Rev., **84**, 1259 (1951).
5. Lüders G., Zs. Phys., **133**, 325 (1952).
6. Blatt J. M., Weisskopf V. F., Theoretical Nuclear Physics, New York, 1952, Chap. X. (Имеется перевод: Дж. Блатт, В. Вайскопф, Теоретическая ядерная физика, ИЛ, 1954, гл. 10.)
7. Marshak R. E., Phys. Rev., **82**, 313 (1951).
8. Cheston W. B., Phys. Rev., **83**, 1118 (1951).
9. Durbin R., Loar H., Steinberger J., Phys. Rev., **83**, 646 (1951).
10. Clark D. L., Roberts A., Wilson R., Phys. Rev., **83**, 649 (1951). (Имеется перевод в сборнике «Проблемы современной физики» № 3, ИЛ, 1952, стр. 81.)

11. Panofsky W. K., Aamodt R. L., Hadley J., Phys. Rev., **81**, 565 (1951). (Имеется перевод в сборнике «Проблемы современной физики» № 3, ИЛ, 1952, стр. 26.)
12. Bjorkland et al., Phys. Rev., **77**, 213 (1950).
13. Wightman A. S., Phys. Rev., **77**, 521 (1950).
14. Brueckner K., Serber R., Watson K., Phys. Rev, **81**, 575 (1951).
15. Pauli W., Ann. Inst. H. Poincaré, **6**, 109 (1936).
16. Schwinger J., Phys. Rev., **74**, 1439 (1948).
17. Furry W. H., Phys. Rev., **51**, 125 (1937).
18. Fukuda H., Miyamoto Y., Progr. Theoret. Phys. (Kyoto), **4**, 389 (1949).
19. Nishijima K., Progr. Theoret. Phys. (Kyoto), **6**, 614 (1951).
20. Pais A., Jost R., Phys. Rev., **87**, 871 (1952).
21. Yang C. N., Phys. Rev., **77**, 242 (1950).
22. Heitler W., Quantum Theory of Radiation, Oxford, New York, 1954. (Имеется перевод: В. Гайтлер, Квантовая теория излучения, ИЛ, 1956.)
23. Samios, Plano, Prodell, Schwarz, Steinberger, Phys. Rev. Letters, **8**, № 7, A14 (1962).
24*. Швебер С., Введение в релятивистскую квантовую теорию поля, ИЛ, 1963.

Глава **3**

ЗАРЯДОВАЯ СИММЕТРИЯ И ЗАРЯДОВАЯ НЕЗАВИСИМОСТЬ

Все принципы инвариантности, рассмотренные в гл. 2, в большей или меньшей мере связаны с лоренц-инвариантностью, и их существование было предсказано теоретически. Напротив, принцип зарядовой симметрии и принцип зарядовой независимости были установлены на основе данных эксперимента, и с самого начала было известно, что они носят приближенный характер.

§ 1. Зарядовая симметрия в ядерной физике

Первоначально факт зарядовой симметрии был обнаружен в ядерной физике, в частности в ядерной физике низких энергий. Этот принцип определяет свойства симметрии, существующей между нейтроном и протоном; на языке потенциалов он выражается равенством

$$V_{pp} = V_{nn} + V_{\text{кулон}}. \tag{3.1}$$

Ввиду невозможности прямого исследования нейтрон-нейтронного рассеяния силы, действующие между нейтронами, изучались путем анализа энергий связи легких ядер. Например, энергия связи ядер

$$H^3 = (nnp) \to B = 8{,}492\ \text{Мэв},$$
$$He^3 = (ppn) \to B = 7{,}728\ \text{Мэв}.$$

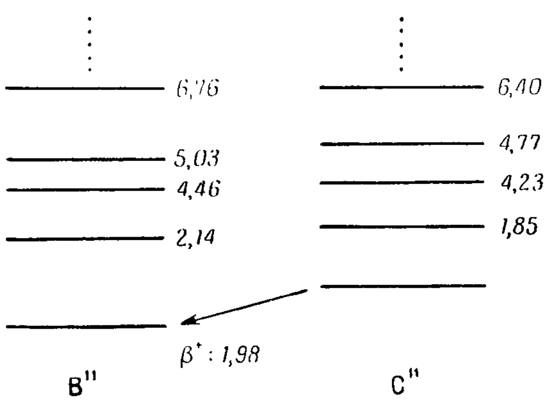
Если предположить, что $V_{pp} \approx V_{nn}$, то различие в энергиях связи этих двух ядер следует отнести к эффекту кулоновского отталкивания. Кулоновская энергия грубо определяется выражением

$$\frac{1}{2} Z(Z-1) \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{e^2}{R} \quad (R \sim 1{,}45 A^{1/3} \cdot 10^{-13}\ \text{см}), \tag{3.2}$$

что удовлетворительно объясняет указанное различие. Симметрия между нейтроном и протоном, очевидно, нарушается, во-первых, в результате кулоновских эффектов и, во-вторых, вследствие различия между массами нейтрона и протона. Однако кулоновские силы существенно слабее ядерных, а разность масс протона и нейтрона значительно меньше массы нуклона, по-

этому нарушение зарядовой симметрии мало. Для легких ядер оно составляет несколько процентов.

Ядра, которые можно преобразовать одно в другое с помощью замены $p \rightleftarrows n$, называются зеркальными. Первым указанием на существование зарядовой симметрии является приближенное равенство энергий связи зеркальных ядер; вторым, более надежным свидетельством ее служит подобие структуры энергетических уровней таких ядер. Один из примеров такого



Фиг. 21. Структура уровней пары зеркальных ядер B^{11} и C^{11}.

рода приведен на фиг. 21. Наиболее просто это подобие в структуре уровней объясняется симметрией между нейтроном и протоном.

Протон и нейтрон в силу симметрии между ними удобно рассматривать как два различных состояния одной и той же частицы — нуклона. Волновую функцию нуклона можно представить в двухкомпонентной форме так же, как волновую функцию частицы со спином:

$$\psi_N = \begin{pmatrix} u \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{или} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}. \tag{3.3}$$

Первая функция представляет протонное состояние, а вторая — нейтронное. Они соответствуют состояниям со спином, направленным «вверх», и со спином, направленным «вниз». По аналогии с обычным спином введем три матрицы, связывающие нейтронное и протонное состояния и называемые матрицами изотопического спина (изоспина):

$$\tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \tag{3.4}$$

Для простоты будем использовать обозначение

$$p=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}, \quad n=\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}; \tag{3.5}$$

при этом p и n будут собственными состояниями τ_3:

$$\tau_3 p = p, \quad \tau_3 n = -n. \tag{3.6}$$

В ядерной физике низких энергий принято полагать

$$n=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}, \quad p=\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix},$$

что позволяет приписать нейтронному избытку положительный знак. Однако в этой книге мы всюду будем придерживаться обозначений (3.5).

Введем оператор зарядовой симметрии, осуществляющий замену нейтронов на протоны, а протонов на нейтроны. Этот оператор (обозначим его T) должен быть унитарной матрицей с нулями на главной диагонали. Из различных возможных способов выбора T мы остановимся на следующем:

$$T=\begin{pmatrix}0 & 1\\-1 & 0\end{pmatrix}=i\tau_2. \tag{3.7}$$

Неоднозначность выбора T соответствует произволу в выборе фазы волновой функции.

Возьмем систему, состоящую из A нуклонов, и предположим, что

$$H=\frac{1}{2M}\sum_{s=1}^{A} p_s^2 + V. \tag{3.8}$$

При этом требование зарядовой симметрии дает

$$T^{-1}VT = V, \tag{3.9}$$

где T — произведение операторов зарядовой симметрии всех A нуклонов:

$$T = T_1 \ldots T_A. \tag{3.10}$$

Оператор полного заряда системы равен

$$q=e\left(\sum_{s=1}^{A}\frac{\tau_3^{(s)}+1}{2}\right), \tag{3.11}$$

причем закон сохранения заряда требует, чтобы

$$[V, q]=0. \tag{3.12}$$

Уравнения (3.9) и (3.12) определяют условия, которым должен подчиняться ядерный потенциал в силу закона сохранения заряда и принципа зарядовой симметрии. Если предположить, что V есть сумма двухчастичных потенциалов, то

$$V = \sum_{i>j} V_{ij}. \tag{3.13}$$

Выясним теперь изотопическую зависимость потенциала ядерных сил, действующих между двумя нуклонами *1* и *2* и удовлетворяющих ограничениям (3.9) и (3.12). Наиболее общая форма двухчастичного потенциала при принятых нами предположениях такова:

$$V = (\hat{\tau}^{(1)}\hat{\tau}^{(2)})\, V_a(r) + \tau_3^{(1)}\tau_3^{(2)} V_b(r) + V_c(r); \tag{3.14}$$

здесь r — расстояние между нуклонами, $\hat{\tau}^{(1)}$ — вектор изоспина нуклона *1*, а $(\hat{\tau}^{(1)} \cdot \hat{\tau}^{(2)})$ — скалярное произведение двух векторов в пространстве изоспина или, другими словами, в зарядовом пространстве.

Определим вектор изотопического спина системы $\hat{I}$ соотношением

$$\hat{I} = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^{A} \hat{\tau}^{(s)}. \tag{3.15}$$

Тогда оператор зарядовой симметрии можно записать как

$$T = i^A \prod_{s=1}^{A} \tau_2^{(s)} = \prod_{s=1}^{A} \exp\left\{ \frac{i\pi}{2} \tau_2^{(s)} \right\} = \exp(i\pi I_2). \tag{3.16}$$

Ввиду сходства математической структуры τ и σ оператор T можно интерпретировать как оператор поворота на 180° вокруг оси «2» в зарядовом пространстве, как это показано на фиг. 22. Перестановочные соотношения, которым подчиняются компоненты $\hat{I}$, имеют точно такой же вид, как перестановочные соотношения для компонент оператора момента:

$$[I_1, I_2] = iI_3 \text{ и циклические перестановки } 1, 2, 3. \tag{3.17}$$

Так как для дальнейшего необходимо диагонализировать q, а следовательно, и I_3, установим перестановочные соотношения между T и I_3:

$$TI_3 = -I_3 T. \tag{3.18}$$

Ввиду антикоммутативности операторов T и I_3 их одновременная диагонализация возможна лишь в том случае, когда

собственное значение I_3 равно нулю:

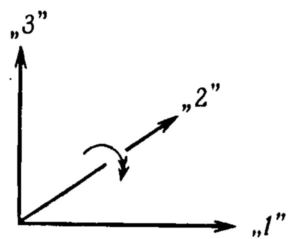
$$I_3\Psi = 0. \qquad (3.19)$$

Это означает, что рассматриваемые нами ядра должны содержать одинаковое число протонов и нейтронов (самосопряженные ядра). Для таких ядер A четно, поэтому I_2 имеет целые собственные значения и, следовательно,

$$T^2 = \exp(2\pi i I_2) = 1, \qquad (3.20)$$

так что

$$T^2\Psi = \Psi. \qquad (3.21)$$



Фиг. 22. Преобразование зарядовой симметрии T как поворот на 180° вокруг оси «2» в зарядовом пространстве.

Можно показать, что для произвольного A

$$T^2 = (-1)^A \qquad (3.22)$$

и что (3.20) есть частный случай соотношения (3.22). В рассматриваемом случае, как это следует из формулы (3.21), для собственных значений оператора T получаем

$$T\Psi = \pm\Psi. \qquad (3.23)$$

Собственное значение T называют «зарядовой четностью» рассматриваемого ядра. Зарядовая четность сохраняется, если теория инвариантна относительно преобразования зарядовой симметрии. Этим можно воспользоваться для получения правил отбора.

Если принять более сильное предположение, именно предположить зарядовую независимость, то зарядовая четность будет определяться изоспином системы

$$T = (-1)^I. \qquad (3.24)$$

Доказательство этой теоремы будет дано в следующем параграфе.

Примеры правил отбора. Реакция

$$\begin{array}{cccc} d + O^{16} \to & \underset{(2,3\ \text{Мэв})}{N^{*14}} & + & \alpha \\ T+ \quad + & - & & + \end{array} \qquad (3.25)$$

оказывается запрещенной, так как зарядовая четность системы при этой реакции не сохраняется. Адэйр утверждал, что эта реакция запрещена либо законом сохранения изоспина, либо в силу зарядовой независимости [1]. Однако Кролл и Фолди [2] отметили, что она оказывается запрещенной и при более слабом предположении о зарядовой симметрии. Именно в этой свя-

зи Кролл и Фолди ввели понятие зарядовой четности. Этот пример может служить еще одним аргументом (динамическим по характеру) в пользу зарядовой симметрии, помимо соображений, опирающихся на анализ энергий связи и структуры уровней зеркальных ядер. Приведем еще примеры реакций, запрещенных в силу зарядовой симметрии:

$$\begin{matrix} B^{*10} & \\ (4{,}5\ \textit{Мэв};\ 6{,}5\ \textit{Мэв}) & \rightarrow \begin{cases} Li^6 + \alpha, \\ Be^8 + d. \end{cases} \\ T \qquad - & \qquad + \end{matrix} \tag{3.26}$$

В дополнение к правилам отбора, обусловленным зарядовой симметрией, можно вывести ряд равенств, связывающих определенные пары амплитуд переходов. Из зарядовой симметрии следует, что

$$\text{Амплитуда } (\Psi_i \rightarrow \Psi_f) = \text{Амплитуда } (T\Psi_i \rightarrow T\Psi_f). \tag{3.27}$$

В частности, при $T\ \Psi_i = \Psi_i$ получаем

$$\text{Амплитуда } (\Psi_i \rightarrow \Psi_f) = \text{Амплитуда } (\Psi_i \rightarrow T\Psi_f). \tag{3.28}$$

В качестве примера применения формулы (3.28) укажем реакции

$$(\Psi_i) \quad d + O^{16} \rightarrow \begin{cases} O^{*17} + p & (\Psi_f), \\ F^{*17} + n & (T\Psi_f). \end{cases} \tag{3.29}$$

Путем таких рассуждений часто удается установить зарядовую четность состояния. Например, зная, что имеет место резонанс

$$\begin{matrix} d + C^{12} \rightarrow N^{*14} \rightarrow C^{13} + p, \\ (4{,}0;\ 5{,}0;\ 5{,}5;\ \ldots\ \textit{Мэв}) \end{matrix} \tag{3.30}$$

можно заключить, что указанные возбужденные состояния N^{14} имеют положительную зарядовую четность. В случае тяжелых ядер соображения типа приведенных выше теряют силу из-за кулоновских эффектов. В ядерной физике кулоновские силы определяются выражением

$$H_{\text{кулон}} = \sum_{i>j} e^2 \frac{\tau_p^{(i)} \tau_p^{(j)}}{r_{ij}}, \tag{3.31}$$

где $\tau_p = (1 + \tau_3)/2$ — оператор проектирования для протона. Таким образом, $H_{\text{кулон}}$ не коммутирует с T, и зарядовая симметрия, допускающая лишь слабые нарушения в случае легких ядер, в тяжелых ядрах оказывается полностью нарушенной.

Электромагнитное взаимодействие в общем случае нарушает зарядовую симметрию.

В заключение приведем пример применения формулы (3.27) к реакциям с участием пионов:

$$\sigma(\pi^+ + d \to d + \pi^+) = 38{,}3 \pm 3{,}1 \text{ мб},$$
$$\sigma(\pi^- + d \to d + \pi^-) = 32{,}8 \pm 3{,}1 \text{ мб}$$

при начальной энергии пионов 58 *Мэв* в лабораторной системе. Принцип зарядовой симметрии требует, чтобы оба эти сечения были равны [3].

§ 2. Зарядовая независимость в ядерной физике

В предыдущем параграфе мы начали обсуждение зарядовой симметрии с приближенного равенства

$$V_{pp} \approx V_{nn}. \qquad (3.32)$$

Теперь мы наложим дальнейшее ограничение на характер ядерных сил, предположив, что

$$V_{pp} \approx V_{np} \text{ для одинаковых состояний.} \qquad (3.33)$$

Комбинация этих двух соотношений дает

$$V_{pp} \approx V_{nn} \approx V_{np} \text{ для одинаковых состояний.} \qquad (3.34)$$

Подтверждение формулы (3.34) вытекает из экспериментов по рассеянию [4]. Мы приведем здесь параметры нуклон-нуклонного рассеяния при низких энергиях [5]:

$$np: \quad \left.\begin{aligned} r_{0t} &= (1{,}704 \pm 0{,}028) \cdot 10^{-13} \text{ см} \\ a_t &= (5{,}39 \pm 0{,}03) \cdot 10^{-13} \text{ см} \end{aligned}\right\} {}^3S,$$
$$\left.\begin{aligned} r_{0s} &= (2{,}670 \pm 0{,}023) \cdot 10^{-13} \text{ см} \\ a_s &= (-23{,}74 \pm 0{,}09) \cdot 10^{-13} \text{ см} \end{aligned}\right\} {}^1S,$$
$$pp: \quad \left.\begin{aligned} r_{0s} &= 2{,}77 \cdot 10^{-13} \text{ см} \\ a_s &= -17{,}77 \cdot 10^{-13} \text{ см} \end{aligned}\right\} {}^1S,$$

где a и r_0 — длина рассеяния и эффективный радиус рассеяния соответственно, фигурирующие в теоретическом описании нуклон-нуклонного рассеяния при низких энергиях:

$$k \operatorname{ctg} \delta = -\frac{1}{a} + \frac{1}{2} r_0 k^2. \qquad (3.35)$$

Здесь δ — фаза рассеяния S-волны, а k — волновое число. Формула (3.35) справедлива для энергий, не превышающих 10 *Мэв*.

Тот факт, что длины *np*- и *pp*-рассеяния заметно различаются, мог бы вызвать беспокойство, однако следует учесть, что длина рассеяния очень чувствительна к изменениям потенциала. Всего лишь трехпроцентного изменения глубины потенциальной ямы достаточно, чтобы вызвать такое различие длин рассеяния. Поэтому применительно к потенциалу разумно предположить, что для ^1S-состояния соотношение (3.33) действительно имеет место. Изотопическая часть волновой функции системы двух нуклонов в ^1S-состоянии имеет вид

$$\begin{aligned} pp&: \quad \alpha\alpha, \\ np&: \quad \frac{\alpha\beta+\beta\alpha}{\sqrt{2}}, \\ nn&: \quad \beta\beta, \end{aligned} \tag{3.36}$$

где

$$\alpha=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}=p, \quad \beta=\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}=n.$$

Эти состояния преобразуются одно в другое при поворотах в зарядовом пространстве. Равенство потенциалов во всех зарядовых состояниях, называемое «зарядовой независимостью» ядерных сил, эквивалентно, таким образом, инвариантности ядерных сил относительно поворотов в зарядовом пространстве.

Генератором бесконечно малых вращений в зарядовом пространстве служит вектор изоспина $\hat{I}$. Зарядовая симметрия требует инвариантности теории относительно поворота на угол π вокруг оси «*2*»:

$$T=\exp(i\pi I_2),$$

а зарядовая независимость требует инвариантности теории относительно всевозможных поворотов. Это означает, что

$$[V, \hat{I}]=0. \tag{3.37}$$

Возвращаясь к вопросу об изотопической зависимости ядерного потенциала, мы видим, что двухчастичный потенциал наиболее общего вида, совместимый с требованием зарядовой независимости, можно записать как

$$V=(\hat{\tau}^{(1)}\cdot\hat{\tau}^{(2)})\,V_a(r)+V_c(r), \tag{3.38}$$

$$V_b(r)=0. \tag{3.39}$$

Этот результат следует сравнить с формулой (3.14).

Следствия гипотезы зарядовой независимости можно проверить, изучая легкие ядра, в которых кулоновские эффекты не слишком велики.

1. Структура уровней. Рассмотрим прежде всего статические свойства легких ядер. Во-первых, для легких ядер I — хорошее квантовое число, так что $\hat{I}^2$ и I_3 можно диагонализировать одновременно. В силу математического подобия изоспина и обычного момента собственные значения $\hat{I}^2$ и I_3 имеют вид

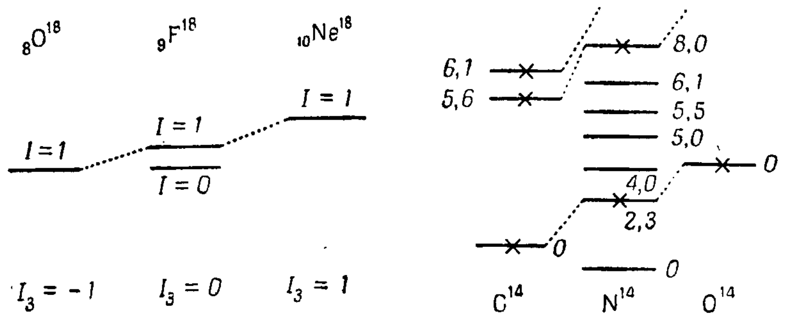
$$\hat{I}^2 = I(I+1), \tag{3.40}$$

$$I_3 = -I,\ -I+1,\ \ldots,\ I-1,\ I. \tag{3.41}$$

Для данного ядра квантовое число I_3 равно

$$I_3 = \frac{1}{2}(Z - N), \tag{3.42}$$

где Z — число протонов, а N — число нейтронов в ядре. Каждому значению I соответствует $2I+1$ различных зарядовых



Фиг. 23. Типичная триада O^{18}, F^{18}, Ne^{18}.

Фиг. 24. Структура уровней триады C^{14}, N^{14}, O^{14}.

состояний с одной и той же энергией (правда, если говорить более точно, уровни зарядового мультиплета расщеплены благодаря кулоновским силам).

В случае $I=1$ мы получаем три состояния, принадлежащих одному и тому же энергетическому уровню; подобные триплеты называют триадами. Приведем в качестве примера несколько триад:

$$\begin{array}{lll} He^6, & Li^6 & Be^6, \\ Li^8, & Be^8, & B^8, \\ Be^{10}, & B^{10}, & C^{10}, \\ B^{12}, & C^{12}, & N^{12}, \\ C^{14}, & N^{14}, & O^{14}, \\ N^{16}, & O^{16}, & F^{16}, \\ I_3 = -1, & 0, & +1. \end{array}$$

В этой табличке члены средней колонки могут иметь, кроме того, состояния с $I=0$, так что они содержат большее число уровней, чем другие члены триплета. Типичные примеры приведены на фиг. 23 и 24.

2. Теорема Кролла — Фолди. Докажем следующую теорему, называемую теоремой Кролла — Фолди:

Для легких ядер, содержащих одинаковое число протонов и нейтронов, зарядовая четность определяется изоспином

$$T=(-1)^I. \qquad (3.43)$$

Доказательство. Пусть $\Phi_{I', I_3'}$ — изотопическая часть волновой функции рассматриваемого ядра, удовлетворяющая соотношениям

$$\begin{aligned} \hat{I}^2\Phi_{I', I_3'} &= I'(I'+1)\,\Phi_{I', I_3'}, \\ I_3\Phi_{I', I_3'} &= I_3'\Phi_{I', I_3'}. \end{aligned} \qquad (3.44)$$

Теорема утверждает, что

$$e^{i\pi I_2}\Phi_{I', 0}=(-1)^{I'}\,\Phi_{I', 0}. \qquad (3.45)$$

Для доказательства этого равенства достаточно убедиться в справедливости соотношения

$$e^{i\pi L_y}Y_{l,0}=(-1)^l\,Y_{l,0}, \qquad (3.46)$$

так как оно математически эквивалентно равенству (3.45).

Операция $\exp(i\pi L_y)$ означает поворот на угол π вокруг оси y; при таком повороте

$$x\to -x,$$
$$y\to y,$$
$$z\to -z$$

и, следовательно,

$$\cos\theta\to -\cos\theta.$$

Таким образом, получаем

$$e^{i\pi L_y}P_l(\cos\theta)=P_l(-\cos\theta)=(-1)^l P_l(\cos\theta),$$

или

$$e^{i\pi L_y}Y_{l,0}=(-1)^l\,Y_{l,0},$$

что эквивалентно соотношению (3.45) и, наконец, соотношению (3.43).

3. Ядерные реакции. Мы рассмотрели те следствия гипотезы зарядовой независимости, которые касаются статических свойств легких ядер. Перейдем теперь к некоторым динамическим

аспектам вопроса. Ввиду трудностей, вытекающих из дальнодействующего характера кулоновских сил, нельзя ждать, что в этом случае удастся получить более надежное подтверждение гипотезы зарядовой независимости, чем дало изучение статических свойств легких ядер.

Мы приведем типичные примеры соотношений, которые нельзя получить, основываясь лишь на требовании зарядовой симметрии.

Отношения сечений реакций

$$\sigma\big(d + \underset{I=\frac{1}{2}}{Be^9} \to \underset{\substack{(1{,}7\ \textit{Мэв})\\ I=1}}{B^{*10}} + n\big)\big/\sigma\big(d + Be^9 \to \underset{I=1}{Be^{10}} + p\big)$$

и

$$\sigma\big(p + Be^9 \to \underset{\substack{(3{,}58\ \textit{Мэв})\\ I=1}}{Li^{*6}} + \alpha\big)\big/\sigma\big(n + Be^9 \to \underset{I=1}{He^6} + \alpha\big)$$

должны быть равны $^1/_2$, если кулоновскими силами можно пренебречь [1]. Эти отношения можно рассчитать с помощью коэффициентов Клебша — Гордана. Первая реакция описывается соотношениями

$$I=\frac{1}{2},\quad I_3=-\frac{1}{2}\to\begin{cases}(I=1, & I_3=0)+\left(I=\frac{1}{2},\quad I_3=-\frac{1}{2}\right),\\ (I=1, & I_3=-1)+\left(I=\frac{1}{2},\quad I_3=\frac{1}{2}\right).\end{cases}$$

Записав теперь [6], что

$$\mathcal{Y}^M_{Jjj'} = \sum_{m=-j}^{j}\ \sum_{m'=-j'}^{j'} C_{jj'}(J, M; mm')Y_{jm}(1)Y_{j'm'}(2), \quad (3.47)$$

и положив в этой формуле $J={}^1/_2$; $M=-{}^1/_2$; $j=1$; $m=0$, -1; $j'={}^1/_2$; $m'=\mp{}^1/_2$, найдем, что амплитуда перехода для реакции

$$d + Be^9 \to B^{*10} + n$$

пропорциональна коэффициенту

$$C_{1,\,{}^1/_2}\left(\frac{1}{2},\ -\frac{1}{2};\ 0,\ -\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{\sqrt{3}},$$

в то время как для реакции

$$d + \mathrm{Be}^9 \to \mathrm{Be}^{10} + p$$

мы найдем

$$C_{1,\,1/2}\left(\frac{1}{2},\ -\frac{1}{2};\ -1,\ \frac{1}{2}\right) = -\sqrt{\frac{2}{3}}.$$

Таким образом, отношение вероятностей перехода равно

$$\frac{(1/\sqrt{3})^2}{(-\sqrt{2/3})^2} = \frac{1}{2}.$$

У легких ядер с $Z \leqslant 10$ кулоновские эффекты, так же как и разница в массах протона и нейтрона, не приводят к существенным нарушениям зарядовой независимости [7].

4. Фотоядерные реакции. Когда учитываются электромагнитные взаимодействия, изотопический спин перестает быть сохраняющейся величиной; однако можно рассмотреть некоторые правила отбора для изменений I (т. е. ΔI) в радиационных переходах. Электромагнитное взаимодействие системы нуклонов описывается выражением

$$H_{\text{э.-м.}} = -\frac{e}{M}\sum_{s=1}^{A}\tau_p^{(s)}\mathbf{p}_s\cdot\mathbf{A}(\mathbf{x}_s) - \sum_{s=1}^{A}\left(\mu_p\tau_p^{(s)} + \mu_n\tau_n^{(s)}\right)\times$$

$$\times\,\boldsymbol{\sigma}_s\,\mathrm{rot}\,\mathbf{A}(\mathbf{x}_s) + \frac{e^2}{2M}\sum_{s=1}^{A}\tau_p^{(s)}\mathbf{A}^2(\mathbf{x}_s). \qquad (3.48)$$

Ниже мы рассмотрим лишь процессы первого порядка, поэтому последний член в формуле (3.48) можно опустить. Перепишем (3.48) в виде

$$H_{\text{э.-м.}} = H_0 + H_1, \qquad (3.49)$$

где

$$H_0 = -\frac{e}{2M}\sum_{s=1}^{A}\mathbf{p}_s\cdot\mathbf{A}(\mathbf{x}_s) - \frac{\mu_p+\mu_n}{2}\sum_{s=1}^{A}\boldsymbol{\sigma}_s\cdot\mathrm{rot}\,\mathbf{A}(\mathbf{x}_s), \qquad (3.50)$$

$$H_1 = -\frac{e}{2M}\sum_{s=1}^{A}\tau_3^{(s)}\mathbf{p}_s\cdot\mathbf{A}(\mathbf{x}_s) - \frac{\mu_p-\mu_n}{2}\sum_{s=1}^{A}\tau_3^{(s)}\boldsymbol{\sigma}_s\cdot\mathrm{rot}\,\mathbf{A}(\mathbf{x}_s). \qquad (3.51)$$

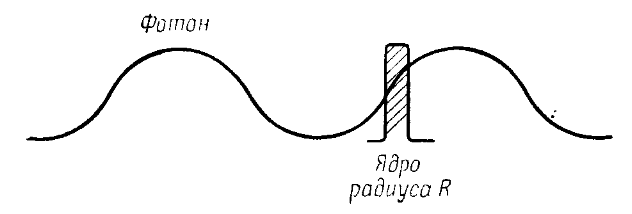
Первый член инвариантен относительно поворотов в зарядовом пространстве, а второй преобразуется при поворотах как третья компонента вектора. Следовательно, для радиационных про-

цессов первого порядка мы будем иметь

$$\Delta I = I_f - I_i = 0 \qquad \text{для } H_0, \tag{3.52}$$

$$\Delta I = I_f - I_i = 0, \ \pm 1 \ \text{для } H_1. \tag{3.53}$$

Таковы правила отбора. Предположим, в частности, что ядром поглощается фотон низкой энергии; тогда можно установить правило отбора для электрических дипольных переходов.



Фиг. 25. Область перекрытия волновой функции фотона низкой энергии и ядра радиуса R.

Полагая $kR \ll 1$, как показано на фиг. 25, перейдем к дипольному приближению e^{ikR}:

$$e^{ikR} = 1 + ikR + \ldots = 1 + O(kR) \approx 1.$$

Эффективный гамильтониан электрических дипольных переходов в пренебрежении магнитными дипольными переходами имеет вид

$$H(E \cdot 1) \sim -\frac{e}{2M}\left(\sum_{s=1}^{A} \mathbf{p}_s \cdot \mathbf{A}(0) + \sum_{s=1}^{A} \tau_3^{(s)} \mathbf{p}_s \cdot \mathbf{A}(0)\right). \tag{3.54}$$

Используя этот гамильтониан, докажем следующую теорему [8]:

Теорема 3.1. Если самосопряженное ядро в результате дипольного перехода поглощает фотон низкой энергии, то зарядовая четность нуклонной системы должна измениться.

Доказательство. Рассмотрим реакцию

$$\gamma + \text{ядро} \rightarrow \text{возбужденное состояние}. \tag{3.55}$$

$$I_3 = 0 \qquad\qquad I_3 = 0$$

Для амплитуды перехода из формулы (3.54) имеем

$$S_{fi} \sim -\frac{e}{2M}\left(\left\langle f \left| \sum_{s=1}^{A} \mathbf{p}_s \right| i \right\rangle + \left\langle f \left| \sum_{s=1}^{A} \tau_3^{(s)} \mathbf{p}_s \right| i \right\rangle\right) \frac{\mathbf{e}}{\sqrt{2kV}}. \tag{3.56}$$

Первый член обращается в нуль, так как

$$\left\langle f \left| \sum_{s=1}^{A} \mathbf{p}_s \right| i \right\rangle = \langle f | \mathbf{P}_{\text{полн}} | i \rangle = \mathbf{P}_f \langle f | i \rangle = 0.$$

Докажем, что второй матричный элемент не исчезает лишь в случае, когда

$$T_i = -T_f, \tag{3.57}$$

где T_i и T_f — зарядовые четности начального и конечного состояний. Имеем:

$$\left\langle f \left| \sum_{s=1}^{A} \tau_3^{(s)} \mathbf{p}_s \right| i \right\rangle = \left\langle f \left| T^{-1} T \sum_{s=1}^{A} \tau_3^{(s)} \mathbf{p}_s T^{-1} T \right| i \right\rangle =$$

$$= \left\langle Tf \left| T \sum_{s=1}^{A} \tau_3^{(s)} \mathbf{p}_s T^{-1} \right| Ti \right\rangle =$$

$$= T_f T_i \left\langle f \left| T \left(\sum_{s=1}^{A} \tau_3^{(s)} \mathbf{p}_s \right) T^{-1} \right| i \right\rangle =$$

$$= -T_f T_i \left\langle f \left| \sum_{s=1}^{A} \tau_3^{(s)} \mathbf{p}_s \right| i \right\rangle. \tag{3.58}$$

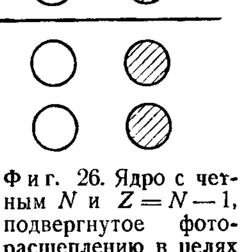
Следовательно, чтобы матричный элемент был отличен от нуля, необходимо чтобы выполнялось условие (3.57). Комбинируя соотношения (3.53) и (3.57), получаем правило отбора $\Delta I = \pm 1$, так как в рассматриваемом случае $T = (-1)^I$.

Фоторасщепление дейтрона может служить простейшим примером справедливости указанной теоремы:

$$\gamma + d \to n + p,$$

$$(E1)\, {}^3S \to {}^3P, \quad \Delta I = 1,$$

$$(M1)\, {}^3S \to {}^1S, \quad \Delta I = 1.$$



Фиг. 26. Ядро с четным N и $Z = N - 1$, подвергнутое фоторасщеплению в целях проверки зарядовой независимости.

Обратимся теперь к реакциям (γ, n) и (γ, t) на легких ядрах [9]. Рассмотрим стабильные ядра с $N = Z + 1$. Эти ядра, имеющие один избыточный нейтрон, нечетны. В основных состояниях такие ядра имеют изоспин $I = {}^1/_2$, а в возбужденных состояниях с энергиями порядка 10 *Мэв* (например, $E_{\text{возб}} \sim 11{,}5$ *Мэв* для $A = 15$; 17 и $E_{\text{возб}} \sim 7{,}7$ *Мэв* для $A = 19$; 23) изоспин равен $I = {}^3/_2$. Рассмотрим случай, изображенный на фиг. 26, когда N четно, Z нечетно и $A = 4n + 3$

(например, Li^7, B^{11}, N^{15} и т. д.). Основное состояние имеет изоспин, равный $^1/_2$. Рассмотрим фоторасщепление такого ядра:

$$\gamma + (N \text{ четное}, Z \text{ нечетное}) \rightarrow (N \text{ четное}, Z \text{ нечетное})^*. \quad (3.59)$$

$$I = \frac{1}{2} \qquad\qquad I^* = \frac{1}{2} \text{ или } \frac{3}{2}$$

В силу правил отбора (3.52) и (3.53) изоспин возбужденного состояния должен быть равен либо $^1/_2$, либо $^3/_2$.

Случай 1. $I^* = {}^1/_2$. Испустив нейтрон или ядро трития, исходное возбужденное ядро переходит в состояние с $I_f = 0$ или 1. Остаточное ядро в случае эмиссии нейтрона нечетно-нечетно, а в случае испускания ядра трития четно-четно, так что $I_f = 0$. Таким образом,

$$\gamma + (\text{чет.-нечет.}) \rightarrow (\text{чет.-нечет.})^* \rightarrow (\text{нечет.-нечет.}) + n,$$

$$I \quad \frac{1}{2} \qquad \frac{1}{2} \qquad 0 \text{ или } 1 \qquad \frac{1}{2}$$

$$\gamma + (\text{чет.-нечет.}) \rightarrow (\text{чет.-нечет.})^* \rightarrow (\text{чет.-чет.}) + t.$$

$$I \quad \frac{1}{2} \qquad \frac{1}{2} \qquad 0 \qquad \frac{1}{2}$$

Случай 2. $I^* = {}^3/_2$. Изоспин остаточного ядра может быть равен лишь $I_f = 1$. Этот уровень с $I_f = 1$ отсутствует у четно-четного остаточного ядра, если энергия возбуждения не превышает 15 *Мэв*. Следовательно, в этом случае эмиссия ядра трития запрещена. Таким образом, мы приходим к заключению, что при $I^* = {}^1/_2$ обе реакции (γ, n) и (γ, t) разрешены, а при $I^* = {}^3/_2$ разрешена лишь реакция (γ, n).

Указанное выше правило отбора можно использовать для определения изоспина возбужденных состояний. Это правило, очевидно, нельзя вывести, основываясь только на зарядовой симметрии. В качестве примера рассмотрим возбужденные состояния Li^7 [1]):

(γ, n)-резонансы:

9,6; 10,8; 12,4; 14; 17,5 (*Мэв*);

(γ, t)-резонансы:

9,3; ...; 16,7; 21,5; 23,5 (*Мэв*).

---

[1]) Данные по реакции (γ, t) получены методом фотоэмульсий; данные о реакции (γ, n) можно найти в работе [10].

Исходя из наблюдавшихся резонансов, возбужденным состояниям приписываются следующие значения изоспина:

$$I=\frac{1}{2}: \quad \sim 9{,}5 \ldots \ldots \ldots \sim 17,$$

$$I=\frac{3}{2}: \quad \ldots 10{,}8 \ldots 14 \ldots$$

Заметим, что это правило отбора нельзя применять к состояниям, энергия которых превышает энергию возбужденного уровня $I=1$ четно-четного ядра.

Приведенное выше рассмотрение неприменимо к ядрам с $A=4n+1$. Действительно, в случае (γ, n)-реакции, если энергия возбуждения меньше 15 *Мэв*, остаточное ядро четно-четно и имеет $I_f=0$; с другой стороны, при (γ, t)-реакции у остаточного нечетно-нечетного ядра возможны оба значения изоспина, $I_f=0$ и $I_f=1$. Энергетические пороги этих реакций равны

$$\sim 6 \text{ Мэв} \quad \text{для} \quad (\gamma, n),$$

$$\sim 24 \text{ Мэв} \quad \text{для} \quad (\gamma, t).$$

Таким образом, нет интервала энергий, в котором можно было бы применить наше правило отбора, так как при энергиях, превышающих порог (γ, t), оно, очевидно, уже непригодно.

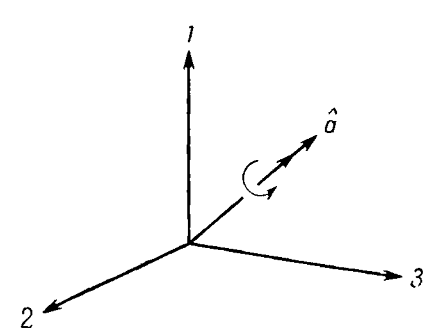
§ 3. Зарядовая независимость в физике пионов

Установленный в ядерной физике принцип зарядовой независимости можно распространить на другие области, например на физику пионов. Так же как в первоначальной гипотезе Юкавы, предполагается, что ядерные силы обусловлены пион-нуклонным взаимодействием; поэтому из инвариантности ядерных сил относительно поворотов в зарядовом пространстве с необходимостью вытекает такая инвариантность и для пион-нуклонного взаимодействия. В этом параграфе мы обсудим следствия и возможную проверку гипотезы зарядовой независимости применительно к физике пионов.

1. Вращение в зарядовом пространстве. Любой поворот в трехмерном зарядовом пространстве можно задать, указав вектор $\hat{a}$, направленный вдоль оси вращения, как это показано на фиг. 27. По аналогии с обычным спином преобразование двухкомпонентной волновой функции нуклона можно представить в виде

$$\psi \to R_{\hat{a}}\psi = \exp\left(i\hat{a}\frac{\hat{\tau}}{2}\right)\psi = \exp(i\hat{a}\hat{I})\,\psi. \qquad (3.60)$$

В частности, поворот на угол π вокруг оси «*2*» представляет собой преобразование зарядовой симметрии, а вращение вокруг оси «*3*» тесно связано с калибровочным преобразованием фазы. Пионы образуют триплет π^+, π^0, π^-, поэтому их изоспин $I=1$. Оператор пионного поля обозначается через $\hat{\varphi}$; в зарядовом пространстве он преобразуется как вектор. Поскольку нуклонная волновая функция в зарядовом пространстве преобразуется как спинор, величина $\bar{\psi}\hat{\tau}\psi$ есть вектор.



Фиг. 27. Поворот в трехмерном зарядовом пространстве характеризуется вектором $\hat{a}$.

Простейшее взаимодействие типа Юкавы, описывающее связь между пионным и нуклонным полями, имеет вид

$$iG\bar{\psi}\hat{\tau}\gamma_5\psi\cdot\hat{\varphi}. \tag{3.61}$$

Это выражение остается инвариантным при всевозможных вращениях в зарядовом пространстве, так как оно представляет собой скалярное произведение. При повороте $R_{\hat{a}}$ поле ψ преобразуется указанным выше образом, поэтому $\bar{\psi}\hat{\tau}\psi$ переходит при этом в

$$\bar{\psi}e^{-i(\hat{a}\,\hat{\tau})/2}\hat{\tau}e^{i(\hat{a}\,\hat{\tau})/2}\psi.$$

Если, кроме того, $\hat{a}$ — инфинитезимальный вектор, то вышеприведенное выражение сводится к

$$\bar{\psi}(\hat{\tau}-\hat{a}\times\hat{\tau})\psi.$$

Взаимодействие типа Юкавы (3.61) будет инвариантным, если $\hat{\varphi}$ преобразуется по закону

$$\hat{\varphi}\rightarrow\hat{\varphi}-\hat{a}\times\hat{\varphi} \tag{3.62}$$

для бесконечно малых $\hat{a}$. Это же преобразование можно записать с помощью матриц:

$$\varphi \to \varphi + i(\hat{a}\hat{\omega}^0)\varphi \tag{3.63}$$

в соответствии с преобразованием

$$\psi \to \psi + i\left(\hat{a}\frac{\hat{\tau}}{2}\right)\psi. \tag{3.64}$$

Здесь

$$\omega_1^0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \quad \omega_2^0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \omega_3^0 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \tag{3.65}$$

причем компоненты $\hat{\omega}^0$ удовлетворяют соотношениям

$$[\omega_1^0, \omega_2^0] = i\omega_3^0 \text{ и циклические перестановки 1, 2, 3.} \tag{3.66}$$

До сих пор мы обсуждали трансформационные свойства неквантованных полей, т. е. ψ и φ были c-числами. Для теоретико-полевой трактовки зарядовой независимости потребуется найти группу унитарных преобразований, порождающую описанные выше повороты в зарядовом пространстве. Предположим, что существует унитарное преобразование $U(\hat{a})$, индуцирующее поворот $\hat{a}$. В случае бесконечно малого $\hat{a}$ имеем:

$$\psi(x) \to \psi(x) + i\left(\hat{a}\frac{\hat{\tau}}{2}\right)\psi(x) = U(\hat{a})^{-1}\psi(x)\,U(\hat{a}), \tag{3.67}$$

$$\varphi(x) \to \varphi(x) + i(\hat{a}\hat{\omega}^0)\varphi(x) = U(\hat{a})^{-1}\varphi(x)\,U(\hat{a}). \tag{3.68}$$

Кроме того, предположим, что для произвольного $\hat{a}$ оператор $U(\hat{a})$ можно связать с оператором инфинитезимальных поворотов соотношением

$$U(\hat{a}) = \exp(i\hat{a}\hat{I}). \tag{3.69}$$

Тогда равенства (3.67) и (3.68) можно переписать следующим образом:

$$[\psi(x), \hat{a}\hat{I}] = \frac{1}{2}(\hat{a}\hat{\tau})\psi(x), \tag{3.70}$$

$$[\varphi(x), \hat{a}\hat{I}] = (\hat{a}\hat{\omega}^0)\varphi(x). \tag{3.71}$$

Отсюда в силу произвольности $\hat{a}$ получаем

$$[\psi(x), \hat{I}] = \frac{\hat{\tau}}{2}\psi(x), \tag{3.72}$$

$$[\varphi(x), \hat{I}] = \hat{\omega}^0\varphi(x). \tag{3.73}$$

В более точной записи этих равенств, например, равенство (3.73) имело бы вид

$$[\varphi_a(x),\ I_\alpha] = (\omega^0_\alpha)_{ab}\ \varphi_b(x), \tag{3.73'}$$

где $(\omega^0_\alpha)_{ab}$ — элемент матрицы ω^0_α с индексами a и b.

Теперь мы можем найти явный вид оператора $\hat{I}$, удовлетворяющего соотношениям (3.72) и (3.73):

$$\hat{I} = i\int_\sigma \overline{\psi}\gamma_\mu \frac{\hat{\tau}}{2}\psi\, d\sigma_\mu - \int_\sigma \hat{\varphi}\times\frac{\partial\hat{\varphi}}{\partial x_\mu}d\sigma_\mu =$$

$$= i\int_\sigma \left[\overline{\psi}\gamma_\mu \frac{\hat{\tau}}{2}\psi - \varphi\hat{\omega}^0\frac{\partial\varphi}{\partial x_\mu}\right]d\sigma_\mu. \tag{3.74}$$

Здесь σ — произвольная пространственноподобная гиперповерхность, а $d\sigma_\mu$ определяется выражением

$$d\sigma_\mu = \frac{d^4x}{dx_\mu}\ \text{(в частности, } d\sigma_4 = -id^3x). \tag{3.75}$$

Когда в качестве поверхности σ берется плоскость $t=\text{const}$,

$$\hat{I} = \int\left[\psi^+\frac{\hat{\tau}}{2}\psi + \hat{\varphi}\times\frac{\partial\hat{\varphi}}{\partial t}\right]d^3x. \tag{3.76}$$

Все три компоненты оператора $\hat{\varphi}$ эрмитовы и удовлетворяют перестановочным соотношениям

$$[\varphi_a(\mathrm{x},\ t),\ \dot{\varphi}_b(\mathrm{x}',\ t)] = i\delta_{ab}\delta(\mathrm{x}-\mathrm{x}'). \tag{3.77}$$

Легко показать, что в случае вторично-квантованных полей операторы I_α удовлетворяют соотношениям

$$[I_1,\ I_2] = iI_3\ \text{и циклические перестановки 1, 2, 3.} \tag{3.78}$$

В § 1 этой главы оператор $\hat{I}$ был приведен в специальном виде, получаемом при проектировании его на конфигурацию A нуклонов. Мы не делаем различия в смысле оператора $\hat{I}$ между квантованной и неквантованной теориями поля, так как это не ведет к недоразумениям.

2. Физическая интерпретация оператора поля $\hat{\varphi}$. Выше мы ввели вектор $\hat{\varphi}$, но не уточнили его физического смысла; выясним теперь этот вопрос:

$$\hat{\tau}\hat{\varphi} = \tau(\varphi_1 + i\varphi_2) + \tau^+(\varphi_1 - i\varphi_2) + \tau_3\varphi_3 =$$

$$= \sqrt{2}\,(\tau\varphi^+ + \tau^+\varphi) + \tau_3\varphi_3, \tag{3.79}$$

где

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\varphi_1 - i\varphi_2), \quad \varphi^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}}(\varphi_1 + i\varphi_2) \tag{3.80}$$

и

$$\tau = \frac{1}{2}(\tau_1 - i\tau_2) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau^\dagger = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \tag{3.81}$$

Следовательно, явный вид взаимодействия типа Юкавы дается выражением

$$\begin{aligned} iG\bar{\psi}\hat{\tau}\gamma_5\psi \cdot \hat{\varphi} = iG\,[\sqrt{2}\,(\bar{\psi}\tau\gamma_5\psi \cdot \varphi^\dagger + \bar{\psi}\tau^\dagger\gamma_5\psi \cdot \varphi) + \\ + \bar{\psi}\tau_3\gamma_5\psi \cdot \varphi_3] = iG\,[\sqrt{2}\,(\bar{\psi}_n\gamma_5\psi_p \cdot \varphi^\dagger + \bar{\psi}_p\gamma_5\psi_n \cdot \varphi) + \\ + \bar{\psi}_p\gamma_5\psi_p \cdot \varphi_3 - \bar{\psi}_n\gamma_5\psi_n \cdot \varphi_3]. \end{aligned} \tag{3.82}$$

Первый член в этом выражении описывает $p \to n$ переходы, поэтому из закона сохранения заряда следует, что оператор $\varphi^\dagger$ должен быть либо оператором рождения π^+, либо оператором уничтожения π^-. Аналогично φ — либо оператор рождения π^-, либо оператор уничтожения π^+, а оператор φ_3 либо порождает, либо уничтожает π^0.

3. Диагонализация операторов $\hat{I}^2$ и I_3. Так как оператор I_3 тесно связан с зарядом системы, состоящей из нуклонов и пионов, удобно привести этот оператор к диагональному виду. Величина I_3 связана с зарядом соотношением

$$Q = e\left(I_3 + \frac{N}{2}\right). \tag{3.83}$$

Здесь Q — квантованный заряд пион-нуклонной системы, а N — так называемое нуклонное, или барионное, число,

$$N = \int (\psi_p^\dagger\psi_p + \psi_n^\dagger\psi_n)\, d^3x. \tag{3.84}$$

Используя соотношение (3.83), можно для любого заданного состояния вычислить собственное значение I_3, если известно барионное число и полный заряд системы. Например,

$$\begin{aligned} I_3\left|p\right\rangle &= \frac{1}{2}\left|p\right\rangle \\ I_3\left|n\right\rangle &= -\frac{1}{2}\left|n\right\rangle \end{aligned} \quad \left\{ \begin{aligned} I_3|\pi^+\rangle &= +1\,|\pi^+\rangle \\ I_3|\pi^0\rangle &= 0\,|\pi^0\rangle, \\ I_3|\pi^-\rangle &= -1\,|\pi^-\rangle. \end{aligned} \right. \tag{3.85}$$

Таким образом, собственные состояния оператора I_3 находятся без труда. Однако эти состояния определены с точностью до

фазового множителя, который совершенно произволен. Мы выберем его таким образом, чтобы можно было пользоваться таблицей коэффициентов Клебша — Гордана. Из перестановочных соотношений для I_α получаем

$$[I_1+iI_2,\ I_3]=-(I_1+iI_2), \tag{3.86}$$

$$[I_1-iI_2,\ I_3]=I_1-iI_2. \tag{3.87}$$

Предположим, что $\Phi_{I_3'}$ — собственная функция оператора I_3, отвечающая собственному значению I_3'; тогда из перестановочных соотношений следует, что

$$I_3\left[(I_1+iI_2)\Phi_{I_3'}\right]=(I_3'+1)\left[(I_1+iI_2)\Phi_{I_3'}\right], \tag{3.88}$$

$$I_3\left[(I_1-iI_2)\Phi_{I_3'}\right]=(I_3'-1)\left[(I_1-iI_2)\Phi_{I_3'}\right]. \tag{3.89}$$

Другими словами, $I_+=I_1+iI_2$ $(I_-=I_1-iI_2)$ увеличивает (уменьшает) собственное значение I_3' на единицу, оставляя собственное значение $\hat{I}^2$ неизменным, поскольку

$$[\hat{I}^2,\ I_+]=[\hat{I}^2,\ I_-]=0. \tag{3.90}$$

Если $\Phi_{j,m}$ — общая собственная функция операторов $\hat{I}^2$ и I_3, отвечающая собственным значениям j и m соответственно, то уравнения

$$I_+\Phi_{j,m}=\sqrt{(j-m)(j+m+1)}\,\Phi_{j,m+1}, \tag{3.91}$$

$$I_-\Phi_{j,m}=\sqrt{(j+m)(j-m+1)}\,\Phi_{j,m-1} \tag{3.92}$$

определяют ее, обеспечивая при этом подходящий выбор фаз. Нетрудно видеть, что коль скоро принято это соглашение о выборе фаз для всех неприводимых представлений оператора $\hat{I}$, то матрицы I_1 и I_3 будут действительными, а матрица I_2 — чисто мнимой; другими словами,

$$I_1^T=I_1,\quad I_2^T=-I_2,\quad I_3^T=I_3. \tag{3.93}$$

Здесь верхний индекс T означает транспонирование. Позднее, вводя G-сопряжение, мы воспользуемся этим свойством.

4. Определение базисных состояний. Исследуем явное представление «сферических гармоник» $\Phi_{j,m}$ для различных частиц. В общем случае все гармоники $\Phi_{j,m}$ можно построить, отправляясь от нижней компоненты $\Phi_{j,-j}$.

Поскольку в вакууме нет реальных частиц, следует положить

$$\hat{I}\,|0\rangle=0. \tag{3.94}$$

а. Нуклон. Начнем с нижнего состояния $|n\rangle \sim \Phi_{1/2,\,-1/2}$:

$$
\begin{aligned}
(I_1+iI_2)|n\rangle \sim (I_1+iI_2)\psi_n^{\dagger}|0\rangle &= \\
&= [I_1+iI_2,\ \psi_n^{\dagger}]|0\rangle = \\
&= \psi_p^{\dagger}|0\rangle \sim |p\rangle, \qquad (3.95)
\end{aligned}
$$

где $\psi_n^{\dagger}$ и $\psi_p^{\dagger}$ — операторы рождения нейтрона и протона соответственно. Таким образом, базисные состояния нуклонного дублета имеют вид

$$\Phi_{1/2,\,1/2} = |p\rangle, \quad \Phi_{1/2,\,-1/2} = |n\rangle. \qquad (3.96)$$

б. Пион. Здесь следует начать с состояния $|\pi^0\rangle$, поскольку известно, что оно является собственным состоянием оператора I_3:

$$
\begin{aligned}
(I_1+iI_2)|\pi^0\rangle \sim (I_1+iI_2)\varphi_3|0\rangle &= \\
&= [I_1+iI_2,\ \varphi_3]|0\rangle = \\
&= -(i\varphi_2+\varphi_1)|0\rangle = \\
&= -\sqrt{2}\,\varphi^{\dagger}|0\rangle \sim \\
&\sim -\sqrt{2}\,|\pi^+\rangle \qquad (3.97)
\end{aligned}
$$

и

$$
\begin{aligned}
(I_1-iI_2)|\pi^0\rangle \sim (-i\varphi_2+\varphi_1)|0\rangle &= \\
&= \sqrt{2}\,\varphi|0\rangle \sim \\
&\sim \sqrt{2}\,|\pi^-\rangle. \qquad (3.98)
\end{aligned}
$$

Следовательно, сферические гармоники для пионов имеют вид

$$\Phi_{1,\,1} = -|\pi^+\rangle, \quad \Phi_{1,\,0} = |\pi^0\rangle, \quad \Phi_{1,\,-1} = |\pi^-\rangle. \qquad (3.99)$$

Следует обратить внимание на знак «минус» перед π^+. Именно благодаря ему возможно использование коэффициентов Клебша — Гордана.

в. Σ-гиперон.

$$\Phi_{1,\,1} = -|\Sigma^+\rangle, \quad \Phi_{1,\,0} = |\Sigma^0\rangle, \quad \Phi_{1,\,-1} = |\Sigma^-\rangle. \qquad (3.100)$$

Для определения базисных векторов античастиц мы используем G-сопряжение, которое будет рассмотрено в следующем параграфе.

По-видимому, полезно привести матрицы изоспина для пионов в том представлении, в котором оператор I_3 диагонален; для

этого следует определить $\hat{\omega}$ соотношением

$$\hat{I}\begin{pmatrix} -|\pi^+\rangle \\ |\pi^0\rangle \\ |\pi^-\rangle \end{pmatrix} = \hat{\omega}\begin{pmatrix} -|\pi^+\rangle \\ |\pi^0\rangle \\ |\pi^-\rangle \end{pmatrix}. \tag{3.101}$$

Отсюда для матриц ω_1, ω_2 и ω_3 получаем

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \omega_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix},$$

$$\omega_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{3.102}$$

и

$$\omega_+ = \omega_1 + i\omega_2 = \sqrt{2}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\omega_- = \omega_1 - i\omega_2 = \sqrt{2}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \tag{3.103}$$

Эти матрицы подчиняются перестановочным соотношениям

$$[\omega_1, \omega_2] = i\omega_3 \text{ и циклические перестановки 1, 2, 3.} \tag{3.104}$$

Теперь, установив вид базисных векторов для различных элементарных частиц, рассмотрим применения коэффициентов Клебша — Гордана к пионным реакциям.

В этой связи полезно привести следующую формулу:

$$\hat{I}\Phi = \left(\sum \frac{\hat{\tau}^{(s)}}{2} + \sum \hat{\omega}^{(t)}\right)\Phi, \tag{3.105}$$

где Φ — вектор состояний пион-нуклонной системы.

5. Диагонализация *S*-матрицы. Для того чтобы проверить справедливость принципа зарядовой независимости в физике пионов, мы должны найти взаимосвязь между различными реакциями. Такого рода соотношения впервые были выведены Гайтлером [11]; например,

$$\sigma(\pi^- + p \to n + \pi^0) + 2\sigma(\pi^0 + p \to p + \pi^0) =$$
$$= \sigma(\pi^+ + p \to p + \pi^+) + \sigma(\pi^- + p \to p + \pi^-). \tag{3.106}$$

К сожалению, сечение второй из этих реакций невозможно измерить, и мы вынуждены ограничиться проверкой неравенств.

Из закона сохранения изоспина следует, что

$$[S, \hat{I}] = 0. \tag{3.107}$$

Следовательно, $\hat{I}^2$, I_3 и S можно диагонализировать одновременно. Так как S коммутирует не только с I_3, но с I_1 и I_2, то диагональные матричные элементы S-матрицы не зависят от I_3:

$$S = \begin{pmatrix} S_{I'} & & & \\ & S_{I''} & & \\ & & S_{I'''} & \\ & & & \ddots \end{pmatrix}. \tag{3.108}$$

Если определить матрицу R соотношением $R = S - 1$, ее матричные элементы будут амплитудами переходов различных процессов. Рассуждения и выкладки, имеющие целью вывод следствий из принципа зарядовой независимости, мы разъясним на типичных примерах.

6. Пион-нуклонное рассеяние. Полный изоспин системы, состоящей из пиона и нуклона, равен либо $^3/_2$, либо $^1/_2$. Общие собственные функции операторов $\hat{I}^2$ и I_3 получаются с помощью формул (3.47), (3.96) и (3.99). Они имеют вид

$$\begin{aligned} &\Phi_{^3/_2,\, I_3}(\pi N); \\ &I_3 = \tfrac{3}{2}: \quad -|\pi^+ p\rangle, \\ & = \tfrac{1}{2}: \quad \sqrt{\tfrac{2}{3}}\,|\pi^0 p\rangle - \sqrt{\tfrac{1}{3}}\,|\pi^+ n\rangle, \\ & = -\tfrac{1}{2}: \quad \sqrt{\tfrac{1}{3}}\,|\pi^- p\rangle + \sqrt{\tfrac{2}{3}}\,|\pi^0 n\rangle, \\ & = -\tfrac{3}{2}: \quad |\pi^- n\rangle \end{aligned} \tag{3.109}$$

и

$$\begin{aligned} &\Phi_{^1/_2,\, I_3}(\pi N); \\ &I_3 = \tfrac{1}{2}: \quad -\sqrt{\tfrac{1}{3}}\,|\pi^0 p\rangle - \sqrt{\tfrac{2}{3}}\,|\pi^+ n\rangle, \\ & = -\tfrac{1}{2}: \quad -\sqrt{\tfrac{2}{3}}\,|\pi^- p\rangle + \sqrt{\tfrac{1}{3}}\,|\pi^0 n\rangle. \end{aligned} \tag{3.110}$$

Эти равенства можно обратить:

$$
\begin{aligned}
-|\pi^+ p\rangle &= \Phi_{3/2,\,3/2},\\
|\pi^0 p\rangle &= \sqrt{\tfrac{2}{3}}\,\Phi_{3/2,\,1/2} - \sqrt{\tfrac{1}{3}}\,\Phi_{1/2,\,1/2},\\
|\pi^- p\rangle &= \sqrt{\tfrac{1}{3}}\,\Phi_{3/2,\,-1/2} - \sqrt{\tfrac{2}{3}}\,\Phi_{1/2,\,-1/2},\\
-|\pi^+ n\rangle &= \sqrt{\tfrac{1}{3}}\,\Phi_{3/2,\,1/2} + \sqrt{\tfrac{2}{3}}\,\Phi_{1/2,\,1/2},\\
|\pi^0 n\rangle &= \sqrt{\tfrac{2}{3}}\,\Phi_{3/2,\,-1/2} + \sqrt{\tfrac{1}{3}}\,\Phi_{1/2,\,-1/2},\\
|\pi^- n\rangle &= \Phi_{3/2,\,-3/2}.
\end{aligned}
\tag{3.111}
$$

Рассмотрим теперь наблюдаемые процессы рассеяния,

$$
\begin{aligned}
&\pi^+ + p \to p + \pi^+:\quad R_+,\\
&\pi^- + p \to p + \pi^-:\quad R_-,\\
&\pi^- + p \to n + \pi^0:\quad R_0.
\end{aligned}
\tag{3.112}
$$

Выразим амплитуды рассеяния R_+, R_- и R_0 через амплитуды реакций в каналах с $I = 3/2$ и $I = 1/2$. Так как $\pi^+ p$ есть чистое состояние с изоспином $I = 3/2$, то

$$R_+ = R_{3/2}. \tag{3.113}$$

Далее имеем:

$$|\pi^- p\rangle = \sqrt{\tfrac{1}{3}}\,\Phi_{3/2,\,-1/2} - \sqrt{\tfrac{2}{3}}\,\Phi_{1/2,\,-1/2}.$$

Выражение для рассеянной волны имеет вид

$$
\begin{aligned}
R|\pi^- p\rangle &= \sqrt{\tfrac{1}{3}}\,R\Phi_{3/2,\,-1/2} - \sqrt{\tfrac{2}{3}}\,R\Phi_{1/2,\,-1/2} =\\
&= \sqrt{\tfrac{1}{3}}\,R_{3/2}\Phi_{3/2,\,-1/2} - \sqrt{\tfrac{2}{3}}\,R_{1/2}\Phi_{1/2,\,-1/2} =\\
&= \sqrt{\tfrac{1}{3}}\,R_{3/2}\left(\sqrt{\tfrac{1}{3}}\,|\pi^- p\rangle + \sqrt{\tfrac{2}{3}}\,|\pi^0 n\rangle\right) -\\
&- \sqrt{\tfrac{2}{3}}\,R_{1/2}\left(-\sqrt{\tfrac{2}{3}}\,|\pi^- p\rangle + \sqrt{\tfrac{1}{3}}\,|\pi^0 n\rangle\right) =\\
&= \left(\tfrac{1}{3}R_{3/2} + \tfrac{2}{3}R_{1/2}\right)|\pi^- p\rangle + \left(\tfrac{\sqrt{2}}{3}R_{3/2} - \tfrac{\sqrt{2}}{3}R_{1/2}\right)|\pi^0 n\rangle.
\end{aligned}
\tag{3.114}
$$

Следовательно,

$$R_- = \frac{1}{3}(R_{3/2} + 2R_{1/2}), \qquad R_0 = \frac{\sqrt{2}}{3}(R_{3/2} - R_{1/2}). \tag{3.115}$$

Как следует из формул (3.113) и (3.115), три амплитуды наблюдаемых процессов связаны одним линейным соотношением, представляющим собой следствие зарядовой независимости:

$$R_- + \sqrt{2} R_0 = R_+. \tag{3.116}$$

Как мы увидим в следующей главе, это соотношение можно использовать для проверки состоятельности принципа зарядовой независимости. Эффективное сечение дается выражением

$$\sigma = \text{Кинематический множитель} \times |R|^2. \tag{3.117}$$

Если определить сечение

$$\sigma(\pi^- + p) = \sigma(\pi^- + p \to p + \pi^-) + \sigma(\pi^- + p \to n + \pi^0),$$

то можно вывести выражение для гипотетического эффективного сечения рассеяния в чистом состоянии с $I = {}^1/_2$:

$$\sigma\left(I = \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}\left[3\sigma(\pi^- + p) - \sigma(\pi^+ + p)\right], \tag{3.118}$$

где

$$\sigma(\pi^+ + p) = \sigma(\pi^+ + p \to p + \pi^+) = \sigma\left(I = \frac{3}{2}\right).$$

При энергии $E = M + \mu + 159$ *Мэв* (в системе центра инерции) имеется резонанс

$$\pi + N \to N^* \to N + \pi. \tag{3.119}$$

Известно, что вблизи резонанса сечения трех реакций (3.112) приближенно относятся как

$$\sigma_+ : \sigma_0 : \sigma_- \approx 9 : 2 : 1. \tag{3.120}$$

Это говорит о том, что $\sigma(I = {}^3/_2) \gg \sigma(I = {}^1/_2)$, поэтому рассматриваемый резонансный уровень принадлежит значению $I = {}^3/_2$.

7. Столкновение нуклонов с образованием пионов. Мы исследуем отношение сечений двух реакций:

$$\text{а)}\quad p + p \to d + \pi^+; \tag{3.121}$$

$$\text{б)}\quad n + p \to d + \pi^0. \tag{3.122}$$

Так как $I(d) = 0$ и $I(\pi) = 1$, то изоспин конечного состояния равен

$$I_f = 1. \tag{3.123}$$

В силу зарядовой независимости вклад в сечение дает лишь та компонента начального состояния, для которой $I_i = 1$. Поэтому разложим волновую функцию начального состояния по собст-

венным функциям изотопического спина:

а) $$\Psi_i^{(a)} = p_1 p_2 \frac{g_1 g_2' - g_1' g_2}{\sqrt{2}} = \Phi_{1,1}(2N) \frac{g_1 g_2' - g_1' g_2}{\sqrt{2}}. \quad (3.124)$$

Эта волновая функция антисимметрична вследствие неразличимости частиц, а g и g' зависят от пространственных и спиновых координат:

$$g_1 = g(\sigma_1, \mathbf{x}_1), \quad g_2' = g'(\sigma_2, \mathbf{x}_2). \quad (3.125)$$

Здесь g и g' ортогональны друг другу, а $\Phi_{1,1}(2N)$ имеет вид

$$\Phi_{1,1}(2N) = p_1 p_2. \quad (3.126)$$

Эта функция уже является собственной функцией $\hat{I}^2$.

б) $$\Psi_i^{(b)} = \frac{1}{\sqrt{2}} (p_1 n_2 g_1 g_2' - n_1 p_2 g_1' g_2) =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\frac{p_1 n_2 - n_1 p_2}{\sqrt{2}} \frac{g_1 g_2' + g_1' g_2}{\sqrt{2}} + \frac{p_1 n_2 + n_1 p_2}{\sqrt{2}} \frac{g_1 g_2' - g_1' g_2}{\sqrt{2}} \right] =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\Phi_{0,0}(2N) \frac{g_1 g_2' + g_1' g_2}{\sqrt{2}} + \Phi_{1,0}(2N) \frac{g_1 g_2' - g_1' g_2}{\sqrt{2}} \right]. \quad (3.127)$$

Благодаря сохранению изоспина только второй член в этом выражении дает вклад в реакцию (3.122). Тепе́рь соберем все компоненты $R\Psi_i$, отвечающие состоянию $(d+\pi)$:

$$\langle \pi^+ + d \,|\, R \,|\, p + p \rangle \sim \Phi_{1,1}^*(\pi d) R \Phi_{1,1}(2N),$$

$$\langle \pi^0 + d \,|\, R \,|\, n + p \rangle \sim \Phi_{1,0}^*(\pi d) R \Phi_{1,0}(2N) / \sqrt{2}$$

и, следовательно,

$$\langle \pi^+ + d \,|\, R \,|\, p + p \rangle = \sqrt{2} \langle \pi^0 + d \,|\, R \,|\, n + p \rangle; \quad (3.128)$$

поэтому

$$\frac{d\sigma(p + p \to d + \pi^+)}{d\Omega} = 2 \frac{d\sigma(n + p \to d + \pi^0)}{d\Omega}. \quad (3.129)$$

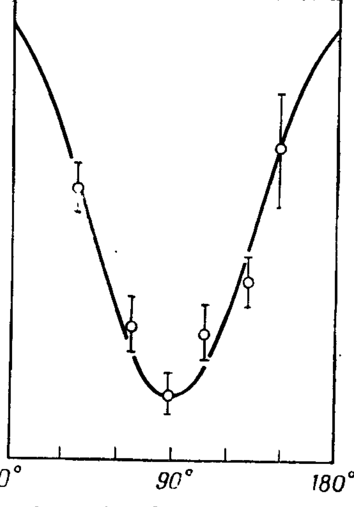
Замечание. Функция $\Psi_i^{(b)}$ должна быть антисимметричной, так как ψ_n и ψ_p антикоммутируют. Это свойство было уже использовано при выводе перестановочных соотношений между $\hat{I}$ и операторами пионного и нуклонного полей [см. формулу (3.72)].

Аналогичным образом нетрудно показать, что

$$\frac{d\sigma(p + d \to \mathrm{H}^3 + \pi^+)}{d\Omega} = 2 \frac{d\sigma(p + d \to \mathrm{He}^3 + \pi^0)}{d\Omega}. \quad (3.130)$$

Используя лишь принцип зарядовой независимости, можно выписать целый ряд соотношений такого рода.

Экспериментальную проверку отношения (3.129) осуществил Гилдебранд [12]. Он измерил сечение реакции $n+p \to d+\pi^0$ и проверил указанное отношение, поскольку сечение реакции $p+p \to d+\pi^+$ было к тому времени уже известно. Сечение реакции (3.122) показано на фиг. 28.



Фиг. 28. Угловое распределение нейтральных пионов, образующихся в реакции $n+p \to d+\pi^0$, по данным Гилдебранда, начальная энергия нейтронов 340 *Мэв*.

Задача 3.1. Показать, что угловое распределение для реакции $n+p \to d+\pi^0$ симметрично относительно направления вперед — назад.

§ 4. *G-сопряжение*

Ни оператор $\mathcal{C}$, ни оператор T нельзя диагонализировать, если оператор I_3 диагонален; действительно,

$$\mathcal{C}I_3 = -I_3\mathcal{C}, \tag{3.131}$$

$$TI_3 = -I_3T. \tag{3.132}$$

Рассмотрим, например, изоспин нуклонного поля. Учитывая, что

$$\hat{I} = \frac{1}{2}\int \psi^+\hat{\tau}\psi d^3x, \tag{3.133}$$

найдем

$$\mathcal{C}\hat{I}\mathcal{C}^{-1} = -\frac{1}{2}\int \psi^+\hat{\tau}^T\psi d^3x, \tag{3.134}$$

где $\hat{\tau}^T$ — матрицы, транспонированные по отношению к матрицам $\hat{\tau}$. Для выбранного нами представления справедливо соотношение (3.93), поэтому

$$\mathcal{C}I_1\mathcal{C}^{-1} = -I_1, \quad \mathcal{C}I_2\mathcal{C}^{-1} = I_2, \quad \mathcal{C}I_3\mathcal{C}^{-1} = -I_3. \tag{3.135}$$

С другой стороны, известно, что

$$TI_1T^{-1} = -I_1, \quad TI_2T^{-1} = I_2, \quad TI_3T^{-1} = -I_3. \tag{3.136}$$

Определим оператор G, называемый оператором G-сопряжения [1]):

$$G = \mathcal{C}T = \mathcal{C}e^{i\pi I_2}. \tag{3.137}$$

---

[1]) Иногда G-сопряжение называют обобщенным зарядовым сопряжением (см., например, книгу П. Мэтьюса [17*]). — *Прим. перев.*

Нетрудно видеть, что

$$G\hat{I}G^{-1}=\hat{I}, \tag{3.138}$$

поэтому оператор G коммутирует с оператором изоспина. Трансформационные свойства операторов различных полей по отношению к G-сопряжению можно найти, зная, как преобразуются эти операторы при $\mathcal{C}$- и T-преобразованиях. Так, например, для пионного поля имеем

$$G\hat{\varphi}G^{-1}=-\hat{\varphi}. \tag{3.139}$$

При G-сопряжении всякий зарядовый мультиплет преобразуется в соответствующий мультиплет античастиц. Если Φ_{I', I'_3} — собственная функция оператора I_3, отвечающая собственному значению I'_3, т. е.

$$I_3\Phi_{I', I'_3}=I'_3\Phi_{I', I'_3},$$

то ясно, что в силу коммутативности G и $\hat{I}$

$$I_3\left(G\Phi_{I', I'_3}\right)=I'_3\left(G\Phi_{I', I'_3}\right).$$

Этим свойством можно воспользоваться для построения «сферических гармоник» античастиц по известным гармоникам частиц. Важно отметить, что соотношение

$$G(I_1\pm iI_2)G^{-1}=I_1\pm iI_2 \tag{3.140}$$

обеспечивает правильный (в смысле использования коэффициентов Клебша — Гордана) выбор фаз у «сферических гармоник» античастиц, построенных с помощью G-сопряжения. В этой связи напомним уравнения (3.91) и (3.92), определяющие «сферические гармоники».

Вывод правил отбора может служить другим примером непосредственного приложения G-сопряжения. Например, переходы между состояниями с четным и нечетным числом пионов невозможны. Действительно, для системы с четным числом пионов $G=1$, а для системы с нечетным их числом $G=-1$, поэтому при таких переходах G не может сохраняться[1].

[1] Правила отбора такого рода впервые введены в работах Фукуды и Миямото [13]. В теории возмущений G-сопряжение рассмотрел Нишиджима [14], а доказательством правил отбора без применения теории возмущений мы обязаны Пайсу и Иосту [15]. Использование G-инвариантности применительно к системе нуклон — антинуклон принадлежит Янгу и Ли [16].

В заключение приведем пример построения «сферических гармоник» для античастиц:

$$\begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix} \xrightarrow{T} \begin{pmatrix} n \\ -p \end{pmatrix} \xrightarrow{C} \begin{pmatrix} \bar{n} \\ -\bar{p} \end{pmatrix}. \qquad (3.141)$$

Не следует упускать из виду знак «минус» перед $\bar{p}$.

Задача 3.2. Исследуйте трансформационные свойства следующих билинейных комбинаций операторов нуклонного поля при G-сопряжении:

$$\bar{\psi}\psi \quad i\bar{\psi}\gamma_5\psi \quad i\bar{\psi}\gamma_\mu\psi \quad i\bar{\psi}\gamma_\mu\gamma_5\psi \quad \bar{\psi}\sigma_{\mu\nu}\psi$$

$$\bar{\psi}\,\hat{\tau}\psi \quad i\bar{\psi}\gamma_5\hat{\tau}\psi \quad i\bar{\psi}\gamma_\mu\hat{\tau}\psi \quad i\bar{\psi}\gamma_\mu\gamma_5\hat{\tau}\psi \quad \bar{\psi}\sigma_{\mu\nu}\hat{\tau}\psi.$$

Коэффициенты Клебша — Гордана

В этом приложении приведены наиболее существенные формулы, касающиеся коэффициентов Клебша — Гордана; при этом мы пользуемся обозначениями, которые приняты Блаттом и Вайскопфом [6]. Итак,

$$\mathcal{Y}_{J_{jj'}}^{M} = \sum_{m=-j}^{j} \sum_{m'=-j'}^{j'} C_{jj'}(J,\ M;\ m,\ m') Y_{jm}(1) Y_{j'm'}(2). \quad (3\Pi.1)$$

Это равенство определяет коэффициенты Клебша — Гордана; смысл обозначений самоочевиден. Наши коэффициенты C связаны с соответствующими коэффициентами Кондона и Шортли равенствами вида

$$C_{jj'}(J,\ M;\ m,\ m') = (jj'mm' \mid jj'JM). \quad (3\Pi.2)$$

Коэффициенты Клебша — Гордана не обязательно симметричны по отношению к перестановке двух пар индексов j, m и j', m':

$$C_{jj'}(J,\ M;\ m,\ m') = (-1)^{J-j-j'} C_{j'j}(J,\ M;\ m',\ m). \quad (3\Pi.3)$$

J может принимать значения

$$J = j + j',\ j + j' - 1,\ \ldots,\ |j - j'|. \quad (3\Pi.4)$$

Обращение формулы (3П.1) имеет вид

$$Y_{jm}(1) Y_{j'm'}(2) = \sum_{J=|j-j'|}^{j+j'} \sum_{M=-J}^{J} C_{jj'}(J,\ M;\ m,\ m') \mathcal{Y}_{J_{jj'}}^{M}. \quad (3\Pi.5)$$

Коэффициенты Клебша — Гордана являются матричными элементами действительной ортогональной матрицы, поэтому они удовлетворяют целому ряду условий ортогональности:

$$\sum_{m=-j}^{j} \sum_{m'=-j'}^{j'} C_{jj'}(J,\ M;\ m,\ m') C_{jj'}(J',\ M';\ m,\ m') = \delta_{JJ'}\delta_{MM'}, \quad (3\Pi.6)$$

$$\sum_{J=|j-j'|}^{j+j'} \sum_{M=-J}^{J} C_{jj'}(J,\ M;\ m,\ m') C_{jj'}(J,\ M;\ m'',\ m''') = \delta_{mm''}\delta_{m'm'''}, \quad (3\Pi.7)$$

$$\sum_{M=-J}^{J} \sum_{m''=-j''}^{j''} C_{jj''}(J,\ M;\ m,\ m'') C_{j'j''}(J,\ M;\ m',\ m'') = \frac{2J+1}{2j+1}\delta_{jj'}\delta_{mm'}. \quad (3\Pi.8)$$

В табл. 3 и 4 затабулированы коэффициенты Клебша — Гордана для случая $j' = 1/2$ и $j' = 1$.

Таблица 3

Коэффициенты Клебша — Гордана для случая $j' = \frac{1}{2}$

	$m' = \frac{1}{2}$	$m' = -\frac{1}{2}$
$J = j + \frac{1}{2}$	$\left[\frac{j+M+\frac{1}{2}}{2j+1}\right]^{1/2}$	$\left[\frac{j-M+\frac{1}{2}}{2j+1}\right]^{1/2}$
$J = j - \frac{1}{2}$	$-\left[\frac{j-M+\frac{1}{2}}{2j+1}\right]^{1/2}$	$\left[\frac{j+M+\frac{1}{2}}{2j+1}\right]^{1/2}$

Таблица 4

Коэффициенты Клебша — Гордана для случая $j' = 1$

	$m' = 1$	$m' = 0$	$m' = -1$
$J = j+1$	$\left[\frac{(j+M)(j+M+1)}{(2j+1)(2j+2)}\right]^{1/2}$	$\left[\frac{(j-M+1)(j+M+1)}{(2j+1)(j+1)}\right]^{1/2}$	$\left[\frac{(j-M)(j-M+1)}{(2j+1)(2j+2)}\right]^{1/2}$
$J = j$	$-\left[\frac{(j+M)(j-M+1)}{2j(j+1)}\right]^{1/2}$	$\left[\frac{M^2}{j(j+1)}\right]^{1/2}$	$\left[\frac{(j-M)(j+M+1)}{2j(j+1)}\right]^{1/2}$
$J = j-1$	$\left[\frac{(j-M)(j-M+1)}{2j(2j+1)}\right]^{1/2}$	$-\left[\frac{(j-M)(j+M)}{j(2j+1)}\right]^{1/2}$	$\left[\frac{(j+M+1)(j+M)}{2j(2j+1)}\right]^{1/2}$

ЛИТЕРАТУРА

1. Adair R. K., Phys. Rev., 87, 1041 (1952).
2. Kroll N. M., Foldy L. L., Phys. Rev., 88, 1177 (1952).
3. Isaacs, Sachs, Steinberger, Phys. Rev., **85**, 803 (1952).
4. Breit, Condon, Present, Phys. Rev., **50**, 825 (1936).
5. McGregor, Moravcsik, Stapp., Ann. Rev. Nucl. Sci., **10**, 291 (1960).
6. Blatt J. M., Weisskopf V. F., Theoretical Nuclear Physics, New York, 1952. (Имеется перевод: Дж. Блатт, В. Вайскопф, Теоретическая ядерная физика, ИЛ, 1954.)
7. Radicatti L. A., Proc. Phys. Soc., **A66**, 139 (1953).
8. Gell-Mann M., Telegdy V. L., Phys. Rev., **91**, 169 (1953).

9. Peaslee D. C., Telegdy V. L., Phys. Rev., **92**, 126 (1953).
10. Haslem et al., Phys. Rev., **87**, 196 (1952).
11. Heitler W., Proc. Roy. Irish. Acad., **51A**, 33 (1946).
12. Hildebrand R. H., Phys. Rev., **89**, 1090 (1953). (Имеется перевод в сборнике «Проблемы современной физики» № 8, ИЛ, 1954, стр. 191.)
13. Fukuda H., Miyamoto Y., Progr. Theoret. Phys. (Kyoto), **4**, 347, 389 (1949).
14. Nishijima K., Progr. Theoret. Phys. (Kyoto), **6**, 614, 1027 (1951).
15. Pais A., Jost R., Phys. Rev., **87**, 871 (1952).
16 Yang C. N., Lee T. D., Nuovo Cimento, **3**, 749 (1956).
17*. Мэтьюс П., Релятивистская квантовая теория взаимодействий элементарных частиц, ИЛ, 1959.

Глава 4

ТЕОРИЯ ПИОНОВ

Кинематические свойства пионов были рассмотрены в предшествующих главах. Изложение динамической теории пионов требует, однако, более подробных выкладок. Объем книги не позволяет представить такого рода вычисления во всей полноте, поэтому в настоящей главе мы ограничимся лишь элементарными аспектами теории.

§ 1. Выбор пион-нуклонного взаимодейстзия

Форму, которую принимает пион-нуклонное взаимодействие, можно определить, исходя из экспериментальных свойств пионов и сообразуясь с принципами инвариантности.

Во-первых, пион-нуклонное взаимодействие зарядово-независимо и поэтому должно быть инвариантным при вращениях в зарядовом пространстве. Нуклон имеет два зарядовых состояния, p и n, и, следовательно, преобразуется в зарядовом пространстве как спинор. Пион имеет три зарядовых состояния, π^+, π^0 и π^-, и ведет себя поэтому как вектор. Из принципа зарядовой независимости вытекает, что гамильтониан должен быть в зарядовом пространстве скаляром. Выбрав операторы пионного поля следующим образом:

φ уничтожает π^+ или рождает π^-,
$\varphi^\dagger$ уничтожает π^- или рождает π^+,
φ_3 уничтожает π^0 или рождает π^0,

лагранжиан свободного пионного поля можно записать в виде

$$\mathscr{L}_f = -\left[\frac{\partial\varphi^\dagger}{\partial x_\lambda}\frac{\partial\varphi}{\partial x_\lambda} + \mu^2\varphi^\dagger\varphi\right] - \frac{1}{2}\left[\frac{\partial\varphi_3}{\partial x_\lambda}\frac{\partial\varphi_3}{\partial x_\lambda} + \mu^2\varphi_3\varphi_3\right]. \quad (4.1)$$

При нашем выборе операторов пионного поля только оператор φ_3 эрмитов, поэтому в целях удобства полезно ввести эрмитовы операторы φ_1 и φ_2, связанные с φ и $\varphi^\dagger$ соотношениями

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\varphi_1 - i\varphi_2), \quad \varphi^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}}(\varphi_1 + i\varphi_2). \quad (4.2)$$

В новых переменных

$$\mathscr{L}_f = -\frac{1}{2}\sum_{\alpha=1}^{3}\left[\left(\frac{\partial\varphi_\alpha}{\partial x_\lambda}\right)^2 + \mu^2\varphi_\alpha^2\right]. \qquad (4.3)$$

Заметим, что первый способ выбора операторов допускает простую физическую интерпретацию, в то время как при расчетах удобнее второй способ.

Во-вторых, из эксперимента извесгно, что при взаимодействиях с нуклонами пионы ведут себя как псевдоскалярные частицы. Таким образом, зарядово-независимые взаимодействия типа Юкавы, которые, кроме того, ведут себя как скаляры при лоренц-преобразованиях, имеют вид

$$-\mathscr{L}_{\text{int}} = iG\bar{\psi}\gamma_5\hat{\tau}\psi\cdot\hat{\varphi} \qquad (4.4)$$

в случае псевдоскалярной связи и

$$-\mathscr{L}_{\text{int}} = i\frac{F}{\mu}\bar{\psi}\gamma_5\gamma_\lambda\hat{\tau}\psi\cdot\partial_\lambda\hat{\varphi} \qquad (4.5)$$

в случае псевдовекторной связи. Последний тип связи не позволяет построить перенормируемую теорию, поэтому мы его не будем рассматривать. Даже в первом случае (псевдоскалярной связи) для построения перенормируемой теории необходимо добавить пион-пионное взаимодействие, так что полное взаимодействие будет иметь вид

$$-\mathscr{L}_{\text{int}} = \mathscr{H}_{\text{int}} = iG\bar{\psi}\gamma_5\hat{\tau}\psi\cdot\hat{\varphi} + \frac{\lambda}{4}(\hat{\varphi}\cdot\hat{\varphi})^2. \qquad (4.6)$$

Это взаимодействие обладает также следующими инвариантными свойствами:

1) инвариантность относительно пространственных отражений, в силу которой сохраняется четность;

2) инвариантность относительно зарядового сопряжения и G-сопряжения. В переменных φ и $\varphi^\dagger$ взаимодействие (4.4) можно записать как

$$iG\bar{\psi}\gamma_5\hat{\tau}\psi\cdot\hat{\varphi} = iG\left[\sqrt{2}\left(\bar{\psi}\gamma_5\tau\psi\cdot\varphi^\dagger + \bar{\psi}\gamma_5\tau^\dagger\psi\cdot\varphi\right) + \bar{\psi}\gamma_5\tau_3\psi\cdot\varphi_3\right]. \qquad (4.7)$$

Для сравнения обсудим взаимодействие скалярного и векторного полей с нуклонами. Взаимодействие скалярного поля и нуклонов описывается выражением

$$-\mathscr{L}_{\text{int}}^{S} = G\bar{\psi}\,\hat{\tau}\psi\cdot\hat{\varphi} + i\frac{F}{\mu}\bar{\psi}\gamma_\lambda\psi\hat{\tau}\cdot\partial_\lambda\hat{\varphi}_\nu. \qquad (4.8)$$

Это выражение не инвариантно ни относительно $\mathcal{C}$-сопряжения, ни относительно G-сопряжения, исключая случай $FG=0$. В са-

мом деле, из вида первого члена следует, что $G\hat{\varphi}G^{-1}=-\hat{\varphi}$, тогда как для инвариантности необходимо, чтобы второй член давал $G\hat{\varphi}G^{-1}=\hat{\varphi}$. Связь скалярных нейтральных мезонов с нуклонами можно получить посредством замены $\hat{\tau}\hat{\varphi}\to\varphi$. Аналогично можно записать лагранжиан взаимодействия векторного поля и нуклонов:

$$-\mathscr{L}_{\text{int}}^{V}=iG\bar{\psi}\gamma_{\lambda}\hat{\tau}\psi\cdot\hat{\varphi}_{\lambda}+\frac{F}{\mu}\bar{\psi}\sigma_{\lambda\nu}\hat{\tau}\psi\cdot\partial_{\lambda}\hat{\varphi}_{\nu}. \qquad (4.9)$$

Ни первый, ни второй члены в выражении векторного взаимодействия не допускают перенормировки, но с точки зрения G-инвариантности приемлемы оба, так как для каждого из них

$$G\hat{\varphi}_{\lambda}G^{-1}=\hat{\varphi}_{\lambda}.$$

Нейтральный векторный мезон можно описать с помощью той же замены, что и в случае скалярного мезона. При этом член с векторной связью становится перенормируемым, а $\mathscr{C}$- и G-преобразования дают:

$$\mathscr{C}\varphi_{\lambda}\mathscr{C}^{-1}=-\varphi_{\lambda}, \qquad G\varphi_{\lambda}G^{-1}=-\varphi_{\lambda}.$$

§ 2. Феноменологическая теория пион-нуклонного рассеяния

Три различных процесса рассеяния пионов на нуклонах поддаются экспериментальному исследованию:

1. $\pi^{+}+p\to p+\pi^{+}$ описывается амплитудой рассеяния

$$R_{+}=R_{3/2}; \qquad (4.10)$$

2. $\pi^{-}+p\to p+\pi^{-}$ описывается амплитудой

$$R_{-}=\frac{1}{3}(R_{3/2}+2R_{1/2}); \qquad (4.11)$$

3. $\pi^{-}+p\to n+\pi^{0}$ описывается амплитудой

$$R_{0}=\frac{\sqrt{2}}{3}(R_{3/2}-R_{1/2}). \qquad (4.12)$$

Амплитуды $R_{3/2}$ и $R_{1/2}$ диагональны по изоспину и описывают рассеяние в чистых $I={}^{3}/_{2}$ и $I={}^{1}/_{2}$ состояниях соответственно. Заметим, что $\pi^{+}p$-рассеяние происходит только в чистом состоянии $I={}^{3}/_{2}$. Ограничимся пока только этим процессом.

Обозначив относительный момент пиона и нуклона через l, соберем низшие возможные состояния в следующую таблицу:

Таблица 5

Состояния, соответствующие различным значениям момента при пион-нуклонном рассеянии

Отрицательная четность	$s_{1/2}$	$d_{3/2}$	$d_{5/2}$
Положительная четность	$p_{1/2}$	$p_{3/2}$	$f_{5/2}$
J	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$

Когда J^2, J_z, П диагональны, S-матрица также диагональна. Обозначим ее собственные значения для $j=l\pm 1/2$ через $S_l^{\pm}$. Тогда собственные значения, соответствующие собственным состояниям, перечисленным в табл. 5, будут равны

$$S_0^+,\ S_2^-,\ S_2^+,\ \ldots,$$

$$S_1^-,\ S_1^+,\ S_3^-,\ \ldots .$$

Рассмотрим процесс рассеяния в системе центра инерции. Пусть $\mathbf{k}$ — начальный импульс пиона. Выбирая ось z в направлении $\mathbf{k}$, для начального состояния будем иметь плоскую волну e^{ikz}. Ее разложение по парциальным волнам имеет вид

$$e^{ikz}=2\sqrt{\pi}\sum_{l=0}^{\infty} i^l \sqrt{2l+1}\,Y_l^0(\theta)\,j_l(kr), \tag{4.13}$$

где

$$j_l(kr)=\sqrt{\frac{\pi}{2kr}}\,J_{l+1/2}(kr) \tag{4.14}$$

и

$$Y_l^0(\theta)=\sqrt{\frac{2l+1}{2\pi}}\,P_l(\cos\theta). \tag{4.15}$$

Асимптотика функции $j_l(kr)$ в области больших kr имеет вид

$$j_l(kr)\sim\frac{1}{2ikr}\left[\exp\left\{i\left(kr-\frac{l}{2}\pi\right)\right\}-\exp\left\{-i\left(kr-\frac{l}{2}\pi\right)\right\}\right]. \tag{4.16}$$

Первый член в этом выражении представляет расходящуюся сферическую волну, а второй — сходящуюся сферическую волну. В задаче пион-нуклонного рассеяния необходимо учитывать также спин нуклона, поэтому в асимптотическом выражении

волновой функции слагаемое, которое соответствует расходящейся волне, следует записать в виде

$$\text{Расходящаяся волна} \sim \left\{ \frac{\sqrt{\pi}}{ik} \sum_{l=0}^{\infty} \sqrt{2l+1}\, Y_l^0(\theta)\, \sigma\left(\pm \frac{1}{2}\right) \right\} \frac{e^{ikr}}{r}, \tag{4.17}$$

где $\sigma(^1/_2)=\alpha$ и $\sigma(-^1/_2)=\beta$ — состояния со спином «вверх» и со спином «вниз» соответственно. Процесс рассеяния не влияет на сходящуюся часть начальной волны, поэтому амплитуду рассеяния $f(\theta,\ \varphi, \pm\frac{1}{2})$ можно получить, просто применяя оператор $R=S-1$ к расходящейся части начальной волны. Получающийся в результате коэффициент при e^{ikr}/r есть амплитуда рассеяния; с сечением рассеяния она связана соотношением

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2}\left[\left| f\left(\theta,\ \varphi,\ \frac{1}{2}\right)\right|^2 + \left| f\left(\theta,\ \varphi,\ -\frac{1}{2}\right)\right|^2\right]. \tag{4.18}$$

Для того чтобы оператор R можно было применить к выражению (4.17), его следует предварительно разложить по собственным функциям J и П. При нуклонном спине, равном $^1/_2$, и произвольном орбитальном моменте l полный момент равен $j=l\pm{}^1/_2$, поэтому следует использовать собственные функции операторов j и l. С этой целью можно было бы обратиться к коэффициентам Клебша — Гордана, однако в данном случае проще воспользоваться операторами проектирования[1])

$$P_{j=l+1/2} = \frac{l+1+(\mathbf{L}\cdot\sigma)}{2l+1}$$

и

$$P_{j=l-1/2} = \frac{l-(\mathbf{L}\cdot\sigma)}{2l+1}.$$

Применение этих операторов к $Y_l^0\sigma(\pm{}^1/_2)$ дает в результате собственные функции j и l. Таким образом, разложение R запишется как

$$R = \sum_{l=0}^{\infty} \left\{ R_l^+ \frac{l+1+(\mathbf{L}\cdot\sigma)}{2l+1} + R_l^- \frac{l-(\mathbf{L}\cdot\sigma)}{2l+1} \right\} \mathscr{P}_l, \tag{4.19}$$

где $\mathscr{P}_l$ — оператор проектирования на состояние с орбитальным моментом l. Учитывая далее, что

$$(\mathbf{L}\cdot\sigma)\, Y_l^0(\theta)\, \sigma\left(\pm\frac{1}{2}\right) = \sqrt{l(l+1)}\, Y_l^{\pm 1}(\theta,\ \varphi)\, \sigma\left(\mp\frac{1}{2}\right), \tag{4.20}$$

[1]) Otsuka M., Yamaguchi Y., не опубликовано.

в чем нетрудно убедиться с помощью соотношения

$$\mathbf{L}\cdot\boldsymbol{\sigma}=\frac{1}{2}(L_+\sigma_-+L_-\sigma_+)+L_z\sigma_z, \tag{4.21}$$

найдем:

R (расходящаяся волна) =

$$=\frac{\sqrt{\pi}}{ik}\left[\sum_{l=0}^{\infty}\frac{(l+1)R_l^+ + lR_l^-}{\sqrt{2l+1}}Y_l^0(\theta)\sigma\left(\pm\frac{1}{2}\right)+\right.$$

$$\left.+\sum_{l=0}^{\infty}\frac{(R_l^+-R_l^-)}{\sqrt{2l+1}}\sqrt{l(l+1)}\,Y_l^{\pm 1}(\theta,\varphi)\sigma\left(\mp\frac{1}{2}\right)\right]\frac{e^{ikr}}{r}. \tag{4.22}$$

Здесь первый член представляет амплитуду рассеяния без переворота спина, а второй член — с изменением направления спина на противоположное. Сравнивая (4.18) и (4.22), найдем для дифференциального сечения выражение

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}=\frac{\pi}{k^2}\left|\sum_{l=0}^{\infty}\frac{(l+1)R_l^+ + lR_l^-}{\sqrt{2l+1}}Y_l^0(\theta)\right|^2+$$

$$+\frac{\pi}{k^2}\left|\sum_{l=1}^{\infty}\frac{R_l^+-R_l^-}{\sqrt{2l+1}}\sqrt{l(l+1)}\,Y_l^{\pm 1}(\theta,\varphi)\right|^2. \tag{4.23}$$

Полученные нами результаты можно выразить через фазы рассеяния, определяемые соотношением

$$S_l^{\pm}=1+R_l^{\pm}=\exp\left(2i\delta_l^{\pm}\right). \tag{4.24}$$

Мы рассматривали амплитуду R_+, однако все полученные результаты остаются справедливыми и для амплитуд R_- и R_0, если произвести замену

$$R_l^{\pm}(\pi^-+p\to p+\pi^-)=\frac{1}{3}\left[R_l^{\pm}\left(I=\frac{3}{2}\right)+2R_l^{\pm}\left(I=\frac{1}{2}\right)\right],$$

$$R_l^{\pm}(\pi^-+p\to n+\pi^0)=\frac{\sqrt{2}}{3}\left[R_l^{\pm}\left(I=\frac{3}{2}\right)-R_l^{\pm}\left(I=\frac{1}{2}\right)\right].$$

Явное выражение дифференциального сечения через угол θ и импульс k можно записать, воспользовавшись соглашением относительно фаз $Y_l^m=(-1)^m\left(Y_l^{-m}\right)^*$ и формулами

$$Y_0^0=\frac{1}{\sqrt{4\pi}},\quad Y_1^0=\sqrt{\frac{3}{4\pi}}\cos\theta,\quad Y_2^0=\sqrt{\frac{5}{4\pi}}\left(\frac{3}{2}\cos^2\theta-\frac{1}{2}\right)\ldots$$

$$-Y_1^1=\sqrt{\frac{3}{8\pi}}\sin\theta\cdot e^{i\varphi},\quad -Y_2^1=\sqrt{\frac{15}{8\pi}}\sin\theta\cos\theta\cdot e^{i\varphi},\ldots$$

При сравнительно невысоких энергиях существенны лишь вклады s- и p-волн, поэтому необходимо учитывать только фазы рассеяния, указанные в табл. 6. В качестве примера приведем дифференциальное сечение рассеяния для случая π^+p:

Таблица 6

Обозначения фаз рассеяния пионов на нуклонах

	$s_{1/2}$	$p_{1/2}$	$p_{3/2}$
$I=\frac{1}{2}$	α_1	α_{11}	α_{13}
$I=\frac{3}{2}$	α_3	α_{31}	α_{33}

$$\frac{d\sigma_+}{d\Omega}=\frac{\pi}{k^2}\left|(e^{2i\alpha_3}-1)\sqrt{\frac{1}{4\pi}}+\right.$$
$$\left.+\frac{2(e^{2i\alpha_{33}}-1)+(e^{2i\alpha_{31}}-1)}{\sqrt{3}}\sqrt{\frac{3}{4\pi}}\cos\theta\right|^2+$$
$$+\frac{\pi}{k^2}\left|\frac{e^{2i\alpha_{33}}-e^{2i\alpha_{31}}}{\sqrt{3}}\sqrt{2}\sqrt{\frac{3}{8\pi}}\sin\theta\right|^2, \quad (4.25)$$

или

$$\frac{k^2\,d\sigma_+}{d\Omega}=\sin^2\alpha_3+\{\sin^2\alpha_{31}+4\sin^2\alpha_{33}+4\sin\alpha_{31}\sin\alpha_{33}\times$$
$$\times\cos(\alpha_{31}-\alpha_{33})\}\cos^2\theta+2\{2\sin\alpha_3\sin\alpha_{33}\cos(\alpha_3-\alpha_{33})+$$
$$+\sin\alpha_3\sin\alpha_{31}\cos(\alpha_3-\alpha_{31})\}\cos\theta+\sin^2(\alpha_{31}-\alpha_{33})\sin^2\theta. \quad (4.26)$$

Эта формула позволяет исследовать угловое распределение для состояний с различными моментами. Из (4.26) видно, что член с $\cos^2\theta$ характерен для p-рассеяния, а член с $\cos\theta$ обусловлен интерференцией между s- и p-волнами. Член, содержащий $\sin^2\theta$, определяет вклад рассеяния, сопровождающегося изменением ориентации спина. В случае, когда не исчезает вклад лишь какой-либо одной из парциальных волн, дифференциальное сечение имеет вид

$$s_{1/2}:\quad \frac{\sin^2\alpha_3}{k^2},$$
$$p_{1/2}:\quad \frac{\sin^2\alpha_{31}}{k^2},$$
$$p_{3/2}:\quad \frac{\sin^2\alpha_{33}(1+3\cos^2\theta)}{k^2}.$$

Выражения сечений $d\sigma_-/d\Omega$ и $d\sigma_0/d\Omega$ еще более громоздки, так как эти реакции идут через оба канала $I=1/2$ и $I=3/2$. В силу ортогональности сферических функций полные эффективные сечения выглядят несколько проще:

$$\sigma_+ = \frac{4\pi}{k^2}\sum_{l=0}^{\infty}\{l\sin^2\delta_l^{3-} + (l+1)\sin^2\delta_l^{3+}\}, \qquad (4.27)$$

$$\sigma_- = \frac{1}{9}\frac{4\pi}{k^2}\sum_{l=0}^{\infty}\{l(\sin^2\delta_l^{3-} + 4\sin^2\delta_l^{1-} + 4\sin\delta_l^{3-}\sin\delta_l^{1-}\cos(\delta_l^{3-}-\delta_l^{1-})) +$$

$$+ (l+1)(\sin^2\delta_l^{3+} + 4\sin^2\delta_l^{1+} + 4\sin\delta_l^{3+}\sin\delta_l^{1+}\cos(\delta_l^{3+}-\delta_l^{1+}))\}, \qquad (4.28)$$

$$\sigma_0 = \frac{2}{9}\frac{4\pi}{k^2}\sum_{l=0}^{\infty}\{l\sin^2(\delta_l^{3-}-\delta_l^{1-}) + (l+1)\sin^2(\delta_l^{3+}-\delta_l^{1+})\}. \qquad (4.29)$$

Здесь индексы 3 и 1 при фазах рассеяния относятся соответственно к каналам с $I=3/2$ и $I=1/2$.

Фазовый анализ проводят для не слишком высоких энергий так, чтобы достаточно было ограничиться s- и p-волнами, и так, чтобы дифференциальное сечение рассеяния имело вид

$$k^2\frac{d\sigma_{(+,0,-)}}{d\Omega} = a_{(+,0,-)} + b_{(+,0,-)}\cos\theta + c_{(+,0,-)}\cos^2\theta. \qquad (4.30)$$

Входящие в (4.30) девять коэффициентов a, b и c выражаются через шесть фаз рассеяния, перечисленных в табл. 6. Фазы рассеяния определяются экспериментально путем измерения этих девяти коэффициентов. В результате получается девять уравнений для определения шести фаз рассеяния, поэтому непротиворечивое решение можно найти только в том случае, когда имеет место зарядовая независимость. Для d-волны все фазы рассеяния предполагаются малыми (порядка 1° или 2° вплоть до 300 *Мэв*), поэтому вышеприведенные формулы оказываются вполне точными при энергиях ниже 300 *Мэв*.

Непротиворечивые решения в предположении зарядовой независимости пион-нуклонного взаимодействия действительно были найдены. Решение Ферми, оказавшееся качественно вполне правильным, приведено в табл. 7. Решение уравнений фазового анализа всегда связано с одной неопределенностью, именно неопределенностью в знаке фаз; знак фиксируют, полагая $\alpha_{33}>0$, что напрашивается ввиду наличия резонанса в этом состоянии. Существует еще ряд неясностей; обсуждение этих вопросов можно найти в книге Бете и Гофмана [1][1]).

---

[1]) В этой книге также весьма подробно описан фазовый анализ.

Таблица 7

Решение Ферми для фаз рассеяния

$k/\mu c$	$E_{\text{лаб}}$, *Мэв*	α_3	α_1	α_{33}	α_{13}	α_{31}	α_{11}
0,98	78	—6°		13°		—3°	
1,24	120	—15,2°	9,0°	29,6°	3,9°	1,8°	—2,8°
1,33	135	—14,0°	10,3°	37,9°	2,0°	5,4°	—4,6°

Другой набор решений уравнений фазового анализа нашел Янг; его решение, отличающееся от решения Ферми некоторым закономерным образом, приведено в табл. 8. Чисто кинемати-

Таблица 8

Решение Янга для фаз рассеяния

$E_{\text{лаб}}$, *Мэв*	α_3	α_1	α_{33}	α_{13}	α_{31}	α_{11}
120	—15,4°	9,1°	12,9°	—1,4°	38,6°	3,8°
135	—14,2°	10,4°	17,2°	—2,9°	49,3°	5,6°

ческие соображения недостаточны, чтобы установить, какое из этих решений более правильно; для выяснения этого вопроса необходимо обратиться к дисперсионным соотношениям.

В связи с фазовым анализом встает важный вопрос о резонансах, которые были обнаружены при анализе данных по пион-нуклонному рассеянию. Наиболее сильный и ранее других установленный из резонансов — это резонанс в состоянии с $I={}^3/_2$ и $J={}^3/_2$, называемый (3, 3)-резонансом. Предположение

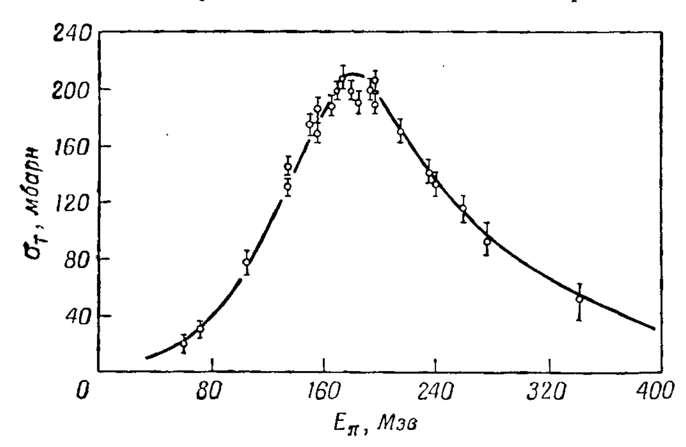
Таблица 9

Фазы рассеяния в резонансной области

$E_{\text{лаб}}$, *Мэв*	α_3	α_1	α_{33}	α_{31}	α_{13}	α_{11}
120	—12°	8°	30°	6°	2°	—4°
144	—13°	14°	46°	5°	3°	—5°
169	—4°	7°	64°	3°	—1°	7°
194	—13°	—14°	90°	—16°	0°	5°
217	—20°	—4°	107°	—14°	7°	—7°

о существовании этого резонанса высказали Фуджимото и Миязава [2], а также Бракнер и Кейз [3].

Наиболее решительные доводы в пользу существования этого резонанса дают результаты фазового анализа. В табл. 9 приведены данные фазового анализа для интервала энергий,



Фиг. 29. Полное эффективное сечение рассеяния $\pi^+ + p \to p + \pi^+$. Сплошная кривая, построенная по однорезонансной формуле Бракнера, прекрасно согласуется с экспериментальными данными различных групп авторов.

включающего резонансную точку. Резонанс имеет место вблизи 194 *Мэв* в состоянии с $I = {^3/_2}$, $J = {^3/_2}$. Значение $I = {^3/_2}$ приписывают этому резонансу на том основании, что он появляется в π^+p-рассеянии и что $\sigma_+ : \sigma_0 : \sigma_- = 9 : 2 : 1$ вблизи резонанса, как и следовало бы ожидать для рассеяния в чистом состоянии $I = {^3/_2}$. Значение $J = {^3/_2}$ найдено из анализа углового распределения. Бракнер предложил для σ_+ однорезонансную формулу

$$\sigma_+ = \frac{2\pi}{k^2} \frac{\Gamma^2}{(E - E_R)^2 + \Gamma^2/4}, \tag{4.31}$$

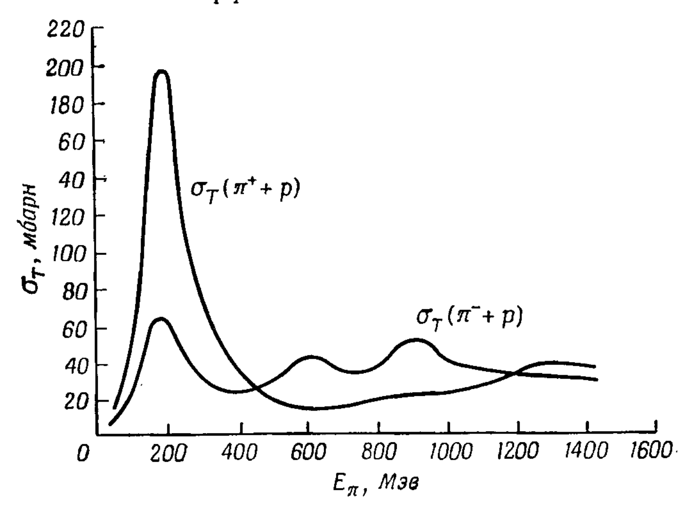
где ширина Γ дается выражением

$$\Gamma = \frac{2(ka)^3}{1 + (ka)^2} \gamma_\lambda^2. \tag{4.32}$$

Резонанс имеет следующие параметры:

$$\begin{aligned} &E_R = 159 \text{ Мэв} \text{ — резонансная энергия в системе центра инерции,} \\ &\gamma_\lambda^2 = 58 \text{ Мэв} \text{ — приведенная ширина,} \\ &a = \frac{0{,}88\hbar}{\mu c} \text{ — эффективный радиус взаимодействия.} \end{aligned} \tag{4.33}$$

Пропорциональность Γ величине $(ka)^3$ следует из предположения, что резонанс появляется в p-состоянии. График, приведенный на фиг. 29, показывает, что однорезонансная формула хорошо согласуется с экспериментальными данными по энергетической зависимости эффективного сечения.



Фиг. 30. Полные эффективные сечения рассеяния положительных и отрицательных пионов на нуклонах по данным экспериментов.

В области низких энергий, показанной на фиг. 29, основная часть эффективного сечения обусловлена (3, 3)-резонансом. При энергиях меньше 120 *Мэв* в лабораторной системе фазы рассеяния приближенно имеют вид [4]:

$$\alpha_{2I} = c_{2I}\left(\frac{k}{\mu c}\right) \quad (s\text{-фаза}) \tag{4.34}$$

и

$$\alpha_{2I,\,2J} = c_{2I,\,2J}\left(\frac{k}{\mu c}\right)^3 \quad (p\text{-фаза}), \tag{4.35}$$

где

$$\begin{aligned} c_1 &= 0{,}205 \pm 0{,}005, \\ c_3 &= -0{,}115 \pm 0{,}003 \end{aligned} \tag{4.36}$$

и

$$\begin{aligned} c_{11} &= -0{,}02, \\ c_{13} &= -0{,}07, \\ c_{31} &= -0{,}04, \\ c_{33} &= 0{,}22. \end{aligned} \tag{4.37}$$

Недавно в печати появились сообщения о других резонансах при высоких энергиях. Эти резонансы приведены в табл. 10, а на фиг. 30 показана энергетическая зависимость полных сечений рассеяния пионов на протонах в широком интервале энергий.

Таблица 10

Резонансы в рассеянии пионов на нуклонах

J	I	Полуширина $\Gamma/2$, *Мэв*	Масса, *Мэв*
$p_{3/2}$	$^3/_2$	45	1238
$d_{3/2}$	$^1/_2$	30	1510
$f_{5/2}$	$^1/_2$	50	1680
?	$^3/_2$	100	1900

Аналогичным способом можно проанализировать процесс фоторождения пионов, однако из-за не равенства нулю спина фотона такой анализ значительно сложнее. По этой причине мы не будем здесь излагать этот вопрос, ограничившись ссылкой на работу Гелл-Манна и Ватсона [5].

§ 3. *Поляризация нуклонов*

Амплитуда пион-нуклонного рассеяния $f(\theta)$ зависит от ориентации спинов. В общем случае амплитуда

$$f(\theta) = F + iG\sigma \cdot \frac{\mathbf{k}_f \times \mathbf{k}_i}{k^2} = F + iG\sigma \cdot (\mathbf{e}_f \times \mathbf{e}_i) \qquad (4.38)$$

удовлетворяет всем требованиям инвариантности (F и G являются скалярными функциями k и $\cos\theta$). Рассмотрим следующие случаи:

1. Для первоначально неполяризованного пучка сечение рассеяния при $\mathbf{k}_i = k\mathbf{e}_i \to \mathbf{k}_f = k\mathbf{e}_f$ и определенной ориентации спина s_f дается выражением

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2}\sum_{s_i} |\langle s_f | f(\theta) | s_i\rangle|^2 =$$

$$= \frac{1}{2}\langle f | (F^* - iG^*\sigma \cdot (\mathbf{e}_f \times \mathbf{e}_i))(F + iG\sigma \cdot (\mathbf{e}_f \times \mathbf{e}_i)) | f\rangle =$$

$$= \frac{1}{2}\langle f | (|F|^2 + |G|^2 \sin^2\theta + 2\,\mathrm{Im}\,(FG^*)\sigma \cdot (\mathbf{e}_f \times \mathbf{e}_i)) | f\rangle =$$

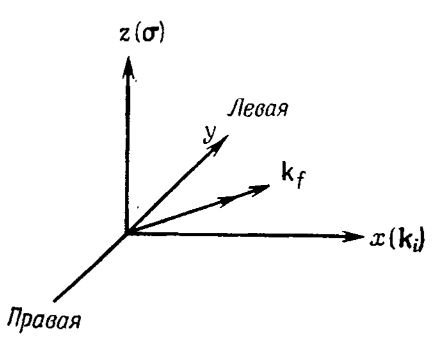
$$= \frac{1}{2}(|F|^2 + |G|^2 \sin^2\theta + 2\,\mathrm{Im}\,(FG^*)\langle f | \sigma | f\rangle \cdot (\mathbf{e}_f \times \mathbf{e}_i)). \qquad (4.39)$$

Таким образом, если FG^* имеет неисчезающую мнимую часть, то рассеянные нуклоны оказываются поляризованными перпендикулярно плоскости рассеяния.

2. Если первичный пучок поляризован, то сечение рассеяния, просуммированное по конечной ориентации спина, дается выражением

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |F|^2 + |G|^2 \sin^2\theta + 2\,\mathrm{Im}(FG^*)\langle i|\sigma|i\rangle\cdot(\mathbf{e}_f\times\mathbf{e}_i). \quad (4.40)$$

Это означает, что в данном случае будет существовать лево-правая асимметрия в угловом распределении рассеянных ча-



Фиг. 31. Поперечная поляризация нуклонов отдачи в пион-нуклонном рассеянии.

стиц. Чтобы убедиться в этом, обратимся к фиг. 31, на которой начальный пучок обладает поперечной поляризацией в направлении оси z, перпендикулярной плоскости рассеяния, а импульс $\mathbf{k}_i$ направлен вдоль оси x. Для частиц, рассеянных влево (вправо), имеем

$$\langle i|\sigma|i\rangle\cdot(\mathbf{e}_f\times\mathbf{e}_i) = \begin{cases} -\langle i|\sigma_z|i\rangle\sin\theta & \text{(влево)},\\ \langle i|\sigma_z|i\rangle\sin\theta & \text{(вправо)}.\end{cases} \quad (4.41)$$

Количественно асимметрия определяется величиной

$$a = \frac{(d\sigma/d\Omega)_R - (d\sigma/d\Omega)_L}{(d\sigma/d\Omega)_R + (d\sigma/d\Omega)_L} = \langle i|\sigma_z|i\rangle \frac{2\,\mathrm{Im}(FG^*)\cdot\sin\theta}{|F|^2 + |G|^2\sin^2\theta}. \quad (4.42)$$

Эта асимметрия появляется, несмотря на сохранение четности.

Задача 4.1. Выразить F и G через фазы пион-нуклонного рассеяния.

§ 4. Теория возмущений

До сих пор мы рассматривали только кинематические аспекты теории, не связанные с особенностями ее структуры. Для получения количественных результатов нужно обратиться к детальным особенностям взаимодействия между пионным и нуклонным полями. При этом мы воспользуемся гамильтонианом, рассмотренным в § 1; он будет нужен для вычисления сечений различных процессов, времени жизни нестабильных частиц и т. д.

Прежде всего введем теорию возмущений, которая, будучи простейшим и наиболее элементарным подходом, тем не менее весьма полезна при решении многих динамических задач.

Рассмотрим уравнение Шредингера

$$i\frac{\partial\Psi(t)}{\partial t} = H\Psi(t), \tag{4.43}$$

где

$$H = H_0 + H_{\text{int}}. \tag{4.44}$$

Здесь H_0 описывает свободные частицы или свободные поля, а H_{int} представляет добавку, обусловленную их взаимодействием между собой. В выражении (4.44) все операторы записаны в представлении Шредингера и, следовательно, не зависят от времени.

Введем теперь каноническое преобразование

$$\Phi(t) = e^{itH_0}\Psi(t). \tag{4.45}$$

С помощью функции $\Phi(t)$ уравнение Шредингера (4.43) запишется в виде

$$i\frac{\partial\Phi(t)}{\partial t} = H_{\text{int}}(t)\Phi(t), \tag{4.46}$$

где мы положили, по определению,

$$H_{\text{int}}(t) = e^{itH_0}H_{\text{int}}e^{-itH_0}. \tag{4.47}$$

Характерная особенность этого нового представления, введенного Томонагой и Швингером и называемого представлением взаимодействия, заключается в том, что в отсутствие взаимодействия Φ остается постоянной. Если гамильтониан взаимодействия задан как функция пар канонических переменных p_r и q_r, то

$$H_{\text{int}}(t) = H_{\text{int}}(p_r(t),\ q_r(t)), \tag{4.48}$$

где

$$p_r(t) = e^{itH_0}p_re^{-itH_0}, \quad q_r(t) = e^{itH_0}q_re^{-itH_0}. \tag{4.49}$$

Если задано значение Φ для времени t_0, то формальное решение уравнения Шредингера для функции $\Phi(t)$ можно представить в виде

$$\Phi(t) = U(t, t_0)\Phi(t_0), \tag{4.50}$$

где

$$i\frac{\partial}{\partial t}U(t, t_0) = H_{\text{int}}(t)U(t, t_0) \tag{4.51}$$

и

$$U(t_0, t_0) = 1. \tag{4.52}$$

Комбинируя условия (4.51) и (4.52), можно получить интегральное уравнение для $U(t, t_0)$:

$$U(t, t_0) = 1 - i\int_{t_0}^{t} dt H_{\text{int}}(t)U(t, t_0). \tag{4.53}$$

Оператор U, называемый трансформирующим функционалом[1]), имеет простой физический смысл: если предположить, что в момент времени t_0 система находилась в состоянии Φ_i, то вероятность обнаружения системы в момент времени t в состоянии Φ_f дается выражением

$$|(\Phi_f, U(t, t_0)\Phi_i)|^2 = |\langle f|U(t, t_0)|i\rangle|^2. \tag{4.54}$$

В частности, выражение $\langle f|U - 1|i\rangle$ дает амплитуду перехода между состояниями i и f. Если положить $t_0 \to -\infty$, то это будет означать, что пучок включен постоянно, а рассеянные частицы вылетают непрерывно. Вероятность перехода в единицу времени дается выражением

$$w = \frac{1}{t - t_0}|U(t, t_0)_{fi}|^2. \tag{4.55}$$

Вообще говоря, (4.55) — весьма сложная функция t и t_0, но по мере того как $t - t_0 \to \infty$, она стремится к определенному пределу. На практике величина w наблюдается в течение таких интервалов времени $t - t_0$, которые значительно превышают периоды ядерных или электронных движений, поэтому w можно определить соотношением

$$w = \lim_{T \to \infty}\frac{1}{2T}|U(T, -T)_{fi}|^2. \tag{4.56}$$

---

[1]) Этот оператор чаще называют оператором временнóго сдвига (см., например, курс Швебера [33*]) — *Прим. перев.*

Величину U можно определить, решая методом итераций интегральное уравнение (4.53):

$$U(t, -\infty) = 1 - i\int\limits_{-\infty}^{t} dt' H_{\text{int}}(t') + \\ + (-i)^2 \int\limits_{-\infty}^{t} dt' \int\limits_{-\infty}^{t'} dt'' H_{\text{int}}(t') H_{\text{int}}(t'') + \ldots . \quad (4.57)$$

Нас будут интересовать два специальных вида решения.

1. **Решение в форме Липмана — Швингера [6].** Будем, начиная с этого момента, всегда писать вместо H_{int} просто H. Матричный элемент (fi) оператора (4.57) дается выражением

$$U(t, -\infty)_{fi} = \delta_{fi} - i\int\limits_{-\infty}^{t} dt' H(t')_{fi} + \\ + (-i)^2 \int\limits_{-\infty}^{t} dt' \int\limits_{-\infty}^{t'} dt'' \sum_n H(t')_{fn} H(t'')_{ni} + \ldots, \quad (4.58)$$

в котором $H(t)_{fi}$ зависит от времени следующим образом:

$$H(t)_{fi} = \langle f | e^{itH_0} H e^{-itH_0} | i \rangle = e^{itE_f} H_{fi} e^{-itE_i} = e^{it(E_f - E_i)} H_{fi}. \quad (4.59)$$

В предыдущих выкладках мы предполагали, что оба состояния i и f являются собственными состояниями свободного гамильтониана H_0. Подставляя (4.59) в выражение (4.58), найдем:

$$U(t, -\infty)_{fi} = \delta_{fi} - i\int\limits_{-\infty}^{t} dt' e^{it'(E_f - E_i)} H_{fi} + \\ + (-i)^2 \int\limits_{-\infty}^{t} dt' \int\limits_{-\infty}^{t'} dt'' \sum_n e^{it'(E_f - E_n) + it''(E_n - E_i)} H_{fn} H_{ni} + \ldots . \quad (4.60)$$

Чтобы выполнить интегрирование по t, нужно оценить интегралы вида

$$\int\limits_{-\infty}^{t} dt' e^{it'(E_f - E_i)},$$

которые не являются определенными. Стандартный способ преодоления этого затруднения состоит в использовании обрезающего множителя $e^{\varepsilon t}$, где ε — положительная бесконечно малая

величина. При этом интегралы будут определены:

$$\int_{-\infty}^{t} dt' e^{it'(E_f - E_i)} = \lim_{\varepsilon \to 0} \int_{-\infty}^{t} dt' e^{it'(E_f - E_i) + \varepsilon t'} =$$

$$= e^{it(E_f - E_i)} \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{1}{i(E_f - E_i) + \varepsilon}. \qquad (4.61)$$

Комбинируя (4.60) и (4.61), получаем

$$U(t, -\infty)_{fi} = \delta_{fi} + e^{it(E_f - E_i)} \lim_{\varepsilon \to 0} \left[\frac{H_{fi}}{E_i - E_f + i\varepsilon} + \right.$$

$$+ \sum_n \frac{H_{fn}}{E_i - E_f + 2i\varepsilon} \frac{H_{ni}}{E_i - E_n + i\varepsilon} +$$

$$\left. + \sum_n \sum_{n'} \frac{H_{fn'}}{E_i - E_f + 3i\varepsilon} \frac{H_{n'n}}{E_i - E_{n'} + 2i\varepsilon} \frac{H_{ni}}{E_i - E_n + i\varepsilon} + \ldots \right].$$

Если в этом выражении оставить только конечные члены, то можно ε, 2ε, $3\varepsilon, \ldots$ заменить просто на ε; тогда

$$U(t, -\infty)_{fi} = \delta_{fi} + \frac{e^{it(E_f - E_i)}}{E_i - E_f + i\varepsilon} \left(H_{fi} + \sum_n \frac{H_{fn} H_{ni}}{E_i - E_n + i\varepsilon} + \ldots \right). \qquad (4.62)$$

В теории возмущений S-матрица определяется соотношением

$$S = U(\infty, -\infty) = \lim_{t \to \infty} U(t, -\infty). \qquad (4.63)$$

Чтобы выполнить предельный переход, воспользуемся равенством

$$\lim_{\varepsilon \to 0} \frac{e^{it(E_f - E_i)}}{E_i - E_f + i\varepsilon} = -i \int_{-\infty}^{t} dt' e^{it'(E_f - E_i)}.$$

Теперь предел нетрудно найти, поскольку

$$\lim_{t \to \infty} \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{e^{it(E_f - E_i)}}{E_i - E_f + i\varepsilon} = -i \lim_{t \to \infty} \int_{-\infty}^{t} dt' e^{it'(E_f - E_i)} =$$

$$= -i \int_{-\infty}^{\infty} dt' e^{it'(E_f - E_i)} =$$

$$= -2\pi i \delta(E_f - E_i). \qquad (4.64)$$

Таким образом, для S получаем

$$S_{fi}=\delta_{fi}-2\pi i\delta(E_f-E_i)\left(H_{fi}+\sum_n \frac{H_{fn}H_{ni}}{E_i-E_n+i\varepsilon}+\ldots\right), \quad (4.65)$$

$$S_{fi}\equiv\delta_{fi}-2\pi i\delta(E_f-E_i)T_{fi}. \quad (4.66)$$

Липман и Швингер дали матрицу T в простой операторной форме, введя оператор H_0, следующим образом:

$$\begin{aligned}
T_{fi} &= H_{fi}+\sum_n \frac{H_{fn}H_{ni}}{E_i-E_n+i\varepsilon}+\ldots= \\
&=\langle f|H|i\rangle+\sum_n \left\langle n\left|\frac{1}{E_i-H_0+i\varepsilon}\right|n\right\rangle\langle f|H|n\rangle\langle n|H|i\rangle+\ldots= \\
&=\langle f|H|i\rangle+\left\langle f\left|H\frac{1}{E_i-H_0+i\varepsilon}H\right|i\right\rangle+\ldots= \\
&=\left\langle f\right|H+H\frac{1}{E_i-H_0+i\varepsilon}H+ \\
&+H\frac{1}{E_i-H_0+i\varepsilon}H\frac{1}{E_i-H_0+i\varepsilon}H+\ldots\left|i\right\rangle. \quad (4.67)
\end{aligned}$$

Это есть так называемая формула Липмана — Швингера.

Вероятность перехода в единицу времени равна

$$\begin{aligned}
w &= \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}|U(T,-T)_{fi}|^2= \\
&=(2\pi)^2\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}(\delta(E_f-E_i))^2|T_{fi}|^2 \quad (f\neq i).
\end{aligned}$$

Квадрат δ-функции интерпретируется следующим образом:

$$\begin{aligned}
2\pi\frac{1}{2T}[\delta(E_f-E_i)]^2 &= \frac{2\pi\delta(0)}{2T}\delta(E_f-E_i)= \\
&=\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}e^{i0t}\,dt\,\delta(E_f-E_i)\to \\
&\to\delta(E_f-E_i).
\end{aligned}$$

Таким образом,

$$w=2\pi\delta(E_f-E_i)|T_{fi}|^2. \quad (4.68)$$

2. Формула Дайсона для S-матрицы [7, 8]. При ковариантной формулировке теории поля формула Липмана — Швингера не вполне удобна для расчетов. Однако, следуя Дайсону, мы получим для S-матрицы формулу, заметно облегчающую рас-

четы. В связи с этим введем так называемый хронологический символ, или оператор упорядочения по времени T:

$$T(A(t_1)B(t_2))=\begin{cases} A(t_1)B(t_2) & \text{при} \quad t_1>t_2, \\ B(t_2)A(t_1) & \text{при} \quad t_2>t_1, \end{cases}$$

и его обобщение

$$T(A(t_1)B(t_2)\ldots Z(t_n))= \\ =A(t_1)B(t_2)\ldots Z(t_n) \quad \text{при} \quad t_1>t_2>\ldots>t_n \text{ и т. д.}$$

Выражение $T(H(t_1)\ldots H(t_n))$ представляет симметричную функцию переменных $t_1, t_2, \ldots, t_n$, и элементарная формула

$$\int_a^b dx_1 \int_a^{x_1} dx_2 \ldots \int_a^{x_{n-1}} dx_n f(x_1\ldots x_n)= \\ =\frac{1}{n!}\int_a^b dx_1 \int_a^b dx_2 \ldots \int_a^b dx_n f(x_1\ldots x_n),$$

справедливая в случае симметричной функции $f(x_1\ldots x_n)$, позволяет получить равенство

$$\int_{-\infty}^{t} dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 \ldots \int_{-\infty}^{t_{n-1}} dt_n H(t_1)\ldots H(t_n)= \\ =\frac{1}{n!}\int_{-\infty}^{t} dt_1 \int_{-\infty}^{t} dt_2 \ldots \int_{-\infty}^{t} dt_n T(H(t_1)\ldots H(t_n)), \quad (4.69)$$

так как первое подынтегральное выражение равно $T(H(t_1)\ldots$ $\ldots H(t_n))$. Таким образом, для U-матрицы получаем

$$U(t,-\infty)=1+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-i)^n}{n!}\int_{-\infty}^{t} dt_1 \ldots \int_{-\infty}^{t} dt_n T(H(t_1)\ldots H(t_n))= \\ =T\left[\exp\left(-i\int_{-\infty}^{t} dt H(t)\right)\right], \quad (4.70)$$

и, следовательно, в пределе $t\to\infty$

$$S=1+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-i)^n}{n!}\int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \ldots \int_{-\infty}^{\infty} dt_n T(H(t_1)\ldots H(t_n))= \\ =T\left[\exp\left(-i\int_{-\infty}^{\infty} dt H(t)\right)\right]. \quad (4.71)$$

Это и есть формула Дайсона для S-матрицы. В теории поля гамильтониан взаимодействия есть трехмерный интеграл от плотности функции Гамильтона, описывающей это взаимодействие:

$$H(t) = \int d^3x \mathscr{H}(\mathbf{x}, t) \equiv \int d^3x \mathscr{H}(x). \tag{4.72}$$

Приведем в качестве примера плотности функции Гамильтона для различных типов взаимодействия:

а. Квантовая электродинамика:

$$\mathscr{H}(x) = -ie\bar{\psi}\gamma_\mu\psi \cdot A_\mu. \tag{4.73}$$

б. Пион-нуклонная система:

$$\mathscr{H}(x) = iG\bar{\psi}\gamma_5\hat{\tau}\psi \cdot \hat{\varphi} + \frac{\lambda}{4}(\hat{\varphi} \cdot \hat{\varphi})^2. \tag{4.74}$$

После введения плотности гамильтониана формула Дайсона принимает вид

$$S = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-i)^n}{n!} \int d^4x_1 \ldots \int d^4x_n T(\mathscr{H}(x_1) \ldots \mathscr{H}(x_n)) =$$
$$= T\left[\exp\left(-i \int d^4x \mathscr{H}(x)\right)\right]. \tag{4.75}$$

Эта формула, будучи полностью ковариантной, весьма полезна при расчетах релятивистских эффектов и для ковариантных вычислений эффективных сечений различных процессов при высоких энергиях.

S-матрица обладает целым рядом важных свойств, а так как все экспериментально наблюдаемые величины допускают выражение через S-матрицу, задача вывода следствий и заключений из теории сводится по сути дела к вычислению элементов этой матрицы [9—13].

§ 5. Свойства S-матрицы и формула Мёллера

Свойства S-матрицы можно разбить на несколько категорий:
1) свойства инвариантности, или законы сохранения;
2) унитарность;
3) аналитические свойства.

1. Свойства инвариантности. Свойства, которые мы уже рассмотрели в гл. 2 и 3, относятся к первой категории. Если величина Q есть интеграл движения, то

$$[S, Q] = 0. \tag{4.76}$$

В качестве примера приведем соотношения

$$[S, \mathbf{J}]=0, \quad [S, P_\mu]=0, \tag{4.77}$$

где $\mathbf{J}$ — полный момент, а P_μ — полный 4-импульс системы.

Кроме того, S-матрица инвариантна относительно преобразований Лоренца. В частности, формулы (4.77) есть следствие инвариантности по отношению к вращениям и трансляциям.

S-матрица инвариантна также относительно некоторых дискретных преобразований. Так, в гл. 2 мы видели, что при обращении времени

$$S^R = S. \tag{4.78}$$

Если говорить только о сильных взаимодействиях, то S-матрица инвариантна также относительно операций зарядового сопряжения и пространственного отражения:

$$\mathcal{C}S\mathcal{C}^{-1}=S, \quad \text{или} \quad [S, \mathcal{C}]=0; \tag{4.79}$$

$$\Pi S\Pi^{-1}=S, \quad \text{или} \quad [S, \Pi]=0. \tag{4.80}$$

В отсутствие электромагнитных взаимодействий сильные взаимодействия зарядов независимы, поэтому изоспин $\vec{I}$ в сильных взаимодействиях является сохраняющейся величиной, иначе говоря,

$$[S, \vec{I}]=0. \tag{4.81}$$

2. Унитарность. Условие унитарности связано с сохранением вероятности и выражается соотношением

$$S^\dagger S = SS^\dagger = 1. \tag{4.82}$$

Существует ряд различных способов доказательств этого очень важного свойства S-матрицы; например, его можно доказать, исходя из формулы Липмана — Швингера или из формулы Дайсона. Мы приведем доказательство, основанное на формуле Дайсона

$$S = T\left[\exp\left(-i\int dx^4 \mathcal{H}(x)\right)\right], \tag{4.75}$$

откуда, если $\mathcal{H}(x)$ эрмитов, следует, что

$$S^\dagger = \tilde{T}\left[\exp\left(i\int d^4x \mathcal{H}(x)\right)\right]. \tag{4.75'}$$

Здесь $\tilde{T}$ — антихронологический символ, появление которого объясняется тем фактом, что операция эрмитова сопряжения

$$T[\mathcal{H}(x_1)\ldots\mathcal{H}(x_n)]^\dagger = \tilde{T}[\mathcal{H}(x_1)\ldots\mathcal{H}(x_n)]$$

обращает порядок сомножителей в произведении, в результате чего T заменяется на $\tilde{T}$.

При доказательстве унитарности S-матрицы весьма полезно алгебраическое тождество

$$\sum i^k (-i)^{n-k} \tilde{T}\left[\mathscr{H}(x'_1) \ldots \mathscr{H}(x'_k)\right] \times$$
$$\times T\left[\mathscr{H}(x'_{k+1}) \ldots \mathscr{H}(x'_n)\right] = 0, \qquad (n > 0), \quad (4.83)$$

где $(x'_1, \ldots, x'_n)$ — какая-то перестановка $(x_1, \ldots, x_n)$, а суммирование охватывает все комбинации перестановок, которые разбивают $x_1, \ldots, x_n$ на две группы: одну, входящую под знак T, и другую, входящую под знак $\tilde{T}$.

Так, например, при $n=1$ и $n=2$ имеем

$$i\tilde{T}\left[\mathscr{H}(x_1)\right] - iT\left[\mathscr{H}(x_1)\right] = i\mathscr{H}(x_1) - i\mathscr{H}(x_1) = 0 \qquad (n=1);$$

$$i^2\tilde{T}\left[\mathscr{H}(x_1)\mathscr{H}(x_2)\right] + i(-i)\left\{\tilde{T}\left[\mathscr{H}(x_1)\right] T\left[\mathscr{H}(x_2)\right] + (x_1 \rightleftarrows x_2)\right\} +$$
$$+ (-i)^2 T\left[\mathscr{H}(x_1)\mathscr{H}(x_2)\right] =$$
$$= \left\{\mathscr{H}(x_1), \mathscr{H}(x_2)\right\} - T\left[\mathscr{H}(x_1)\mathscr{H}(x_2)\right] - \tilde{T}\left[\mathscr{H}(x_1)\mathscr{H}(x_2)\right] = 0$$
$$(n=2).$$

Тождество (4.83) можно доказать и в общем случае (мы на этом останавливаться не будем). Имеем:

$$S^{\dagger}S = \tilde{T}\left[\exp\left(i\int d^4x\mathscr{H}(x)\right)\right] \cdot T\left[\exp\left(-i\int d^4x\mathscr{H}(x)\right)\right] =$$
$$= \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{n} \frac{i^k}{k!}\frac{(-i)^{n-k}}{(n-k)!}\int d^4x_1 \ldots d^4x_n \times$$
$$\times \tilde{T}\left[\mathscr{H}(x_1) \ldots \mathscr{H}(x_k)\right] \cdot T\left[\mathscr{H}(x_{k+1}) \ldots \mathscr{H}(x_n)\right].$$

С помощью алгебраического тождества (4.83) можно показать, что

$$\sum_k \frac{n!}{k!(n-k)!} i^k (-i)^{n-k} \int d^4x_1 \ldots d^4x_n \times$$
$$\times \tilde{T}\left[\mathscr{H}(x_1) \ldots \mathscr{H}(x_k)\right] \cdot T\left[\mathscr{H}(x_{k+1}) \ldots \mathscr{H}(x_n)\right] = 0 \qquad (n > 0).$$

Сравнивая это выражение с выражением для $SS^{\dagger}$, находим, что

$$SS^{\dagger} = 1.$$

Аналогичным образом можно доказать, что

$$S^{\dagger}S = 1.$$

3. Аналитические свойства. Аналитические свойства S-матрицы используются главным образом в дисперсионной теории, которую мы бегло обсудим позднее. Однако даже на ранней

стадии развития теории S-матрицы была ясна важность ее аналитических свойств в связи с задачей о связанных состояниях. Мы проиллюстрируем силу аналитического подхода, обсудив один простой вопрос.

Рассмотрим уравнение Шредингера для частицы с приведенной массой m

$$\left(-\frac{1}{2m}\Delta + U(r)\right)\psi = E\psi. \tag{4.84}$$

Если положить $V=2mU$, $k^2=2mE$, то это уравнение можно записать в виде

$$\Delta\psi + (k^2 - V(r))\psi = 0. \tag{4.85}$$

Положив теперь $\psi(r)=u(r)/r$, для случая $l=0$ (s-волна) получим просто

$$\frac{d^2u}{dr^2} + k^2u = Vu. \tag{4.86}$$

Решение, удовлетворяющее подходящим граничным условиям, например $u=0$ при $r=0$, имеет в асимптотике вид

$$u(r) \sim e^{-ikr} - S(k)\,e^{ikr}, \tag{4.87}$$

где первый член описывает падающую, а второй — рассеянную волны. Величина $S(k)$ есть собственное значение S-матрицы в s-состоянии. Положив

$$S(k) = e^{2i\delta(k)}, \tag{4.88}$$

мы тем самым определим фазу рассеяния $\delta(k)$ для s-состояния. Фаза рассеяния s-волны является нечетной функцией k,

$$\delta(-k) = -\delta(k). \tag{4.89}$$

Это соотношение позволяет продолжить $S(k)$ на отрицательные значения k:

$$S(-k) = S(k)^{-1}. \tag{4.90}$$

Для значений $k=-i\varkappa$ при $\varkappa>0$ асимптотическая формула (4.87) выглядит следующим образом:

$$e^{-\varkappa r} - S(-i\varkappa)\,e^{\varkappa r}. \tag{4.91}$$

Пусть теперь $E=-\varkappa^2/2m$ соответствует энергии связанного состояния; тогда приведенное выше выражение должно давать с точностью до нормирующего множителя асимптотический вид волновой функции связанного состояния. Связанные состояния и состояния, принадлежащие непрерывному спектру, имеют,

конечно, различную нормировку. Для связанного состояния требуется отсутствие неограниченно возрастающего слагаемого в выражении (4.91), поэтому должно быть

$$S(-i\varkappa)=0. \tag{4.92}$$

Тогда из соотношения (4.90) следует, что

$$S(i\varkappa)=\infty. \tag{4.93}$$

Это соотношение можно рассматривать как уравнение, определяющее энергию связанного состояния, если аналитический вид функции $S(k)$ считать известным. Например, ограничившись так называемым приближением, «не зависящим от формы потенциала» [14], будем иметь

$$k\operatorname{ctg}\delta\approx-\frac{1}{a}+\frac{1}{2}r_0k^2=-\alpha+\frac{1}{2}r_0k^2. \tag{4.94}$$

Рассмотрим рассеяние нейтрона на протоне в ^3S-состоянии. Тогда соотношение

$$S(-i\gamma)=0 \tag{4.95}$$

дает уравнение для определения энергии связи дейтрона $B=\gamma^2/2m$, где, как и раньше, m — приведенная масса; поэтому в нашем случае масса нуклона равна $2m$. Если для простоты положить

$$S(k)=\frac{e^{i\delta}}{e^{-i\delta}}=\frac{\operatorname{ctg}\delta+i}{\operatorname{ctg}\delta-i}=\frac{k\operatorname{ctg}\delta+ik}{k\operatorname{ctg}\delta-ik},$$

то из соотношения (4.95) непосредственно следует, что

$$\gamma-\alpha-\frac{1}{2}r_0\gamma^2=0. \tag{4.96}$$

Если теперь пренебречь членом, содержащим эффективный радиус взаимодействия, то получится следующее приближенное выражение:

$$\gamma\approx\alpha; \tag{4.97}$$

следовательно, энергия связи в естественных единицах равна

$$B\approx\frac{\alpha^2}{m_N}=\frac{1}{m_Na^2}. \tag{4.98}$$

Вводя сюда постоянные $\hbar$ и c, чтобы зафиксировать размерности, получаем:

$$B\approx m_Nc^2\left(\frac{\hbar}{m_Nca}\right)^2=938\ \text{Мэв}\times\left(\frac{2{,}1\cdot10^{-14}}{5{,}4\cdot10^{-13}}\right)=1{,}4\ \text{Мэв}.$$

Эта величина не совпадает с экспериментальным значением энергии связи, равным 2,2 *Мэв*. Таким образом, приближение нулевого радиуса взаимодействия оказывается слишком грубым, чтобы дать количественное согласие с экспериментом. Используя значение параметров $a=5{,}4\cdot10^{-13}$ *см* и $r_0=1{,}7\cdot10^{-13}$ *см*, можно получить с помощью соотношения (4.96) правильное значение энергии связи.

4. Формула Мёллера для эффективных сечений. Ранее мы вывели формулу, выражающую вероятность перехода в единственное конечное состояние через элементы S-матрицы, записанной в форме (4.66). Вероятность перехода в конечное состояние f, содержащее n частиц с импульсами, заключенными в интервалах d^3p_1 для первой частицы, d^3p_2 для второй и т. д., дается выражением

$$dw_{fi}=2\pi\left(\frac{V}{(2\pi)^3}d^3p_1\right)\dots\left(\frac{V}{(2\pi)^3}d^3p_n\right)\delta(E_f-E_i)\,|T_{fi}|^2, \quad (4.99)$$

где произведение круглых скобок в совокупности служит дифференциалом фазового объема. Так как эффективное сечение есть вероятность перехода, отнесенная к единичному потоку падающих частиц, то оно связано с w соотношением

$$d\sigma_{fi}=\frac{V}{v_{\text{отн}}}\,dw_{fi}. \quad (4.100)$$

Здесь $v_{\text{отн}}=|\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2|$ — относительная скорость сталкивающихся частиц, а V — нормировочный объем всей системы. Использование эффективного сечения, а не вероятности перехода оказывается более предпочтительным вследствие двух обстоятельств: 1) эффективное сечение не зависит от нормировочного объема V в пределе больших V и 2) эффективное сечение есть лоренц-инвариантная величина.

Доказательство справедливости первого утверждения мы начнем со случая конечного объема V. Множитель $\delta(E_f-E_i)$ в формуле для S-матрицы[1]) выражает закон сохранения энергии, в силу чего эта формула справедлива для консервативных систем, а также для систем, находящихся в статических внешних полях. Но если ограничиться случаем замкнутых систем в отсутствие внешних полей, то сохраняется не только энергия системы, но и ее импульс. Поэтому предположим, что S-матрица для этого случая имеет вид

$$\langle f|S|i\rangle=\delta_{fi}-i\delta^4(P_f-P_i)\,t_{fi}. \quad (4.101)$$

Для того чтобы найти вероятность перехода, необходимо вычислить квадрат δ-функции. Эти выкладки мы проведем точно тем

[1]) См. формулу (4.66). — *Прим. перев.*

же способом, как при получении формулы (4.68):

$$(2\pi)^3[\delta^3(\mathbf{P}_f-\mathbf{P}_i)]^2=(2\pi)^3\delta^3(0)\cdot\delta^3(\mathbf{P}_f-\mathbf{P}_i)=$$
$$=\int d^3x e^{i0\cdot\mathbf{x}}\delta^3(\mathbf{P}_f-\mathbf{P}_i)=$$
$$=V\delta^3(\mathbf{P}_f-\mathbf{P}_i),$$

где 0 — нуль-вектор. Поэтому

$$|T_{fi}|^2=\frac{|t_{fi}|^2}{(2\pi)^2}\frac{V}{(2\pi)^3}\delta^3(\mathbf{P}_f-\mathbf{P}_i). \tag{4.102}$$

Подставляя это выражение в формулу (4.99), найдем, что

$$dw_{fi}=\frac{1}{2\pi}\left(\frac{V}{(2\pi)^3}d^3p_1\right)\dots\left(\frac{V}{(2\pi)^3}d^3p_n\right)\frac{V}{(2\pi)^3}\delta^4(P_f-P_i)|t_{fi}|^2, \tag{4.103}$$

а эффективное сечение выразится теперь как

$$d\sigma_{fi}=\frac{4\pi^2}{v_{\text{отн}}}\left(\frac{V}{(2\pi)^3}d^3p_1\right)\dots$$
$$\dots\left(\frac{V}{(2\pi)^3}d^3p_n\right)\delta^4(P_f-P_i)|t_{fi}|^2\left(\frac{V}{(2\pi)^3}\right)^2. \tag{4.104}$$

Здесь мы касаемся только зависимости матричного элемента t_{fi} от нормировочного объема, а подробное обсуждение его структуры оставляем на будущее. Дабы убедиться в том, что нормировочный объем V сокращается, запишем в более развернутом виде (fi)-элемент t-матрицы для случая, когда в конечном состоянии имеется n частиц:

$$t_{fi}=\langle p_1,\dots,p_n|t|p_1^0,\ p_2^0\rangle. \tag{4.105}$$

Рассмотрим теперь волновые функции начального и конечного состояний. Для падающих и уходящих бесспиновых частиц мы имеем соответственно волновые функции

$$\langle 0|\varphi(x)|p\rangle=\frac{e^{ipx}}{\sqrt{2p_0V}},\quad \langle p|\varphi(x)|0\rangle=\frac{e^{-ipx}}{\sqrt{2p_0V}}; \tag{4.106}$$

а соответствующие волновые функции частиц со спином $^1/_2$ будут иметь вид

$$\langle 0|\psi(x)|p\rangle=\frac{u(p)}{\sqrt{V}}e^{ipx},\qquad \langle p|\bar\psi(x)|0\rangle=\frac{\bar u(p)}{\sqrt{V}}e^{-ipx}. \tag{4.107}$$

Здесь u — дираковские спиноры, нормированные на единицу: $u^*(p)u(p)=1$. Итак, зависимость матричного элемента от нормировочного объема V имеет вид

$$t_{fi}\sim\left(\frac{1}{\sqrt{V}}\right)^{n+2}, \tag{4.108}$$

поэтому сечение $d\sigma_{fi}$ не зависит от V. В формулах для эффективного сечения мы воспользовались тем обстоятельством, что V велико, в силу чего суммирование по конечным состояниям заменилось интегрированием, как на то указывает присутствие в этих формулах d^3p.

Теперь следует показать, что полное эффективное сечение лоренц-инвариантно. С этой целью проведем усреднение по начальным и суммирование по конечным ориентациям спинов. Поскольку σ не зависит от нормировочного объема, положим просто $V=(2\pi)^3$; тогда

$$d\sigma_{fi}=\frac{4\pi^2}{v_{\text{отн}}}d^3p_1\ldots d^3p_n\frac{\delta^4(P_f-P_i)}{(2S_1+1)(2S_2+1)}\sum_{s_i}\sum_{s_f}|t_{fi}|^2, \quad (4.109)$$

где S_1 и S_2 — спины сталкивающихся частиц в начальном состоянии. Так как в (4.109) содержится суммирование по спинам, мы напомним метод Казимира:

$$\sum_{\text{спин}}u_\alpha(\mathbf{p},\sigma)\bar{u}_\beta(\mathbf{p},\sigma)=\frac{(-ip\gamma+m)_{\alpha\beta}}{2p_0}. \quad (4.110)$$

Эта формула справедлива для частиц. Для античастиц волновые функции имеют вид

$$\langle 0|\bar{\psi}(x)|p\rangle=\frac{\bar{v}(p)}{\sqrt{V}}e^{ipx},\ \langle p|\psi(x)|0\rangle=\frac{v(p)}{\sqrt{V}}e^{-ipx}, \quad (4.111)$$

поэтому суммирование по спинам дает

$$\sum_{\text{спин}}v_\alpha(\mathbf{p},\sigma)\bar{v}_\beta(\mathbf{p},\sigma)=-\frac{(ip\gamma+m)_{\alpha\beta}}{2p_0}. \quad (4.112)$$

Спиноры u и v удовлетворяют уравнениям

$$\begin{aligned}(ip\gamma+m)\,u(p)&=\bar{u}(p)(ip\gamma+m)=0,\\(-ip\gamma+m)\,v(p)&=\bar{v}(p)(-ip\gamma+m)=0.\end{aligned} \quad (4.113)$$

В качестве следующего шага определим инвариантную матрицу $\mathfrak{M}$:

$$\mathfrak{M}_{fi}=\sqrt{(p_1)_0}\cdots\sqrt{(p_n)_0}\,t_{fi}\,\sqrt{(p_1^0)_0}\,\sqrt{(p_2^0)_0}, \quad (4.114)$$

или более точно

$$\langle p_1,\ldots,p_n|\mathfrak{M}|p_1^0,p_2^0\rangle=\sqrt{(p_1)_0(p_2)_0\cdots(p_n)_0}\times$$
$$\times\langle p_1,\ldots,p_n|t|p_1^0,p_2^0\rangle\sqrt{(p_1^0)_0(p_2^0)_0}. \quad (4.115)$$

Согласно этому определению, матрица $\mathfrak{M}$ действительно лоренц-инвариантна. Бозонные волновые функции входят в матричный элемент в виде $e^{ipx}/\sqrt{2(2\pi)^3}$, а фермионные волновые функции — в виде $\sqrt{p_0}\, u(p)\, e^{ipx}/\sqrt{(2\pi)^3}$, так что оператор Казимира становится инвариантным:

$$\sum_{\text{спин}} \sqrt{p_0}\, u_\alpha(\mathbf{p}, \sigma) \sqrt{p_0}\, \bar{u}_\beta(\mathbf{p}, \sigma) = \frac{(-ip\gamma + m)_{\alpha\beta}}{2}. \quad (4.116)$$

Поэтому полное эффективное сечение, выраженное через матрицу $\mathfrak{M}$, запишется как

$$\sigma = \frac{4\pi^2}{v_{\text{отн}} \left(p_1^0\right)_0 \left(p_2^0\right)_0} \int \frac{d^3 p_1}{(p_1)_0} \ldots \int \frac{d^3 p_n}{(p_n)_0} \delta^4 (P_f - P_i) \times$$
$$\times \frac{1}{(2S_1+1)(2S_2+1)} \sum_{s_i} \sum_{s_f} |\mathfrak{M}_{fi}|^2. \quad (4.117)$$

Входящие в это выражение интегралы, так же как и подынтегральные выражения, лоренц-инвариантны, поэтому единственное, что нам осталось сделать, чтобы установить лоренц-инвариантность σ, это исследовать трансформационные свойства первого множителя в (4.117). Как в системе центра инерции, так и в лабораторной системе относительная скорость $v_{\text{отн}}$ дается выражением

$$v_{\text{отн}} = |\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2| = \frac{|\mathbf{p}_1^0|}{E_1} + \frac{|\mathbf{p}_2^0|}{E_2}, \quad (4.118)$$

где $E_1 = (p_1^0)_0$ и $E_2 = (p_2^0)_0$; следовательно,

$$v_{\text{отн}} E_1 E_2 = E_2 |\mathbf{p}_1^0| + E_1 |\mathbf{p}_2^0|.$$

Имеется инвариантное обобщение этой величины:

$$B = \sqrt{|\mathbf{p}_1^0 E_2 - \mathbf{p}_2^0 E_1|^2 - |\mathbf{p}_1^0 \times \mathbf{p}_2^0|^2} =$$
$$= \sqrt{(p_1^0 p_2^0)^2 - m_1^2 m_2^2}. \quad (4.119)$$

Итак, мы приходим к следующему инвариантному выражению для полного эффективного сечения, известному под названием формулы Мёллера:

$$\sigma = \frac{4\pi^2}{B} \int \frac{d^3 p_1}{(p_1)_0} \ldots \int \frac{d^3 p_n}{(p_n)_0} \delta^4 (P_f - P_i) \times$$
$$\times \frac{1}{(2S_1+1)(2S_2+1)} \sum_{s_i} \sum_{s_f} |\mathfrak{M}_{fi}|^2. \quad (4.120)$$

Когда в конечном состоянии имеются тождественные частицы, формула Мёллера не верна, так как одни и те же

состояния учитываются по нескольку раз. Поэтому, скажем, в случае N тождественных частиц приведенное выше выражение следует разделить на $N!$. Примеры, где используется формула Мёллера, будут даны позже.

Мы вывели и обсудили формулу Мёллера в ее наиболее общем виде. В случае же, когда в конечном состоянии имеются только две частицы, ее можно значительно упростить. Ввиду практической важности этого случая рассмотрим его более подробно.

Прежде всего следует вычислить интеграл

$$I=\int \frac{d^3p_1}{(p_1)_0}\int \frac{d^3p_2}{(p_2)_0}\delta^4(P_f-P_i)\ldots.$$

Это можно проделать в системе центра инерции, когда

$$\mathbf{p}_f\equiv\mathbf{p}_1=-\mathbf{p}_2,$$

и поэтому

$$I=\int \frac{d^3p_f}{(p_1)_0\,(p_2)_0}\delta\left[(p_1)_0+(p_2)_0-E_i\right],$$

где E_i — полная энергия системы в начальном состоянии. Вводя полярные координаты, запишем

$$I=\int \frac{p_f^2dp_f d\Omega_f}{(p_1)_0\,(p_2)_0}\delta\left[(p_1)_0+(p_2)_0-E_i\right]=\int \frac{p_f}{E_i}\,d\Omega_f\ldots.$$

Следовательно, для дифференциального эффективного сечения получается выражение

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}=\frac{4\pi^2}{B}\left(\frac{p_f}{W}\right)\frac{1}{(2S_1+1)(2S_2+1)}\sum_{s_i}\sum_{s_f}|\mathfrak{M}_{fi}|^2, \tag{4.121}$$

где $W=E_i=E_f$ — полная энергия системы. Мы уже пользовались этой формулой раньше при обсуждении принципа детального равновесия, где мы писали для амплитуды перехода $S(\to)$ вместо $\mathfrak{M}_{fi}$.

Так как в системе центра инерции $B=p_iW$, то

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}=\left(\frac{2\pi}{W}\right)^2\left(\frac{p_f}{p_i}\right)\frac{1}{(2S_1+1)(2S_2+1)}\sum_{s_i}\sum_{s_f}|\mathfrak{M}_{fi}|^2. \tag{4.122}$$

Это выражение является основной формулой при выводе принципа детального равновесия. Мы знаем, что для упругого рассеяния

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}=|f(\theta)|^2, \tag{4.123}$$

поэтому

$$|f(\theta)| = \frac{2\pi}{W} |\mathfrak{M}_{fi}|.$$

Подробное исследование показывает, что в борновском приближении

$$f(\theta) = -\frac{2\pi}{W} \mathfrak{M}_{fi}. \tag{4.124}$$

Этим соотношением фиксируется относительная фаза $\mathfrak{M}_{fi}$ и $f(\theta)$.

5. Формула времени жизни. В качестве следующего шага мы выведем формулу времени жизни, воспользовавшись для этого золотым правилом. Исходя из формулы (4.103), мы можем показать, что dw_{fi} не зависит от нормировочного объема V, поскольку в данном случае начальное состояние содержит только одну частицу. Снова полагая $V = (2\pi)^3$ и вводя матрицу $\mathfrak{M}$, получаем теперь

$$dw = \frac{1}{2\pi} \frac{d^3 p_1}{(p_1)_0} \cdots \frac{d^3 p_n}{(p_n)_0} \delta^4 (P_f - P_i) |\mathfrak{M}_{fi}|^2 \frac{1}{(P_i)_0}. \tag{4.125}$$

Усредняя далее по начальным и суммируя по конечным спиновым состояниям, найдем, что

$$\frac{1}{\tau} = w = \frac{1}{(2S_i + 1)} \frac{1}{2\pi (P_i)_0} \int \frac{d^3 p_1}{(p_1)_0} \cdots \int \frac{d^3 p_n}{(p_n)_0} \times \\ \times \delta^4 (P_f - P_i) \sum_{s_f} \sum_{s_i} |\mathfrak{M}_{fi}|^2. \tag{4.126}$$

В этом выражении интеграл лоренц-инвариантен, поэтому время жизни τ преобразуется так же, как энергия $(P_i)_0$, и, следовательно,

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \tag{4.127}$$

где τ_0 — время жизни частицы в системе покоя. В случае распада на две частицы вышеприведенные интегралы в системе, где первоначальная частица покоится, дают

$$\frac{1}{\tau_0} = \frac{1}{2\pi (2S_i + 1)} \frac{p_f}{M^2} 4\pi \sum_{s_f} \sum_{s_i} |\mathfrak{M}_{fi}|^2 = \\ = \frac{2}{(2S_i + 1)} \frac{p_f}{M^2} \sum_{s_f} \sum_{s_i} |\mathfrak{M}_{fi}|^2. \tag{4.128}$$

К этой формуле мы еще вернемся. Величина M представляет массу покоя рассматриваемой нестабильной частицы.

Когда одновременно возможны несколько различных типов распада, время жизни равно

$$\frac{1}{\tau}=w=w_a+w_b+\ldots=\frac{1}{\tau_a}+\frac{1}{\tau_b}+\ldots, \tag{4.129}$$

где τ_a — парциальное время жизни по отношению к распаду в канале a, τ_b — парциальное время жизни для канала b и т. д.

§ 6. Оптическая теорема

Рассмотрим столкновение между двумя частицами a и b. В общем случае может оказаться возможным большое число различных конечных состояний, например

$$\begin{aligned}\pi^+ + p &\to p+\pi^+,\\ &\to p+\pi^+ +\pi^0,\\ &\to n+\pi^+ +\pi^+\end{aligned}$$

и т. д.

Однако между полным сечением рассеяния и амплитудой рассеяния вперед в упругом канале существует определенное соотношение, а именно

$$\operatorname{Im} f(0)=\frac{k}{4\pi}\sigma_{\text{полн}}. \tag{4.130}$$

Это соотношение является следствием условия унитарности и называется оптической теоремой. Прежде всего мы проиллюстрируем обоснованность его на простом примере рассеяния бесспиновых частиц. В этом случае амплитуда рассеяния может быть разложена по парциальным волнам следующим образом:

$$\begin{aligned} f(\theta)&=\frac{1}{2ik}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)\left(e^{2i\delta_l}-1\right)P_l(\cos\theta)=\\ &=\frac{1}{k}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)e^{i\delta_l}\sin\delta_l P_l(\cos\theta). \end{aligned} \tag{4.131}$$

Поэтому

$$\operatorname{Im} f(0)=\frac{1}{k}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)\sin^2\delta_l, \tag{4.132}$$

где было учтено, что $P_l(1)=1$. Теперь

$$\sigma_{\text{полн}}=\int|f(\theta)|^2\,d\Omega=\frac{4\pi}{k^2}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)\sin^2\delta_l; \tag{4.133}$$

сравнение формул (4.132) и (4.133) немедленно приводит к искомому соотношению (4.130). Мы предполагали, что открыт только упругий канал реакции, но даже при наличии неупругих каналов можно обобщить это доказательство, воспользовавшись условием унитарности.

Из унитарности S-матрицы можно вывести при условии, что $P_a = P_b$, соотношение

$$-i\left(t - t^{\dagger}\right)_{ba} = -\sum_n t^{\dagger}_{bn} \delta^4 (P_n - P_a)\, t_{na}. \qquad (4.134)$$

Это есть условие унитарности, выраженное через матрицу t. Если $b = a$, то

$$2 \operatorname{Im} t_{aa} = -\sum_n \delta^4 (P_n - P_a) |t_{na}|^2. \qquad (4.135)$$

Полагая теперь $V = (2\pi)^3$, можно привести правую часть к виду

$$-\int d^3p_1\, d^3p_2\, \delta^4 (P_n - P_a) |\langle \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2 | t | a \rangle|^2 -$$

$$-\int d^3p_1\, d^3p_2\, d^3p_3\, \delta^4 (P_n - P_a) |\langle \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3 | t | a \rangle|^2 -$$

$$- \ldots .$$

Умножая далее обе части равенства (4.135) на $4\pi^2/v_{\text{отн}}$, находим

$$\frac{8\pi^2}{v_{\text{отн}}} \operatorname{Im} t_{aa} = -\sigma(2) - \sigma(3) - \ldots = -\sigma_{\text{полн}}. \qquad (4.136)$$

Приняв во внимание, что $\mathfrak{M}_{aa} = (p_1^0)_0 (p_2^0)_0\, t_{aa}$, мы получим оптическую теорему в окончательной лоренц-инвариантной форме

$$\frac{8\pi^2}{B} \operatorname{Im} \mathfrak{M}_{aa} = -\sigma_{\text{полн}}(a). \qquad (4.137)$$

Чтобы проверить это соотношение в простейшем случае упругого рассеяния, сошлемся на равенство (4.124)

$$f(\theta) = -\frac{2\pi}{W} \mathfrak{M}_{fi} \quad \text{или} \quad f(0) = -\frac{2\pi}{W} \mathfrak{M}_{aa},$$

но так как в системе центра инерции $B = kW$, то отсюда прямо следует равенство (4.130). Таким образом, мы приходим к общему заключению, что полное эффективное сечение можно выразить через мнимую часть амплитуды рассеяния вперед. Это и есть оптическая теорема в наиболее общей форме.

Аналогичные аргументы остаются в силе и для задач, связанных с распадом:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{2\pi} \sum_n \delta^4 (P_n - P_a) |t_{na}|^2 =$$
$$= \frac{1}{2\pi} (-2 \operatorname{Im} t_{aa}) =$$
$$= -\frac{1}{\pi} \operatorname{Im} t_{aa} =$$
$$= -\frac{1}{\pi} \frac{\operatorname{Im} \mathfrak{M}_{aa}}{(P_a)_0}. \tag{4.138}$$

§ 7. Теорема Вика

Мы обсудили общие свойства S-матрицы, а также способ расчета с ее помощью эффективных сечений и времен жизни. Теперь приведем несколько примеров из теории возмущений, облегчающих усвоение полученных выше формул.

Если взять за основу формулу Дайсона, то вычисление элементов S-матрицы сводится к оценке матричных элементов вида

$$\langle f | T [\mathscr{H}(x_1), \ldots, \mathscr{H}(x_n)] | i \rangle. \tag{4.139}$$

Теорема Вика дает простое правило, которое позволяет это сделать.

1. Свойства полевых операторов в представлении взаимодействия. Операторы в представлении взаимодействия были введены следующим образом:

$$q_r(t) = e^{itH_0} q_r e^{-itH_0}, \quad p_r(t) = e^{itH_0} p_r e^{-itH_0}; \tag{4.140}$$

очевидно, что в отсутствие взаимодействия эти операторы удовлетворяют каноническим уравнениям. Следовательно, полевые операторы удовлетворяют уравнениям свободных полей, например

$$\begin{aligned} K_x \hat{\varphi}(x) = (\Box_x - \mu^2) \hat{\varphi}(x) = 0 \ &\text{(пионное поле)}, \\ (\gamma\partial + M) \psi(x) = (\gamma^T \partial - M) \bar{\psi}(x) = 0 \ &\text{(нуклонное поле)}. \end{aligned} \tag{4.141}$$

В представлении взаимодействия перестановочные соотношения такие же, как и в случае свободного поля:

$$\begin{aligned} [\varphi_\alpha(x), \ \varphi_\beta(y)] &= i\delta_{\alpha\beta} \Delta(x - y), \\ \{\psi_\alpha(x), \ \bar{\psi}_\beta(y)\} &= i(-\gamma\partial + M)_{\alpha\beta} \Delta(x - y), \end{aligned} \tag{4.142}$$

где

$$\Delta(x) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3p}{\sqrt{p^2+m^2}} \sin(px), \quad m = \begin{cases} M & \text{для нуклона,} \\ \mu & \text{для пиона.} \end{cases} \tag{4.143}$$

Для вычисления элементов S-матрицы необходимо знать средние вакуумные значения хронологических произведений операторов различных полей

$$\begin{aligned} \langle 0 | T[\varphi_\alpha(x), \varphi_\beta(y)] | 0 \rangle &= \delta_{\alpha\beta} \Delta_F(x-y), \\ \langle 0 | T[\psi_\alpha(x), \bar{\psi}_\beta(y)] | 0 \rangle &= S_F(x-y)_{\alpha\beta} = \\ &= \left(-\gamma_\mu \frac{\partial}{\partial x_\mu} + M\right)_{\alpha\beta} \Delta_F(x-y), \end{aligned} \tag{4.144}$$

где

$$\Delta_F(x) = \frac{-i}{(2\pi)^4} \int d^4p \frac{e^{ipx}}{p^2+m^2-i\varepsilon}. \tag{4.145}$$

В случае спинорных полей T-произведение определяется несколько иначе:

$$T[\psi(x), \bar{\psi}(y)] = \begin{cases} \psi(x)\bar{\psi}(y) & (x_0 > y_0), \\ -\bar{\psi}(y)\psi(x) & (y_0 > x_0). \end{cases} \tag{4.146}$$

Это определение оказывается более удобным из-за антикоммутативности операторов спинорных полей. В качестве примера, иллюстрирующего предпочтительность именно этого выбора, приведем следующее соотношение:

$$T[\psi(x), \psi(y)] = \psi(x)\psi(y) = -\psi(y)\psi(x),$$

поскольку $\{\psi(x), \psi(y)\} = 0$.

2. Факторизация T-произведения. В представлении взаимодействия операторы различных полей либо коммутируют, либо антикоммутируют между собой, поэтому всегда возможно представить данное хронологическое произведение в виде произведения таких сомножителей, каждый из которых содержит под знаком T операторы какого-нибудь одного поля. Например, для пион-нуклонного взаимодействия

$$\begin{aligned} T[\mathcal{H}(x), \mathcal{H}(y)] &= T[iG\bar{\psi}(x)\gamma_5\hat{\tau}\psi(x)\hat{\varphi}(x), \; iG\bar{\psi}(y)\gamma_5\hat{\tau}\psi(y)\hat{\varphi}(y)] = \\ &= (iG)^2 T[\bar{\psi}(x)\gamma_5\tau_\alpha\psi(x), \; \bar{\psi}(y)\gamma_5\tau_\beta\psi(y)] \, T[\varphi_\alpha(x), \varphi_\beta(y)]. \end{aligned}$$

Таким образом, задача сводится к вычислению матричных элементов T-произведения операторов поля какого-нибудь одного вида.

3. Теорема Вика. После этих предварительных замечаний мы теперь готовы к обсуждению теоремы Вика [15]. Сделаем это для пионного поля. В качестве примера рассмотрим, пренебрегая изотопическими индексами, выражение

$$\langle p_f | T[\varphi(1)\varphi(2)\varphi(3)\varphi(4)] | p_i \rangle, \quad p_i \neq p_f.$$

В этом матричном элементе один из операторов должен быть оператором уничтожения пиона с импульсом p_i, а другой — оператором рождения пиона с импульсом p_f. Два оставшихся оператора должны порождать или уничтожать виртуальный пион.

Положим для определенности, что $\varphi(4)$ уничтожает пион с импульсом p_i, а $\varphi(1)$ порождает пион с импульсом p_f; тогда $\varphi(2)$ и $\varphi(3)$ должны порождать и уничтожать виртуальный пион. Какой из этих операторов есть оператор рождения, а какой — уничтожения, зависит от соответствующих временны́х аргументов.

Пусть, например, $t_2 > t_3$; тогда $\varphi(3)$ должен порождать виртуальный пион, а $\varphi(2)$ — уничтожать его, поскольку принцип причинности требует, чтобы рождение предшествовало уничтожению. Таким образом, матричный элемент будет равен

$$\langle p_f | \varphi(1) | 0 \rangle \langle 0 | \varphi(2) | q \rangle \langle q | \varphi(3) | 0 \rangle \langle 0 | \varphi(4) | p_i \rangle \quad \text{для} \quad t_2 > t_3$$

и аналогично

$$\langle p_f | \varphi(1) | 0 \rangle \langle 0 | \varphi(3) | q \rangle \langle q | \varphi(2) | 0 \rangle \langle 0 | \varphi(4) | p_i \rangle \quad \text{для} \quad t_3 > t_2.$$

Здесь q есть 4-вектор энергии-импульса виртуального пиона. Вклады, обусловленные виртуальным пионом, можно записать в следующем компактном виде:

$$\sum_q \{\langle 0 | \varphi(2) | q \rangle \langle q | \varphi(3) | 0 \rangle \theta(t_2 - t_3) + \langle 0 | \varphi(3) | q \rangle \langle q | \varphi(2) | 0 \rangle \theta(t_3 - t_2)\} =$$
$$= \langle 0 | \varphi(2)\varphi(3) | 0 \rangle \theta(t_2 - t_3) + \langle 0 | \varphi(3)\varphi(2) | 0 \rangle \theta(t_3 - t_2) =$$
$$= \langle 0 | T[\varphi(2)\varphi(3)] | 0 \rangle = \Delta_F(2-3),$$

где $\theta(t) = 1$ для $t > 0$ и $\theta(t) = 0$ для $t < 0$. Следовательно, процесс рождения и последующего уничтожения виртуального пиона как раз и дает функцию $\Delta_F(2-3)$. Эту функцию называют функцией распространения или сверткой. Итак, находим

$$\langle p_f | T[\varphi(1)\varphi(2)\varphi(3)\varphi(4)] | p_i \rangle =$$
$$= \sum \langle p_f | \varphi(1) | 0 \rangle \Delta_F(2-3) \langle 0 | \varphi(4) | p_i \rangle. \tag{4.147}$$

Мы рассмотрели матричный элемент частного вида; теорема же Вика дает (в операторной форме) правило, применимое в

общем случае. Если операторы в T-произведении разделены на две группы — операторов рождения и уничтожения реальных пионов и операторов рождения и уничтожения виртуальных пионов, то T-произведение можно записать следующим образом:

$$T[\varphi(1)\varphi(2)\varphi(3)\varphi(4)] = :\varphi(1)\varphi(2)\varphi(3)\varphi(4): + \\ + \sum \Delta_F(1-2) :\varphi(3)\varphi(4): + \\ + \sum \Delta_F(1-2)\Delta_F(3-4). \qquad (4.148)$$

Здесь все операторы, стоящие внутри двоеточий, относятся к реальным пионам и образуют так называемое нормальное произведение. Напротив, функция Δ_F относится к виртуальным пионам.

Наш вывод носил скорее интуитивный характер; математически строгое разложение хронологического произведения на нормальные произведения получают следующим образом.

Прежде всего положим, что

$$\varphi(x) = \varphi^{(+)}(x) + \varphi^{(-)}(x), \qquad (4.149)$$

где $\varphi^{(+)}(x)$ — положительно-частотная часть, соответствующая уничтожению, а $\varphi^{(-)}(x)$ — отрицательно-частотная часть, соответствующая рождению пиона. Пользуясь перестановочными соотношениями, перегруппируем сомножители так, чтобы $\varphi^{(-)}$ оказались слева, а $\varphi^{(+)}$ — справа. Так как $\varphi^{(-)}$ и $\varphi^{(+)}$ не коммутируют, то следует учесть, что

$$\varphi^{(+)}(x)\varphi^{(-)}(y) = \varphi^{(-)}(y)\varphi^{(+)}(x) + [\varphi^{(+)}(x), \varphi^{(-)}(y)],$$

где второй член в правой части является c-числом. Данное произведение всегда возможно переупорядочить указанным образом. При этом получаемое произведение относится только к реальным пионам, так как в выражении

$$\varphi^{(-)}\varphi^{(-)} \ldots \varphi^{(+)}\varphi^{(+)} \ldots$$

частицы сначала уничтожаются, а затем рождаются. Виртуальный же пион должен сначала рождаться, а затем уничтожаться, и, следовательно, порядок сомножителей должен быть типа $\varphi^{(+)}\varphi^{(-)}$. Нам удалось избавиться от такой комбинации: в окончательном выражении ее существование сказывается лишь в появлении функции Δ_F, являющейся c-числом. Произведение операторов, упорядоченных указанным образом, называют хорошо упорядоченным, или нормальным, произведением и обозначают

$$:\varphi(1)\varphi(2)\varphi(3)\varphi(4):.$$

Имеется много различных способов спаривания операторов, соответствующих рождению и уничтожению виртуальных пионов; оба спариваемых оператора помечаются точками вверху справа. Данное T-произведение разлагают на нормальные произведения следующим образом:

$$T(ABC) = :ABC: + :A^{\cdot}B^{\cdot}C: + :A^{\cdot}BC^{\cdot}: + :AB^{\cdot}C^{\cdot}: =$$
$$= :ABC: + \langle 0|T(AB)|0\rangle C + \langle 0|T(AC)|0\rangle B +$$
$$+ \langle 0|T(BC)|0\rangle A. \qquad (4.150)$$

Правило разложения T-произведения в сумму нормальных произведений и называют теоремой Вика. Хотя в теории поля эта теорема получила подробное доказательство, мы удовольствуемся изложенным выше интуитивным выводом.

Каждому члену в разложении T-произведения соответствует одна диаграмма Фейнмана [16, 17]. Предполагается, что читатель уже знаком с диаграммами Фейнмана; так или иначе примеры, которые будут даны, могут послужить достаточным введением в диаграммную технику.

§ 8. Примеры расчетов по теории возмущений

В качестве простейших применений теоремы Вика мы рассчитаем сечение рассеяния для процесса

$$\pi^+ + p \rightarrow p + \pi^+ \qquad (4.151)$$

и время жизни π^+-мезона при распаде

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu \qquad (4.152)$$

в низшем порядке теории возмущений.

Фиг. 32. Фейнмановская диаграмма низшего порядка для рассеяния $\pi^+ + p \rightarrow p + \pi^+$. Нуклонная линия прямая, мезонная — волнистая.

1. Рассеяние положительного пиона на протоне. Диаграмма Фейнмана низшего порядка для процесса (4.151) приведена на фиг. 32. Из T-произведения плотностей гамильтониана в уравнении (4.75) мы должны отобрать члены с нормальными произведениями вида $:\bar{\psi}\psi\varphi\varphi:$, так как в нашем случае имеется по одному падающему нуклону и пиону и по одному уходящему. Поскольку каждая функция $\mathscr{H}(x)$ линейна по φ, необходимо иметь по крайней мере две такие функции, в силу чего наинизшим порядком, дающим вклад в рассматриваемый процесс, будет второй порядок теории возмущений. Плотность гамильто-

ниана $\mathscr{H}$ дается формулой (4.7):

$$\mathscr{H} = iG\left[\sqrt{2}\,(\bar{\psi}_p\gamma_5\psi_n\varphi + \bar{\psi}_n\gamma_5\psi_p\varphi^{\dagger}) + \bar{\psi}\gamma_5\tau_3\psi\varphi_3\right].$$

Для описания нашего процесса мы должны взять следующие члены:

$$\mathscr{H}_1 = i\sqrt{2}\,G\bar{\psi}_p\gamma_5\psi_n\varphi,$$

$$\mathscr{H}_2 = i\sqrt{2}\,G\bar{\psi}_n\gamma_5\psi_p\varphi^{\dagger}.$$

Член с φ_3 не дает вклада, так как мы имеем только π^+-мезон. Матричный элемент S-матрицы второго порядка дается выражением

$$\langle f\,|S|\,i\rangle = \frac{(-i)^2}{2!}\int d^4x\int d^4y\,\langle f\,|T[\mathscr{H}(x),\ \mathscr{H}(y)]|\,i\rangle =$$

$$= (-i)^2\int d^4x\int d^4y\,\langle f\,|T[\mathscr{H}_1(x),\ \mathscr{H}_2(y)]|\,i\rangle =$$

$$= (-i)^2\int d^4x\int d^4y\,(iG\sqrt{2})^2\times$$

$$\times\langle f\,|T[\bar{\psi}_p(x)\gamma_5\psi_n(x)\varphi(x),\ \bar{\psi}_n(y)\gamma_5\psi_p(y)\varphi^{\dagger}(y)]|\,i\rangle.$$

В рассматриваемом процессе нейтрон представляет виртуальную частицу, поэтому, свернув нейтронные операторы, получим

$$\langle f\,|S|\,i\rangle = 2G^2\int d^4x\int d^4y\,\langle f|\,:\bar{\psi}_p(x)\gamma_5S_F(x-y)\gamma_5\psi_p(y)\times$$

$$\times\varphi(x)\varphi^{\dagger}(y):|\,i\rangle = 2G^2\int d^4x\int d^4y\times$$

$$\times\langle p'\,|\bar{\psi}_p(x)|\,0\rangle\gamma_5S_F(x-y)\gamma_5\langle 0\,|\psi_p(y)|\,p\rangle\langle 0\,|\varphi(x)|\,q\rangle\langle q'\,|\varphi^{\dagger}(y)|\,0\rangle. \tag{4.153}$$

Одночастичные волновые функции имеют вид

$$\langle 0\,|\psi_p(y)|\,p\rangle = \frac{1}{\sqrt{V}}u(p)e^{ipy},\quad \langle p'\,|\bar{\psi}_p(x)|\,0\rangle = \frac{1}{\sqrt{V}}\bar{u}(p')e^{-ip'x}$$

и

$$\langle 0\,|\varphi(x)|\,q\rangle = \frac{1}{\sqrt{2q_0V}}e^{iqx},\quad \langle q'\,|\varphi^{\dagger}(y)|\,0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2q_0'V}}e^{-iq'y},$$

а функция распространения дается выражением

$$S_F(x-y) = -\frac{-i}{(2\pi)^4}\int\frac{-ik\gamma+M}{k^2+M^2-i\varepsilon}e^{ik(x-y)}d^4k.$$

Подставив этот результат в формулу (4.153), мы прежде всегс выполним интегрирование по x и y:

$$\int d^4x \int d^4y e^{ipy-iq'y-ip'x+iqx+ik(x-y)} =$$
$$= (2\pi)^8 \delta^4(q+k-p')\,\delta^4(p-q'-k) =$$
$$= (2\pi)^8 \delta^4(k-p+q')\,\delta^4(p+q-q'-p') =$$
$$= (2\pi)^8 \delta^4(k-p+q')\,\delta^4(P_f-P_i).$$

Интегрирование по k устраняется функцией $\delta^4(k-p'+q)$ при условии, что всюду k заменяется на $p'-q=p-q'$. Поэтому

$$\langle f|S|i\rangle = -i\delta^4(P_f-P_i)\,2G^2(2\pi)^4\,\frac{1}{V^2}\,\frac{1}{\sqrt{4q_0q_0'}}\times$$
$$\times\,\bar{u}(p')\gamma_5\,\frac{-i\gamma(p-q')+M}{(p-q')^2+M^2}\,\gamma_5 u(p). \qquad (4.154)$$

По определению t-матрицы, имеем:

$$t_{fi} = \frac{G^2(2\pi)^4}{V^2}\,\frac{1}{\sqrt{q_0q_0'}}\,\bar{u}(p')\gamma_5\,\frac{-i\gamma(p-q')+M}{(p-q')^2+M^2}\,\gamma_5 u(p). \qquad (4.155)$$

Используя уравнение Дирака в импульсном пространстве (4.113) и свойства γ-матриц, можно упростить это выражение и привести его к виду

$$t_{fi} = \frac{G^2(2\pi)^4}{V^2}\,\frac{1}{\sqrt{q_0q_0'}}\,\bar{u}(p')\,i\gamma q' u(p)\,\frac{1}{2pq'+\mu^2}. \qquad (4.156)$$

Полагая $V=(2\pi)^3$, введем инвариантную амплитуду $\mathfrak{M}_{fi}$:

$$\mathfrak{M}_{fi} = \frac{G^2}{(2\pi)^2}\sqrt{p_0'}\,\bar{u}(p')\,i\gamma q' u(p)\sqrt{p_0}\,\frac{1}{2pq'+\mu^2}; \qquad (4.157)$$

применяя теперь формулу Мёллера для двухчастичного конечного состояния (4.122), получаем следующее дифференциальное сечение рассеяния в системе центра инерции:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{2\pi}{W}\right)^2 \frac{1}{(2S_1+1)(2S_2+1)} \sum_{s_i}\sum_{s_f} |\mathfrak{M}_{fi}|^2 =$$
$$= \left(\frac{2\pi}{W}\right)^2 \left[\frac{G^2}{(2\pi)^2}\right]^2 \frac{1}{(2pq'+\mu^2)^2}\,\frac{1}{2}\sum_{s_i}\sum_{s_f} |\bar{u}(p')\,i\gamma q' u(p)|^2\, p_0p_0'. \qquad (4.158)$$

В системе центра инерции 4-импульсы имеют значения

$$|\mathbf{q}| = |\mathbf{q}'| = |\mathbf{p}| = |\mathbf{p}'| \equiv q$$

и

$$p = (-\mathbf{q}, \sqrt{q^2 + M^2}), \qquad p' = (-\mathbf{q}', \sqrt{q^2 + M^2}),$$

$$q = (\mathbf{q}; \sqrt{q^2 + \mu^2}), \qquad q' = (\mathbf{q}', \sqrt{q^2 + \mu^2}),$$

поэтому

$$pq' = -\mathbf{q}\mathbf{q}' - \sqrt{q^2 + M^2}\sqrt{q^2 + \mu^2} =$$

$$= -(q^2 \cos\theta + \sqrt{q^2 + M^2} + \sqrt{q^2 + \mu^2}).$$

С помощью операторов Казимира можно выполнить суммирование по спиновым состояниям:

$$\frac{1}{2}\sum_{s_i}\sum_{s_f} |\bar{u}(p') i\gamma q' u(p)|^2 p_0 p_0' =$$

$$= \frac{1}{2}\,\mathrm{Sp}\left[\frac{-i\gamma p' + M}{2p_0'} i\gamma q' \frac{-i\gamma p + M}{2p_0} i\gamma q'\right] p_0 p_0' =$$

$$= \frac{1}{8}\,\mathrm{Sp}\,[(-i\gamma p' + M) i\gamma q' (-i\gamma p + M) i\gamma q'] =$$

$$= \frac{1}{2}[(p'q')(2pq') + \mu^2(pp' + M^2)] = (q^2 + \sqrt{q^2 + M^2}\sqrt{q^2 + \mu^2})^2 -$$

$$- q^2\left(q^2 + \sqrt{q^2 + M^2}\sqrt{q^2 + \mu^2} + \frac{\mu^2}{2}\right)(1 - \cos\theta).$$

При низких энергиях величиной q^2 можно пренебречь по сравнению с μ^2, поэтому в области низких энергий

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \approx \frac{1}{(M + \mu)^2} \frac{G^4}{8\pi^2} \frac{2M^2\mu^2}{(2M - \mu)^2 \mu^2} =$$

$$= \left(\frac{M}{M + \mu}\right)^2 \frac{G^4}{4\pi^2} \frac{1}{(2M - \mu)^2} \approx \left(\frac{G^2}{4\pi M}\right)^2. \qquad (4.159)$$

Если воспользоваться экспериментальным значением константы пион-нуклонного взаимодействия

$$\frac{G^2}{4\pi} = 15, \qquad (4.160)$$

то эффективное сечение, рассчитанное по теории возмущений, будет равно

$$\sigma = 4\pi \frac{d\sigma}{d\Omega} \approx 1{,}2 \cdot 10^{-24}\ \text{см}^2. \qquad (4.161)$$

Сравним этот результат с экспериментальным значением сечения

$$\sigma = 4\pi |a_{3/2}|^2,$$

где $a_{3/2}$ — длина рассеяния для s-волны в состоянии с $I=3/2$. Из соотношений (4.34) и (4.36) находим:

$$\sigma = 4\pi(-0{,}115 \pm 0{,}003)^2 \left(\frac{\hbar}{\mu c}\right)^2 \approx 3 \cdot 10^{-27}\ см^2 = 3\ мб. \qquad (4.162)$$

Это на три порядка меньше, чем следует из соотношения (4.161).

2. ($\pi - \mu$)-распад. Изучив на предыдущем примере задачу рассеяния, перейдем теперь к исследованию случая распада. Взаимодействие, ответственное за $\pi - \mu$-распад, обычно берется в виде

$$\mathscr{H} = \frac{ig}{m_\pi} \bar{\psi}_\nu \gamma_\lambda (1+\gamma_5) \psi_\mu \frac{\partial \varphi}{\partial x_\lambda} + \text{Эрм. сопр.} \qquad (4.163)$$

Фиг. 33. Фейнмановская диаграмма распада $\pi^+ \to \mu^+ + \nu$.

Матричный элемент первого порядка, соответствующий диаграмме Фейнмана, приведенной на фиг. 33, дается выражением

$$\langle f|S|i\rangle = -i \int d^4x \mathscr{H}(x) =$$

$$= -i\delta^4(P_f - P_i)(2\pi)^4 \frac{ig}{m_\pi} \frac{\bar{u}_\nu}{\sqrt{V}} \gamma_\lambda (1+\gamma_5) \frac{v_\mu}{\sqrt{V}} \frac{iP_\lambda}{\sqrt{2P_0 V}}, \qquad (4.164)$$

где $P_i = P$ есть начальный 4-импульс пиона. Далее,

$$t_{fi} = (2\pi)^4 \frac{ig}{m_\pi} \frac{\bar{u}_\nu}{\sqrt{V}} iP_\lambda \gamma_\lambda (1+\gamma_5) \frac{v_\mu}{\sqrt{V}} \frac{1}{\sqrt{2P_0 V}}. \qquad (4.165)$$

Используя теперь уравнение Дирака для v_μ и $\bar{u}_\nu$, а также равенство $P=p+q$ и положив, как обычно, $V=(2\pi)^3$, получим инвариантную амплитуду распада

$$\mathfrak{M}_{fi} = \frac{ig}{\sqrt{4\pi}} \frac{1}{m_\pi} \sqrt{q_0}\, \bar{u}_\nu iP\gamma (1+\gamma_5) v_\mu \sqrt{p_0} =$$

$$= \frac{ig}{\sqrt{4\pi}} \left(\frac{m_\mu}{m_\pi}\right) \sqrt{q_0}\, \bar{u}_\nu (1-\gamma_5) v_\mu \sqrt{p_0}. \qquad (4.166)$$

Так как мы рассматриваем двухчастичный распад, время жизни покоящегося пиона дается выражением

$$\frac{1}{\tau_0} = \frac{2p}{m_\pi^2} \sum_{s_f} |\mathfrak{M}_{fi}|^2.$$

Обратимся опять к помощи операторов Казимира. Суммирование по спиновым состояниям дает

$$\sum_{s_f} |\mathfrak{M}_{fi}|^2 = \frac{g^2}{4\pi}\left(\frac{m_\mu}{m_\pi}\right)^2 \operatorname{Sp}\left[\frac{-iq\gamma}{2}(1-\gamma_5)\frac{-ip\gamma - m_\mu}{2}(1+\gamma_5)\right] =$$

$$= \frac{g^2}{4\pi}\left(\frac{m_\mu}{m_\pi}\right)^2(-2pq) = \frac{g^2}{4\pi}\left(\frac{m_\mu}{m_\pi}\right)^2(m_\pi^2 - m_\mu^2).$$

Из закона сохранения энергии следует, что

$$p + \sqrt{m_\mu^2 + p^2} = m_\pi,$$

поэтому

$$2p = \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{m_\pi}.$$

Таким образом, окончательно время жизни π^+-мезона равно

$$\frac{1}{\tau_0} = m_\pi \left(\frac{m_\mu}{m_\pi}\right)^2 \left[1 - \left(\frac{m_\mu}{m_\pi}\right)^2\right]^2 \frac{g^2}{4\pi}. \tag{4.167}$$

Зная время жизни π^+-мезона, $\tau_0 = 2{,}56 \cdot 10^{-8}$ *сек*, и его массу, а также массу μ^+-мезона, определим константу взаимодействия:

$$\frac{g^2}{4\pi} = 1{,}76 \cdot 10^{-15}. \tag{4.168}$$

Предполагая, что для распада

$$\pi^+ \to e^+ + \nu \tag{4.169}$$

гамильтониан взаимодействия имеет тот же самый вид (4.163), найдем, что отношение вероятностей распада π^+-мезона на $e^+ + \nu$ и на $\mu^+ + \nu$ равно

$$\frac{w(\pi^+ \to e^+ + \nu)}{w(\pi^+ \to \mu^+ + \nu)} = \left(\frac{m_e}{m_\mu}\right)^2 \left(\frac{m_\pi^2 - m_e^2}{m_\pi^2 - m_\mu^2}\right)^2 = 1{,}29 \cdot 10^{-4}. \tag{4.170}$$

Это отношение было экспериментально определено в лабораториях CERN'а [18] (см. также [19]) и оказалось равным $\sim 1{,}3 \cdot 10^{-4}$, что указывает на равенство констант взаимодействия в π—μ- и π—e-распадах. Если предположить, что распадное взаимодействие для процессов (4.152) и (4.169) не содержит производных, то в указанном отношении отсутствовал бы множитель $(m_e/m_\mu)^2$ и оно равнялось бы $\sim 5{,}53$.

3. Распад ρ-мезона на два пиона. Имея в виду интерес, который в настоящее время вызывают векторные мезоны, добавим к сказанному еще пример распада векторного мезона

$$\rho \to 2\pi. \tag{4.171}$$

Мезон ρ представляет собой векторный и одновременно изовекторный мезон, поэтому мы возьмем гамильтониан взаимодействия для распада (4.171) в виде

$$\mathscr{H} = g\hat{\rho}_\lambda (\hat{\varphi} \times \partial_\lambda \hat{\varphi}). \tag{4.172}$$

Так как все три компоненты изотриплета ρ^+, ρ^- и ρ^0 благодаря зарядовой независимости имеют одно и то же время жизни, мы ограничимся рассмотрением распада ρ^0-мезона. В этом случае распадное взаимодействие сводится к выражению

$$g\rho^0_\lambda (\varphi_1 \partial_\lambda \varphi_2 - \varphi_2 \partial_\lambda \varphi_1),$$

и мы получаем

$$\langle f | S | i \rangle = -i\delta^4 (P_f - P_i)(2\pi)^4 g \frac{\varepsilon_\lambda}{\sqrt{2P_0 V}} \frac{-ip''_\lambda + ip'_\lambda}{\sqrt{2p''_0 V}\sqrt{2p'_0 V}},$$

или

$$\mathfrak{M}_{fi} = \frac{(2\pi)^4}{\sqrt{8(2\pi)^9}} g \cdot i\varepsilon_\lambda (p'_\lambda - p''_\lambda) = \frac{g}{\sqrt{4\pi}} \frac{i\varepsilon (p' - p'')}{2}, \tag{4.173}$$

где ε_λ обозначает вектор поляризации векторного мезона. В системе центра инерции импульсы обоих пионов имеют одинаковую величину p. Так как время жизни этих мезонов весьма невелико, применительно к ним обычно говорят не о времени жизни, а о ширине Γ:

$$\frac{1}{\tau_0} = \Gamma = \frac{2}{3} \frac{p}{M^2} \sum_{s_i} |\mathfrak{M}_{fi}|^2. \tag{4.174}$$

Из соотношения (4.173) находим, что

$$\sum_{s_i} |\mathfrak{M}_{fi}|^2 = \frac{g^2}{4\pi} \frac{1}{4} (p' - p'')_\mu (p' - p'')_\nu \sum_{\text{спин}} \varepsilon_\mu \varepsilon_\nu. \tag{4.175}$$

Кроме того, в системе покоя векторного мезона

$$\sum_{\text{спин}} \varepsilon_\mu \varepsilon_\nu = \begin{cases} \delta_{\mu\nu} & \text{для } \mu, \nu = 1, 2, 3, \\ 0 & \text{для } \mu, \nu = 4. \end{cases} \tag{4.176}$$

Отсутствие скалярной поляризации является следствием уравнения

$$\frac{\partial \hat{\rho}_\lambda}{\partial x_\lambda} = 0. \tag{4.177}$$

Обобщение соотношений (4.176) на случай произвольно движущейся системы имеет вид

$$\sum_{\text{спин}} \varepsilon_\mu \varepsilon_\nu = \delta_{\mu\nu} + \frac{P_\mu P_\nu}{M^2}. \qquad (4.178)$$

Тогда равенство (4.175) преобразуется к виду

$$\sum_{s_l} |\mathfrak{M}_{fi}|^2 = \frac{g^2}{4\pi}\frac{1}{4}(p'-p'')_\mu (p'-p'')_\nu \left(\delta_{\mu\nu} + \frac{P_\mu P_\nu}{M^2}\right) = \\ = \frac{g^2}{4\pi}\frac{(p'-p'')^2}{4} = \frac{g^2}{4\pi}\frac{M^2-4m_\pi^2}{4}, \qquad (4.179)$$

где мы воспользовались тем, что

$$P(p'-p'') = (p'+p'')(p'-p'') = (-m_\pi^2) - (-m_\pi^2) = 0.$$

Импульс p в системе центра инерции можно определить из равенства

$$M = 2\sqrt{p^2+m_\pi^2},$$

поэтому

$$p^2 = \frac{M^2-4m_\pi^2}{4}.$$

Окончательно имеем:

$$\frac{1}{\tau_0} = \Gamma = \frac{2}{3}\left(\frac{g^2}{4\pi}\right)\frac{p^3}{M^2} = \frac{1}{12}\left(\frac{g^2}{4\pi}\right)\frac{(M^2-4m_\pi^2)^{3/2}}{M^2}. \qquad (4.180)$$

Так как распад ρ-мезона осуществляется через сильное взаимодействие, его время жизни чрезвычайно мало, и мы не можем измерить его непосредственно. Однако можно измерить ширину резонанса Γ. Взяв, например, для M и Γ значения

$$M^2 \sim 29 m_\pi^2, \quad \Gamma \sim m_\pi,$$

мы получим:

$$\frac{g^2}{4\pi} = \frac{12\times 29}{125} \sim 2{,}8\ ^{1)},$$

откуда видно, что распад действительно вызван сильным взаимодействием. По-видимому, имеется тенденция к уменьшению Γ по мере того, как улучшается разрешающая способность экспериментов. Здесь мы не будем вдаваться в дальнейшее обсуждение этого вопроса, поскольку наша цель была лишь дать иллюстрацию расчетов, основанных на теории возмущений.

[1]) В работе [20] приводятся значения $M \sim 750$ *Мэв* и $\Gamma \sim 150$—200 *Мэв*, а в работе [21] — значения $M^2 \sim 29\, m_\pi^2$ и $\Gamma \sim 130$ *Мэв*.

§ 9. Дисперсионные соотношения для пион-нуклонного рассеяния

Теория возмущений, привлекательная своей простотой, не в состоянии, однако, описать сильно взаимодействующие системы, поэтому область ее применения пока ограничивается только квантовой электродинамикой. Ввиду этого мы вкратце рассмотрим более мощные методы дисперсионной теории. Вывод и обоснование дисперсионных соотношений — отнюдь не простая задача, поэтому наше изложение будет носить эвристический характер.

1. Предварительные замечания. Пусть $f(x)$ — непрерывная функция вблизи действительной оси комплексной x-плоскости; тогда

$$\lim_{\varepsilon\to 0}\left[\int_{-\infty}^{\infty}\frac{f(x)\,dx}{x-i\varepsilon}+\int_{-\infty}^{\infty}\frac{f(x)\,dx}{x+i\varepsilon}\right]=$$

$$=\lim_{\varepsilon\to 0}\int_{-\infty-i\varepsilon}^{\infty-i\varepsilon}\frac{f(x'+i\varepsilon)\,dx'}{x'}+\int_{-\infty+i\varepsilon}^{\infty+i\varepsilon}\frac{f(x'-i\varepsilon)\,dx'}{x'}. \qquad (4.181)$$

Это означает, что для устранения опасного знаменателя x в окрестности точки $x=0$ мы берем среднее значение двух интегралов, взятых по контурам, один из которых проходит несколько выше, а другой — несколько ниже действительной оси. Но это есть в точности определение главного значения интеграла, поэтому

$$\lim_{\varepsilon\to 0}\left[\int\frac{f(x)\,dx}{x-i\varepsilon}+\int\frac{f(x)\,dx}{x+i\varepsilon}\right]=2P\int\frac{f(x)}{x}\,dx. \qquad (4.182)$$

Так как $f(x)$ произвольна, то

$$\frac{1}{x-i\varepsilon}+\frac{1}{x+i\varepsilon}=2\frac{P}{x}. \qquad (4.183)$$

В качестве следующего шага оценим разность

$$\lim_{\varepsilon\to 0}\left[\int\frac{f(x)\,dx}{x-i\varepsilon}-\int\frac{f(x)\,dx}{x+i\varepsilon}\right]=\oint\frac{f(x)}{x}\,dx=2\pi i f(0). \qquad (4.184)$$

Здесь последний интеграл представляет собой контурный интеграл по окружности с радиусом ε и центром в точке $x=0$. Опять-таки в силу произвольности $f(x)$ имеем

$$\frac{1}{x-i\varepsilon}-\frac{1}{x+i\varepsilon}=2\pi i\delta(x). \qquad (4.185)$$

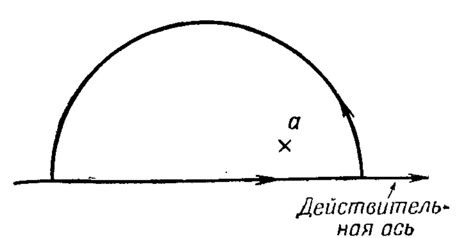
Комбинируя равенства (4.183) и (4.185), найдем для действительных значений x

$$\frac{1}{x \pm i\varepsilon} = \frac{P}{x} \mp i\pi\delta(x). \tag{4.186}$$

Эти формулы являются основными в дисперсионной теории. Предположим теперь, что функция $f(z)$ комплексного переменного z аналитична в верхней полуплоскости, и возьмем интеграл

$$\oint \frac{f(z)\,dz}{z-a} \tag{4.187}$$

по контуру, показанному на фиг. 34.



Фиг. 34. Контур интегрирования, используемый при выводе дисперсионного соотношения для функцнн $f(z)$.

Если a лежит в верхней полуплоскости, то, по теореме Коши, этот интеграл будет равен $2\pi i f(a)$. Если же, кроме того, функция $f(z)$ достаточно быстро убывает на бесконечности, так что вклад от интегрирования по полуокружности неограниченного радиуса исчезает, то мы получим далее

$$2\pi i f(a) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(x)}{x-a}\,dx.$$

Заменив теперь a на z, имеем:

$$2\pi i f(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(x')}{x'-z}\,dx'. \tag{4.188}$$

Если положить $\operatorname{Im} z = \varepsilon$, где ε — бесконечно малая величина, то

$$\lim_{\varepsilon\to 0} f(x+i\varepsilon) = \frac{1}{2\pi i}\lim_{\varepsilon\to 0}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{f(x')\,dx'}{x'-x-i\varepsilon} =$$

$$= \frac{1}{2\pi i}\left[P\int\frac{f(x')\,dx'}{x'-x} + i\pi f(x)\right],$$

или

$$f(x)=\frac{1}{\pi i}P\int_{-\infty}^{\infty}\frac{f(x')\,dx'}{x'-x}. \qquad (4.189)$$

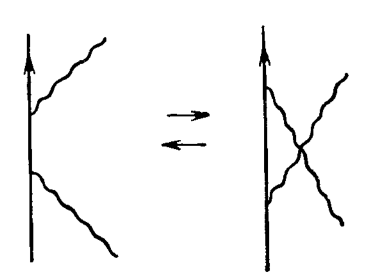
Полагая, наконец,

$$f(x)=\operatorname{Re}f(x)+i\operatorname{Im}f(x)$$

и беря действительную часть вышеприведенного интеграла, мы приходим к так называемому «дисперсионному соотношению»:

$$\operatorname{Re}f(x)=\frac{P}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\operatorname{Im}f(x')}{x'-x}\,dx'. \qquad (4.190)$$

Величины Ref и Imf называют соответственно дисперсивной и абсорбционной частями функции f. Во многих случаях амплитуды рассеяния, если их рассматривать как функции полной энергии системы, передачи импульса и т. д., удовлетворяют дисперсионным соотношениям. По-видимому, доказательство аналитичности амплитуд должно существенным образом опираться на условие причинности, другими словами, аналитические свойства физических амплитуд и условие причинности тесно связаны между собой.



Фиг. 35. Две фейнмановские диаграммы низшего порядка для пион-нуклонного рассеяния, связанные преобразованием кроссинг-симметрии.

2. Кроссинг-симметрия для бозонов. Возьмем фейнмановскую диаграмму рассеяния мезона на нуклоне и поменяем местами линии падающего и рассеянного мезонов, как это показано на фиг. 35. В результате получается диаграмма, которая снова описывает рассеяние мезона на нуклоне. Следовательно, если указанную замену произвести в ряде всех диаграмм Фейнмана, то ряд не изменится. Этот факт представляет собой некоторого рода принцип симметрии, которому должны удовлетворять матричные элементы. На языке матричных элементов описанная перестановка представляется заменой вида

$$e^{iq_i x}\rightleftarrows e^{-iq_f x} \qquad (4.191)$$

в одномезонных волновых функциях. Другими словами,

$$q_i\rightleftarrows -q_f. \qquad (4.192)$$

При учете зарядовых индексов наша перестановка обобщается:

$$(q_i, \alpha) \rightleftarrows (-q_f, \beta). \tag{4.193}$$

Это свойство симметрии и называется кроссинг-симметрией. Говоря более точно, матричный элемент $\mathfrak{M}_{fi}$, выраженный через p_i, p_f, q_i и q_f, должен удовлетворять соотношению

$$\mathfrak{M}(p_i, p_f; q_i, \alpha, q_f, \beta) = \mathfrak{M}(p_i, p_f; -q_f, \beta, -q_i, \alpha). \tag{4.194}$$

Мы вывели это соотношение из графических соображений, но в действительности оно имеет более глубокий физический смысл. Чтобы убедиться в этом, рассмотрим систему, включающую n пионов: (q_1, α_1), ..., (q_n, α_n). Матричный элемент перехода из этого состояния в некоторое другое состояние — обозначим его как $\mathfrak{M}$ $(f; q_1, \alpha_1, \ldots, q_n, \alpha_n)$ — должен быть симметричной функцией (q_1, α_1), (q_2, α_2), поскольку пионы подчиняются статистике Бозе. Применим эту идею к более общему случаю, именно к реакции вида

$$(q_1, \alpha_1) + (q_2, \alpha_2) \to (q_3, \alpha_3) + (q_4, \alpha_4)$$

(предполагается, что она возможна). Обозначим соответствующую матрицу перехода через

$$\mathfrak{M}(q_3, \alpha_3, q_4, \alpha_4; q_1, \alpha_1, q_2, \alpha_2).$$

Эта матрица должна быть симметричной по индексам (1, 2) и (3, 4). Подойдем теперь к вопросу с несколько иной точки зрения, предположив, что начальное состояние содержит, кроме двух обычных мезонов 1 и 2, еще один необычный мезон 3, движущийся вспять во времени. Возможность такой интерпретации восходит к взгляду Фейнмана на позитрон: «позитрон есть электрон, движущийся вспять во времени». Приняв без доказательства такую точку зрения, мы найдем, что начальное состояние содержит три мезона с импульсами

$$(q_1, \alpha_1), \quad (q_2, \alpha_2), \quad (-q_3, \alpha_3),$$

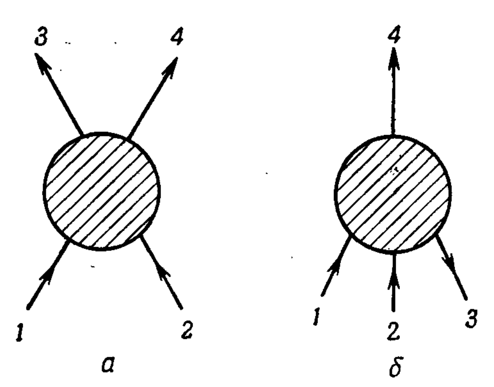
как это изображено на фиг. 36.

В силу статистики Бозе матрица $\mathfrak{M}$ симметрична по перечисленным выше переменным или в более общем случае по переменным

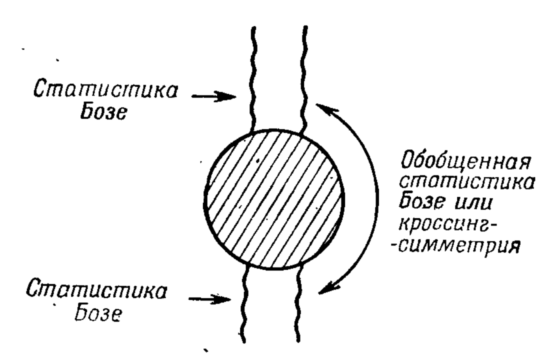
$$(q_1, \alpha_1), \quad (q_2, \alpha_2), \; (-q_3, \alpha_3), \quad (-q_4, \alpha_4).$$

Таким образом, кроссинг-симметрия есть просто следствие обобщенной статистики Бозе. Ограничимся замечанием, что существует строгий математический вывод этого результата. На фиг. 37 графически изображен окончательный вывод из этих

рассуждений. Существует, конечно, возможность распространить кроссинг-симметрию на фермионы путем соответствующего



Фиг. 36. Фейнмановская диаграмма пион-пионного рассеяния (*а*) и рассеяние пионов на пионах, когда один из них движется вспять во времени (*б*).



Фиг. 37. Кроссинг-симметрия и обобщение статистики Бозе на случай одинаковых частиц, движущихся в обоих направлениях во времени.

обобщения статистики Ферми, однако здесь мы этим вопросом заниматься не будем [1]).

В заключение заметим, что 4-импульс мезона, движущегося вспять во времени, должен быть равен $-q$, а не q, для того чтобы сохранялись энергия и импульс; другими словами, равенство

$$q_1 + q_2 = q_3 + q_4$$

[1]) По поводу кроссинг-симметрии для процесса фоторождения пионов см. статью [22], а также [23, 24].

предполагает, что

$$q_1+q_2+(-q_3)=q_4.$$

3. Дисперсионное соотношение для простой модели. Рассмотрим рассеяние пиона на нуклоне, обозначив импульсы $p_i=p_1$, $p_f=p_2$, $q_i=q_1$ и $q_f=q_2$. Закон сохранения 4-импульса в этих обозначениях имеет вид

$$p_1+q_1=p_2+q_2. \tag{4.195}$$

Кроме того, учтем условие на поверхности масс

$$p_1^2+M^2=p_2^2+M^2=q_1^2+\mu^2=q_2^2+\mu^2=0. \tag{4.196}$$

Таким образом, из четырех 4-импульсов p_1, p_2, q_1, q_2 можно образовать только два независимых скалярных произведения. Следуя Чу, Голдбергеру, Лоу и Намбу [25], введем в качестве независимых скалярных переменных величины

$$\nu=-\frac{P\cdot Q}{M} \quad \text{и} \quad \varkappa^2, \tag{4.197}$$

где приняты обозначения

$$P=\frac{1}{2}(p_1+p_2), \qquad Q=\frac{1}{2}(q_1+q_2), \qquad \varkappa=\frac{1}{2}(q_1-q_2). \tag{4.198}$$

Можно также определить величину

$$\omega=\nu+\frac{\varkappa^2}{M}, \tag{4.199}$$

которая имеет смысл начальной энергии пиона в лабораторной системе.

Прежде чем обратиться к рассеянию реальных пионов на нуклонах, рассмотрим упрощенную модель, именно, взаимодействие между скалярным нейтральным пионом и скалярным нуклоном. В этой модели

$$\mathscr{H}=g\Phi^*\Phi\varphi. \tag{4.200}$$

Чтобы наши обозначения были ближе к обозначениям, принятым в оригинальных статьях, определим амплитуду рассеяния несколько иначе, чем это делалось нами раньше:

$$\langle f\,|S|\,i\rangle=\delta_{fi}-i\,(2\pi)^4\,\delta^4(P_f-P_i)\,\frac{T_{fi}}{\sqrt{2\omega_1}\,\sqrt{2\omega_2}\,\sqrt{2E_1}\,\sqrt{2E_2}}. \tag{4.201}$$

Если, кроме того, положить нормировочный объем $V=1$, то связь между матричными элементами T_{fi} и t_{fi} будет определяться соотношением

$$(2\pi)^4\,T_{fi}=\sqrt{16\omega_1\omega_2E_1E_2}\,t_{fi}\,(V=1), \tag{4.202}$$

где

$$\omega_1=(q_1)_0, \quad \omega_2=(q_2)_0, \quad E_1=(p_1)_0, \quad E_2=(p_2)_0. \qquad (4.203)$$

Используя принятую нормировку $V=1$, для матричного элемента второго порядка получаем:

$$\langle f|S^{(2)}|i\rangle=(-i)^2 g^2 \int d^4x \int d^4y \left[\frac{e^{-iq_2x}}{\sqrt{2\omega_2}}\frac{e^{-ip_2x}}{\sqrt{2E_2}}\Delta_F(x-y, M)\times\right.$$

$$\left.\times\frac{e^{ip_1y}}{\sqrt{2E_1}}\frac{e^{iq_1y}}{\sqrt{2\omega_1}}+\frac{e^{iq_1x}}{\sqrt{2\omega_1}}\frac{e^{-ip_2x}}{\sqrt{2E_2}}\Delta_F(x-y, M)\frac{e^{ip_1y}}{\sqrt{2E_1}}\frac{e^{-iq_2y}}{\sqrt{2\omega_2}}\right]=$$

$$=-(2\pi)^4 i\delta^4(P_f-P_i)\frac{T^{(2)}}{\sqrt{16\omega_1\omega_2E_1E_2}}. \qquad (4.204)$$

Происхождение двух слагаемых в формуле (4.204) непосредственно ясно из фиг. 38. Следовательно,

$$T^{(2)}=-g^2\left[\frac{1}{(p_1+q_1)^2+M^2}+\right.$$

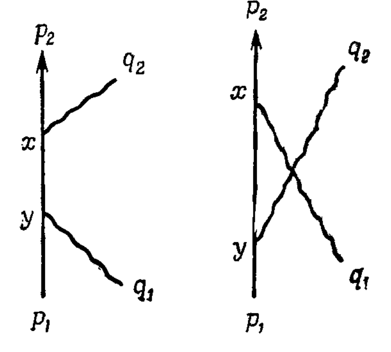
$$\left.+\frac{1}{(p_1-q_2)^2+M^2}\right]. \qquad (4.205)$$

Записывая это выражение через инварианты (4.197), найдем

$$T^{(2)}=-\frac{g^2}{2M}\left[\frac{1}{\nu_B-\nu}+\frac{1}{\nu_B+\nu}\right], \qquad (4.206)$$

где

$$\nu_B=-\frac{\mu^2}{2M}-\frac{\varkappa^2}{M}. \qquad (4.207)$$



Фиг. 38. Фейнмановские диаграммы для рассеяния пионов на нуклонах в борновском приближении.

Прежде всего проверим, выполняется ли кроссинг-симметрия. Амплитуда $T^{(2)}$ должна быть инвариантной относительно преобразования

$$q_1 \rightleftarrows -q_2, \qquad (4.208)$$

которое влечет за собой преобразование

$$P\to P, \quad Q\to -Q, \quad \varkappa\to\varkappa \qquad (4.209)$$

и, следовательно,

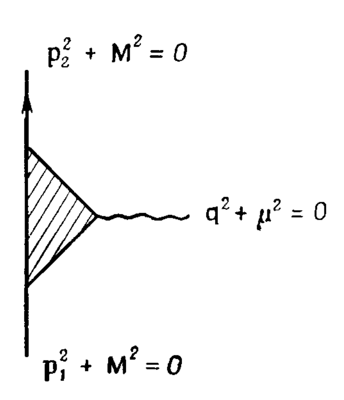
$$\nu\to-\nu, \quad \varkappa^2\to\varkappa^2. \qquad (4.210)$$

Выражение (4.206), несомненно, является четной функцией ν, так что кроссинг-симметрия действительно имеет место. Функция T есть аналитическая функция ν в плоскости с разрезом и

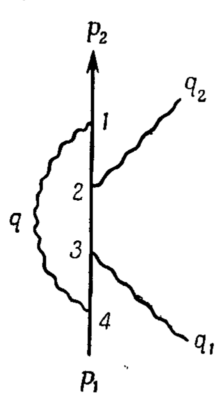
удовлетворяет дисперсионному соотношению

$$\operatorname{Re} T(\nu, \varkappa^2) = -\frac{g^2}{2M}\left(\frac{1}{\nu_B - \nu} + \frac{1}{\nu_B + \nu}\right) + \frac{P}{\pi}\int\limits_{\mu-(\varkappa^2/M)}^{\infty} d\nu' \operatorname{Im} T(\nu', \varkappa^2)\left(\frac{1}{\nu' - \nu} + \frac{1}{\nu' + \nu}\right). \quad (4.211)$$

Из этого соотношения ясно, что T — четная функция ν. Здесь под g следует понимать перенормированную константу связи.



Фиг. 39. Фейнмановская диаграмма, соответствующая пион-нуклонной вершине. Перенормированная константа связи равна значению вершинной функции, когда все частицы взяты на поверхности масс.



Фиг. 40. Типичная диаграмма четвертого порядка для рассеяния пионов на нуклонах.

В дисперсионной теории g определяется как значение вершинной части, которая показана на фиг. 39, при условии, что все частицы взяты на поверхности масс. Доказательство этого дисперсионного соотношения далеко не просто; удовлетворимся тем, что проверим его справедливость для типичной диаграммы четвертого порядка (фиг. 40). Вклад этой диаграммы в S-матрицу дается выражением

$$(-i)^4 g^4 \int d^4x_1 \ldots d^4x_4 \left(\frac{e^{-ip_2x_1}}{\sqrt{2E_2}} \Delta_F(x_1 - x_2)\Delta_F(x_2 - x_3) \times \times \Delta_F(x_3 - x_4)\frac{e^{ip_1x_4}}{\sqrt{2E_1}}\right)\frac{e^{-iq_2x_2}}{\sqrt{2\omega_2}}\,\frac{e^{iq_1x_3}}{\sqrt{2\omega_1}} D_F(x_1 - x_4), \quad (4.212)$$

где Δ_F и D_F — функции распространения для нуклона и для пиона соответственно. Подставляя в (4.212) фурье-образы этих функций, найдем

$$T=\frac{ig^4}{(2\pi)^4}\int d^4q\times$$
$$\times\frac{1}{[q^2+\mu^2-i\varepsilon]\,[(p_1-q)^2+M^2-i\varepsilon]\,[(W-q)^2+M^2-i\varepsilon]\,[(p_2-q)^2+M^2-i\varepsilon]}, \tag{4.213}$$

где $W=p_1+q_1=p_2+q_2$ — полный 4-импульс системы. Доказательство того, что эта амплитуда удовлетворяет дисперсионному соотношению, не потребует выполнения интегрирования в явном виде. Для вычисления интеграла мы используем две формулы. Первая из них выглядит следующим образом:

$$\frac{1}{a_1\ldots a_n}=(n-1)!\int\limits_0^1 dx_1\int\limits_0^{x_1} dx_2\ldots\int\limits_0^{x_{n-2}} dx_{n-1}\times$$
$$\times\frac{1}{[a_nx_{n-1}+a_{n-1}(x_{n-2}-x_{n-1})+\ldots+a_1(1-x_1)]^n}, \tag{4.214}$$

или

$$\frac{1}{a_1\ldots a_n}=(n-1)!\int\limits_0^1 dx_1\ldots\int\limits_0^1 dx_n\,\frac{\delta\left(1-\sum x_i\right)}{(a_1x_1+\ldots+a_nx_n)^n}. \tag{4.215}$$

Эта формула справедлива всюду, где знаменатель подынтегрального выражения не обращается в нуль. Проверить ее можно путем непосредственного интегрирования.

Вторая необходимая формула имеет вид

$$\int\frac{d^4p}{(p^2+\Lambda-i\varepsilon)^3}=\frac{i\pi^2}{2(\Lambda-i\varepsilon)}, \tag{4.216}$$

где Λ — действительная величина. Для доказательства этой формулы рассмотрим соотношение

$$\int\limits_0^\infty e^{-i\alpha x}dx=\lim_{\varepsilon\to 0}\int\limits_0^\infty e^{-(i\alpha+\varepsilon)x}\,dx=\frac{-i}{\alpha-i\varepsilon}.$$

Отсюда для $\alpha=p^2+\Lambda$ найдем

$$\int\limits_0^\infty e^{-i(p^2+\Lambda)x}dx=\frac{-i}{p^2+\Lambda-i\varepsilon}, \tag{4.217}$$

или после двухкратного дифференцирования по Λ

$$\int_0^\infty x^2 e^{-i(p^2+\Lambda)x}\, dx = \frac{2i}{(p^2+\Lambda-i\varepsilon)^3}. \qquad (4.218)$$

Если проинтегрировать обе части последнего равенства по p_1, p_2, p_3 и p_0, то слева получится произведение гауссовых интегралов, так что, воспользовавшись формулой

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ip^2x}\, d^4p = \frac{-i\pi^2}{x^2} \quad (x>0), \qquad (4.219)$$

мы получим

$$-i\pi^2 \int_0^\infty e^{-i\Lambda x}\, dx = 2i \int \frac{d^4p}{(p^2+\Lambda-i\varepsilon)^3},$$

что и доказывает справедливость формулы (4.216).

С помощью формулы (4.214) можно показать, что

$$T = \frac{6ig^4}{(2\pi)^4} \int_0^1 dx_1 \int_0^{x_1} dx_2 \int_0^{x_2} dx_3 \int d^4q \frac{1}{(A-i\varepsilon)^4}, \qquad (4.220)$$

где (с учетом условия на поверхности масс)

$$A = q^2 + x_3\mu^2 - 2q\,[(x_2-x_3)\,p_1 + (x_1-x_2)\,p_2 + (1-x_1)\,W] + (1-x_1)(W^2+M^2). \qquad (4.221)$$

Чтобы устранить член, линейный по q, введем преобразование

$$q' = q - [(x_2-x_3)\,p_1 + (x_1-x_2)\,p_2 + (1-x_1)\,W].$$

В этих переменных

$$A = q'^2 + x_3\mu^2 + (1-x_1)(W^2+M^2) - [(x_2-x_3)\,p_1 + (x_1-x_2)\,p_2 + (1-x_1)\,W]^2.$$

Интегрирование по q' можно выполнить, используя формулу, которая получается из (4.216) после дифференцирования по Λ. В результате найдем, что

$$T = -\frac{g^4}{2(2\pi)^4} \int_0^1 dx_1 \int_0^{x_1} dx_2 \int_0^{x_2} dx_3 \frac{1}{(\Lambda-i\varepsilon)^2}, \qquad (4.222)$$

где

$$\Lambda = x_3\mu^2 + (1-x_1)(W^2+M^2) - [(x_2-x_3)\,p_1 + (x_1-x_2)\,p_2 + (1-x_1)\,W]^2. \qquad (4.223)$$

Используя условия на поверхности масс, а также формулы

$$W^2 = (P+Q)^2 = -(M^2+\mu^2+2M\omega),$$
$$p_1 W = p_2 W = -(M^2+M\omega),$$
$$p_1 p_2 = -(M^2+2\varkappa^2),$$

выражение для Λ можно привести к виду

$$\Lambda = [x_3 - x_1(1-x_1)]\mu^2 + (1-x_3)^2 M^2 + \\ + 4(x_2-x_3)(x_1-x_2)\varkappa^2 - 2x_3(1-x_1)M\omega. \quad (4.224)$$

Следовательно, при фиксированном $\varkappa^2$ величину T можно представить следующим образом:

$$T = \int_a^\infty \frac{\sigma(\omega', \varkappa^2)\, d\omega'}{(\omega'-\omega-i\varepsilon)^2}. \quad (4.225)$$

В этом выражении

$$\sigma(\omega', \varkappa^2) = -\frac{g^4}{2(2\pi)^2}\int_0^1 dx_1 \int_0^{x_1} dx_2 \int_0^{x_2} dx_3 \frac{1}{[2x_3(1-x_1)M]^2} \times \\ \times \delta\left[\omega' - \frac{(x_3 - x_1(1-x_1))\mu^2 + (1-x_3)^2 M^2 + 4(x_2-x_3)(x_1-x_2)\varkappa^2}{2x_3(1-x_1)M}\right], \quad (4.226)$$

а нижний предел интегрирования a есть минимальное значение величины ω'. Ясно, что σ — действительная величина; далее, из (4.225) следует, что T аналитична в верхней полуплоскости комплексного переменного ω и поэтому удовлетворяет дисперсионному соотношению

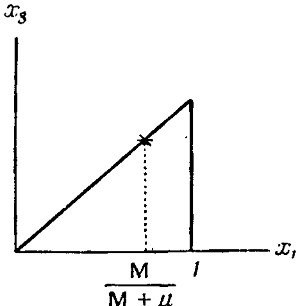
$$\operatorname{Re} T(\omega, \varkappa^2) = \frac{P}{\pi}\int_a^\infty \frac{d\omega'}{\omega'-\omega}\operatorname{Im} T(\omega', \varkappa^2). \quad (4.227)$$

Таким образом, задача сводится к определению нижнего предела интегрирования. Мы покажем, что $a = \operatorname{Min}\omega' = \mu$. Чтобы минимизировать ω', нужно положить $\varkappa^2 = 0$, поскольку из анализа аргумента δ-функции, входящей в (4.226), ясно, что ω' — возрастающая функция $\varkappa^2$. Итак,

$$a = \operatorname{Min}\left[\frac{(x_3 - x_1(1-x_1))\mu^2 + (1-x_3)^2 M^2}{2x_3(1-x_1)M}\right], \quad (4.228)$$

причем минимум следует искать в области $1 \geqslant x_1 \geqslant x_3 \geqslant 0$ (фиг. 41). Нетрудно видеть, что минимальное значение его действительно равно μ и достигается при

$$x_1 = x_3 = \frac{M}{M+\mu}. \qquad (4.229)$$



Фиг. 41. Треугольная область интегрирования по параметрам Фейнмана x_1 и x_3 при $\varkappa^2 = 0$, и точка, соответствующая минимуму ω'.

Таким образом, мы получаем:

$$\operatorname{Re} T(\omega, \varkappa^2) = \frac{P}{\pi} \int_{\mu}^{\infty} d\omega' \frac{\operatorname{Im} T(\omega', \varkappa^2)}{\omega' - \omega}. \qquad (4.230)$$

Переходя в этом выражении к переменной ν, приведем его к виду

$$\operatorname{Re} T(\nu, \varkappa^2) = \frac{P}{\pi} \int_{\mu-(\varkappa^2/M)}^{\infty} d\nu' \frac{\operatorname{Im} T(\nu', \varkappa^2)}{\nu' - \nu}, \qquad (4.231)$$

где $\operatorname{Im} T(\nu', \varkappa^2)$ определена уже только при $\nu' > \mu - (\varkappa^2/M)$.

Если теперь ввести диаграмму, перекрестную по отношению к диаграмме фиг. 40, то ее вклад в дисперсионный интеграл можно получить из предыдущего выражения, сделав в нем замену $\nu \to -\nu$. Следовательно, сумма вкладов прямой и перекрестной диаграмм дается выражением

$$\operatorname{Re} T(\nu, \varkappa^2) = \frac{P}{\pi} \int_{\mu-(\varkappa^2/M)}^{\infty} d\nu' \operatorname{Im} T(\nu', \varkappa^2) \left(\frac{1}{\nu' - \nu} + \frac{1}{\nu' + \nu} \right). \qquad (4.232)$$

Тем самым доказано, что амплитуды, соответствующие типичным диаграммам четвертого порядка, действительно удовлетворяют дисперсионным соотношениям. Наряду с диаграммами, рассмотренными выше, существуют и другие диаграммы четвертого порядка; вклад их в амплитуду рассеяния мы изучим в § 12 этой главы в связи с перенормировкой. Забегая вперед, хотелось бы отметить тот факт, что расходимости, внутренне присущие теории Фейнмана — Дайсона, не появляются при дисперсионном подходе; в § 12 мы изучим тот тонкий механизм, который устраняет расходимости в дисперсионной теории.

4. Дисперсионные соотношения для пион-нуклонного рассеяния. Мы должны обобщить дисперсионное соотношение, рассмотренное выше, на случай рассеяния реальных пионов и нуклонов с учетом кинематических усложнений, вызванных спином

нуклона и изоспином. Это делается на основе следующего определения матрицы T как матрицы в спинорном пространстве:

$$\langle f|S|i\rangle = \delta_{fi} - i(2\pi)^4 \delta^4(P_f - P_i) \frac{\bar{u}(p_2) T u(p_1)}{\sqrt{2\omega_1}\sqrt{2\omega_2}}, \tag{4.233}$$

где u — дираковский спинор с нормировкой $u^*(p)u(p)=1$. Чу, Голдбергер, Лоу и Намбу [25] использовали другую нормировку, $\bar{u}(p)u(p)=1$, однако ради сохранения единообразия с предыдущими вычислениями мы не будем переходить к ней. Что же касается выражения для матрицы T, то оно в точности совпадает с принятым указанными авторами. Разложим матрицу T на сумму инвариантов в обычном пространстве:

$$T = -A + i\gamma Q \cdot B, \tag{4.234}$$

а затем в зарядовом пространстве:

$$T_{\beta\alpha} = \delta_{\beta\alpha} T^{(+)} + \frac{1}{2}[\tau_\beta, \tau_\alpha] T^{(-)}, \tag{4.235}$$

где α и β — изоспиновые индексы падающего и рассеянного пионов соответственно. Следовательно, всего имеются четыре инвариантные амплитуды:

$$A^{(+)}, \quad A^{(-)}, \quad B^{(+)}, \quad B^{(-)}. \tag{4.236}$$

При кроссинг-симметрии

$$i\gamma Q \to -i\gamma Q, \quad [\tau_\beta, \tau_\alpha] \to -[\tau_\beta, \tau_\alpha], \tag{4.237}$$

поэтому симметрия матрицы T влечет за собой симметрию

$$\begin{aligned} A^{(+)} &\to A^{(+)}, & A^{(-)} &\to -A^{(-)}, \\ B^{(+)} &\to -B^{(+)}, & B^{(-)} &\to B^{(-)}. \end{aligned} \tag{4.238}$$

Следовательно, амплитуды $A^{(+)}$ и $B^{(-)}$ суть четные функции ν, а амплитуды $A^{(-)}$ и $B^{(+)}$ — нечетные функции ν.

Дисперсионные соотношения для этих четырех амплитуд имеют вид

$$\operatorname{Re} A^{(\pm)}(\nu, \varkappa^2) = \frac{P}{\pi} \int\limits_{\mu-(\varkappa^2/M)}^{\infty} d\nu' \operatorname{Im} A^{(\pm)}(\nu', \varkappa^2) \times \left(\frac{1}{\nu'-\nu} \pm \frac{1}{\nu'+\nu}\right), \tag{4.239}$$

$$\operatorname{Re} B^{(\pm)}(\nu, \varkappa^2) = \frac{G^2}{2M}\left(\frac{1}{\nu_B - \nu} \mp \frac{1}{\nu_B + \nu}\right) + \frac{P}{\pi} \int\limits_{\mu-(\varkappa^2/M)}^{\infty} d\nu' \operatorname{Im} B^{(\pm)}(\nu', \varkappa^2)\left(\frac{1}{\nu'-\nu} \mp \frac{1}{\nu'+\nu}\right). \tag{4.240}$$

Мы приводим их без доказательства. Наличие борновского члена[1]) у $B^{(\pm)}$ и его отсутствие у $A^{(\pm)}$ согласуются с результатами теории возмущений. Наконец, приведем соотношение, связывающее амплитуды T и $\mathfrak{M}$ в этом случае. Прежде всего имеем

$$t_{fi}(V=1)=(2\pi)^4 \frac{\bar{u}(p_2)\,Tu(p_1)}{\sqrt{2\omega_1}\sqrt{2\omega_2}}=(2\pi)^6\,t_{fi}(V=(2\pi)^3)$$

и

$$\mathfrak{M}_{fi}=\sqrt{\omega_1\omega_2E_1E_2}\;t_{fi}(V=(2\pi)^3),$$

поэтому

$$\mathfrak{M}_{fi}=\frac{1}{2(2\pi)^2}\sqrt{E_1}\sqrt{E_2}\,\bar{u}(p_2)\,Tu(p_1). \tag{4.241}$$

Иногда вместо амплитуд A и B удобнее рассматривать следующую их комбинацию:

$$C^{(\pm)}(\nu,\varkappa^2)=A^{(\pm)}(\nu,\varkappa^2)+\nu B^{(\pm)}(\nu,\varkappa^2). \tag{4.242}$$

Предполагая, что амплитуда C исчезает на бесконечности, найдем

$$\operatorname{Re} C^{(\pm)}(\nu,\varkappa^2)=\frac{G^2}{2M}\left(\frac{1}{\nu_B-\nu}\mp\frac{1}{\nu_B+\nu}\right)\nu+$$
$$+\frac{P}{\pi}\int\limits_{\mu-(\varkappa^2/M)}^{\infty}d\nu'\operatorname{Im}C^{(\pm)}(\nu',\varkappa^2)\left(\frac{1}{\nu'-\nu}\pm\frac{1}{\nu'+\nu}\right). \tag{4.243}$$

Однако теперь дисперсионный интеграл может оказаться расходящимся из-за наличия множителя ν в (4.242); чтобы придать приведенному выражению смысл, необходимо использовать процедуру «вычитания», т. е. записать дисперсионные соотношения для различных значений ν, скажем ν_1 и ν_2, а затем взять их разность. Сходимость дисперсионного интеграла для разности

$$\operatorname{Re} C^{(\pm)}(\nu_1,\varkappa^2)-\operatorname{Re} C^{(\pm)}(\nu_2,\varkappa^2)$$

оказывается улучшенной. Этот вопрос мы обсудим в следующем параграфе.

§ 10. Сравнение дисперсионных соотношений с экспериментом

В предыдущем параграфе мы получили дисперсионные соотношения для пион-нуклонного рассеяния; теперь нам предстоит заняться вопросом сравнения дисперсионных соотношений с экспериментом.

[1]) Чаще его называют «полюсным членом». — *Прим. перев.*

1. Нефизическая область. Из кинематики рассеяния пионов на нуклонах вытекает, что

$$\mathbf{q}^2 = \frac{M^2(\omega^2-\mu^2)}{M^2+\mu^2+2M\omega}, \tag{4.244}$$

$$\varkappa^2 = \mathbf{q}^2\,\frac{1-\cos\theta}{2}, \tag{4.245}$$

где $\mathbf{q}$ — импульс пиона, а θ — угол рассеяния в системе центра масс. Из неравенства $\mathbf{q}^2 \geqslant \varkappa^2$ имеем

$$\frac{M^2(\omega^2-\mu^2)}{M^2+\mu^2+2M\omega} \geqslant \varkappa^2. \tag{4.246}$$

Этому условию должен удовлетворять реальный процесс рассеяния пионов на нуклонах. Но из дисперсионных интегралов в соотношениях (4.239) и (4.240) видно, что необходимо знать амплитуды также и в области, где это условие не выполнено. Это и есть так называемая нефизическая область. Например, нужно знать мнимую часть амплитуды для значений $\nu \geqslant \mu - (\varkappa^2/M)$ или $\omega \geqslant \mu$, но если $\varkappa^2 > 0$, то $\omega = \mu$ уже попадает в нефизическую область.

Поскольку $\varkappa^2$ — фиксированный параметр, положим $\varkappa^2=0$, так чтобы нефизическая область отсутствовала. Но при $\varkappa^2=0$ оказывается $\theta=0$, и мы, таким образом, получаем рассеяние вперед, причем значения $\nu \geqslant \mu$ или $\omega \geqslant \mu$ соответствуют физическому рассеянию.

2. Дисперсионные соотношения для рассеяния вперед. Если положить $\varkappa^2=0$, то дисперсионные соотношения для амплитуд $C^{(\pm)}$ принимают вид

$$\operatorname{Re} C^{(\pm)}(\nu) = \frac{G^2}{2M}\,\nu\left(\frac{1}{\nu_0-\nu} \mp \frac{1}{\nu_0+\nu}\right) + \\ + \frac{P}{\pi}\int_{\mu}^{\infty} d\nu' \operatorname{Im} C^{(\pm)}(\nu')\left(\frac{1}{\nu'-\nu} \pm \frac{1}{\nu'+\nu}\right) + \text{«Вычитание»}, \tag{4.247}$$

где $\nu_0 = -\mu^2/2M$. При $\varkappa^2=0$ величина $\nu=\omega$ представляет энергию пиона в лабораторной системе. В соотношении (4.247) мы произведем вычитание амплитуды, соответствующей порогу рассеяния $\omega=\mu$. Это дает:

$$\operatorname{Re} C^{(+)}(\omega) - \operatorname{Re} C^{(+)}(\mu) = \\ = \frac{f^2}{M}\,\frac{\omega^2-\mu^2}{\omega^2-(\mu^2/2M)^2}\,\frac{1}{1-(\mu/2M)^2} + \frac{2(\omega^2-\mu^2)}{\pi} \times \\ \times \int_{\mu}^{\infty} d\omega'\,\frac{\omega' \operatorname{Im} C^{(+)}(\omega')}{(\omega'^2-\omega^2)(\omega'^2-\mu^2)}, \tag{4.248}$$

где $f=(\mu/2M)G$ — так называемая константа псевдовекторной связи. С ошибкой не более одного процента последний множитель в борновском члене можно положить равным единице:

$$\left[1-\left(\frac{\mu}{2M}\right)^2\right]^{-1}\approx 1.$$

Чтобы получить дисперсионное соотношение для амплитуды $C^{(-)}$, необходимы небольшие изменения: именно, вместо $C^{(-)}(\omega)$ мы рассмотрим величину $C^{(-)}(\omega)/\omega$, четную по ω и конечную при $\omega=0$. Для этой величины дисперсионное соотношение без вычитаний имеет вид

$$\frac{\operatorname{Re} C^{(-)}(\omega)}{\omega}=\frac{2f^2}{(\mu^2/2M)^2-\omega^2}+\frac{2}{\pi}\int_{\mu}^{\infty} d\omega' \frac{\operatorname{Im} C^{(-)}(\omega')}{\omega'^2-\omega^2}. \quad (4.249)$$

При одном вычитании получим

$$\operatorname{Re} C^{(-)}(\omega)-\frac{\omega}{\mu}\operatorname{Re} C^{(-)}(\mu)=$$
$$=2f^2\frac{\omega(\omega^2-\mu^2)}{[\omega^2-(\mu^2/2M)^2][\mu^2-(\mu^2/2M)^2]}+$$
$$+\frac{2\omega(\omega^2-\mu^2)}{\pi}\int_{\mu}^{\infty} d\omega' \frac{\operatorname{Im} C^{(-)}(\omega')}{(\omega'^2-\omega^2)(\omega'^2-\mu^2)}. \quad (4.250)$$

Последний множитель в борновском члене снова можно апроксимировать:

$$\mu^2-\left(\frac{\mu^2}{2M}\right)^2=\mu^2\left[1-\left(\frac{\mu}{2M}\right)^2\right]\approx\mu^2.$$

3. Применение оптической теоремы. Забудем сначала об изоспиновой зависимости и рассмотрим процесс $\pi^0+p\to p+\pi^0$, оставив только амплитуду $C^{(+)}$. Тогда из оптической теоремы вытекает, что

$$\sigma_{\text{полн}}=-\frac{8\pi^2}{B}\operatorname{Im}\mathfrak{M}_{ii}=-\frac{E}{B}\bar{u}(p)(\operatorname{Im} T)u(p), \quad (4.251)$$

где $E=p_0$ — энергия нуклона-мишени. В случае неполяризованного нуклона следует усреднить по ориентациям спина:

$$\bar{u}(p)(-A+i\gamma Q\cdot B)u(p)\to\frac{1}{2}\operatorname{Sp}\left[(-A+i\gamma Q\cdot B)\left(\frac{-ip\gamma+M}{2E}\right)\right]=$$
$$=\frac{1}{E}(-AM+pQ\cdot B)=-\frac{M}{E}(A+\nu B)=-\frac{M}{E}C. \quad (4.252)$$

Отсюда

$$\sigma_{\text{полн}} = \frac{M}{B} \operatorname{Im} C. \tag{4.253}$$

В лабораторной системе $B = kM$, где $\mathbf{k}$ — импульс пиона (в лабораторной системе); иначе говоря, $\omega^2 = \mu^2 + k^2$ и, следовательно,

$$\sigma_{\text{полн}} = \frac{1}{k} \operatorname{Im} C. \tag{4.254}$$

Сравнивая это с выражением

$$\sigma_{\text{полн}} = \frac{4\pi}{q} \operatorname{Im} f(0), \tag{4.255}$$

можно отождествить

$$C = 4\pi \frac{k}{q} f(0), \tag{4.256}$$

где q — импульс пиона в системе центра инерции. В этом, конечно, и состоит причина того, что приходится рассматривать амплитуду C.

4. Разложение амплитуд по изоспину. Определим новые амплитуды $C_{\pm}(\omega)$ равенствами

$$C^{(+)}(\omega) = \frac{1}{2}[C_-(\omega) + C_+(\omega)], \tag{4.257}$$

$$C^{(-)}(\omega) = \frac{1}{2}[C_-(\omega) - C_+(\omega)]. \tag{4.258}$$

Здесь C_- и C_+ — соответственно амплитуды процессов

$$\pi^- + p \to p + \pi^-$$

и

$$\pi^+ + p \to p + \pi^+.$$

С помощью оптической теоремы получаем

$$\operatorname{Im} C^{(+)}(\omega) = \frac{k}{2}[\sigma_-(\omega) + \sigma_+(\omega)], \tag{4.259}$$

$$\operatorname{Im} C^{(-)}(\omega) = \frac{k}{2}[\sigma_-(\omega) - \sigma_+(\omega)], \tag{4.260}$$

а из соотношения (4.256) вытекает, что

$$\operatorname{Re} C^{(+)}(\omega) = 2\pi \frac{k}{q} \operatorname{Re}[f_-(\omega) + f_+(\omega)], \tag{4.261}$$

$$\operatorname{Re} C^{(-)}(\omega) = 2\pi \frac{k}{q} \operatorname{Re}[f_-(\omega) - f_+(\omega)]. \tag{4.262}$$

Здесь $f_-(\omega)$ и $f_+(\omega)$ — амплитуды рассеяния вперед соответственно для π^-- и π^+-мезонов на протоне p (в лабораторной системе), и их можно выразить через фазы рассеяния.

Следуя Голдбергеру, Миязаве и Эме [26], обозначим

$$D_{\pm}(\omega)=\frac{1}{4\pi}\operatorname{Re}C_{\pm}(\omega)=\frac{k}{q}\operatorname{Re}f_{\pm}(\omega). \tag{4.263}$$

Тогда из соотношений (4.249), (4.250) и (4.259)—(4.262) найдем:

$$\frac{1}{2}[D_-(\omega)+D_+(\omega)]-\frac{1}{2}[D_-(\mu)+D_+(\mu)]=$$
$$=\frac{f^2}{4\pi}\frac{1}{M}\frac{k^2}{\omega^2-(\mu^2/2M)^2}+\frac{k^2}{4\pi^2}\int_0^\infty dk'\,\frac{\sigma_-(\omega')+\sigma_+(\omega')}{\omega'^2-\omega^2}, \tag{4.264}$$

$$\frac{1}{2}[D_-(\omega)-D_+(\omega)]-\frac{\omega}{\mu}\frac{1}{2}[D_-(\mu)-D_+(\mu)]=$$
$$=-2\frac{f^2}{4\pi}\frac{\omega}{\mu^2}\frac{k^2}{\omega^2-(\mu^2/2M)^2}+\frac{k^2\omega}{4\pi^2}\int_0^\infty \frac{dk'}{\omega'}\,\frac{\sigma_-(\omega')-\sigma_+(\omega')}{\omega'^2-\omega^2}. \tag{4.265}$$

где было использовано равенство $k'\,dk'=\omega'\,d\omega'$.

Комбинируя последние два равенства, получаем более удобный для сравнения с экспериментом набор дисперсионных соотношений

$$D_+(\omega)=\frac{1}{2}\left(1+\frac{\omega}{\mu}\right)D_+(\mu)+\frac{1}{2}\left(1-\frac{\omega}{\mu}\right)D_-(\mu)+$$
$$+\frac{2}{\mu^2}\left(\frac{f^2}{4\pi}\right)\frac{k^2}{\omega-\mu^2/2M}+\frac{k^2}{4\pi^2}\int_\mu^\infty \frac{d\omega'}{k'}\left[\frac{\sigma_+(\omega')}{\omega'-\omega}+\frac{\sigma_-(\omega')}{\omega'+\omega}\right], \tag{4.266}$$

$$D_-(\omega)=\frac{1}{2}\left(1+\frac{\omega}{\mu}\right)D_-(\mu)-\frac{1}{2}\left(1-\frac{\omega}{\mu}\right)D_+(\mu)-$$
$$-\frac{2}{\mu^2}\left(\frac{f^2}{4\pi}\right)\frac{k^2}{\omega+\mu^2/2M}+\frac{k^2}{4\pi^2}\int_\mu^\infty \frac{d\omega'}{k'}\left[\frac{\sigma_+(\omega')}{\omega'+\omega}+\frac{\sigma_-(\omega')}{\omega'-\omega}\right]. \tag{4.267}$$

5. **Сравнение с экспериментом.** В приведенных выше дисперсионных соотношениях эффективные сечения σ_+ и σ_- — экспериментально измеряемые величины, а амплитуды $D_\pm(\omega)$ можно выразить через фазы рассеяния. Чтобы облегчить эту операцию, выразим предварительно D_+ и D_- через амплитуды рассеяния в состояниях с заданным изоспином:

$$D_+(\omega)=D_3(\omega), \tag{4.268}$$

$$D_-(\omega)=\frac{1}{3}(2D_1(\omega)+D_3(\omega)), \tag{4.269}$$

где

$$D_3(\omega) = \frac{k}{2q^2}(\sin 2\alpha_3 + 2\sin 2\alpha_{33} + \sin 2\alpha_{31} + \ldots), \quad (4.270)$$

$$D_1(\omega) = \frac{k}{2q^2}(\sin 2\alpha_1 + 2\sin 2\alpha_{13} + \sin 2\alpha_{11} + \ldots), \quad (4.271)$$

причем для вычисления правых частей последних равенств были взяты действительные части амплитуд рассеяния вперед. Чтобы вычислить константы вычитания, нужно, кроме того, воспользоваться соотношениями

$$\lim_{k\to 0}\frac{k}{q} = 1 + \frac{\mu}{M}, \qquad \lim_{q\to 0}\frac{\alpha_{21}}{q} = c_{21}\left(\frac{\hbar}{\mu c}\right).$$

В результате получаем

$$D_+(\mu) = \left(\frac{\hbar}{\mu c}\right)\left(1 + \frac{\mu}{M}\right)c_3, \quad (4.272)$$

$$D_-(\mu) = \left(\frac{\hbar}{\mu c}\right)\left(1 + \frac{\mu}{M}\right)\left(\frac{2}{3}c_1 + \frac{1}{3}c_3\right). \quad (4.273)$$

Андерсон, Дэвидон и Крузе [27] проанализировали экспериментальные данные и сравнили результаты анализа с дисперсионными соотношениями. При этом для длин рассеяния они воспользовались данными Орира [28]:

$$c_3 = -0{,}11, \qquad c_1 = 0{,}16, \quad (4.274)$$

а для константы f^2 взяли значение, следующее из анализа пион-нуклонного рассеяния и фоторождения пионов:

$$\frac{f^2}{4\pi} \approx 0{,}08. \quad (4.275)$$

Эффективные сечения при высоких энергиях были приняты постоянными и равными 30 *мб*. Значения амплитуд D, предсказанные дисперсионными соотношениями, и результаты фазового анализа, как оказывается, отлично совпадают, если для фаз рассеяния взять набор фаз Ферми или улучшенный набор фаз де Гофмана, Метрополиса, Алейя и Бете [29]. Таким образом, с помощью дисперсионных соотношений было установлено существование (3, 3)-резонанса и был отклонен как неправильный набор фаз Янга.

§ 11. Теория S-матрицы и дисперсионные соотношения

Успех дисперсионного подхода к пион-нуклонному рассеянию повлек за собой более смелые предприятия. Прежде всего дисперсионные соотношения были использованы для проверки,

с одной стороны, внутренней непротиворечивости экспериментов, а с другой — непротиворечивости основных посылок теории поля. Позднее возникла мысль выяснить, нельзя ли использовать дисперсионные соотношения для определения амплитуд рассеяния, иначе говоря, выяснить, допускает ли дисперсионная теория динамическую трактовку. Эту идею легче всего понять в рамках теории возмущений, поэтому ниже мы будем опираться на эту теорию.

1. Условие унитарности. Для полного определения S-матрицы одних дисперсионных соотношений недостаточно, нужно воспользоваться другими ее свойствами, например унитарностью. Условие унитарности, выраженное с помощью матрицы t, гласит:

$$2\operatorname{Im} t_{ba} = -\sum_n t^\dagger_{bn}\delta^4(P_n - P_a)\, t_{na}, \qquad P_a = P_b \tag{4.276}$$

[см. формулу (4.134)]. Здесь $\operatorname{Im} t$ представляет антиэрмитову часть матрицы t. Из соображений простоты мы будем рассматривать только упругий канал рассеяния. Тогда если t известно до n-го порядка по константе связи G^2 (с точностью до G^{2n}), условие унитарности определяет $\operatorname{Im} t$ до порядка $G^{2(n+1)}$, а дисперсионное соотношение дает возможность по $\operatorname{Im} t$ вычислить $\operatorname{Re} t$ в том же порядке $G^{2(n+1)}$, что и порядок $\operatorname{Im} t$. Таким образом, если t известно в наинизшем порядке или если известно борновское приближение для t, то мы можем последовательно восстановить все члены высших порядков. Проиллюстрируем эту идею на уже рассматривавшейся ранее упрощенной модели пион-нуклонной системы, именно на взаимодействии заряженного скалярного нуклона и нейтрального скалярного мезона.

Если положить $V=1$, то в приближении упругого рассеяния условие унитарности для матрицы t принимает вид

$$2\operatorname{Im} t_{ba} = -\int \frac{d^3p_n}{(2\pi)^3}\int \frac{d^3q_n}{(2\pi)^3}\,\delta^4(P_n - P_a)\, t^\dagger_{bn} t_{na}, \tag{4.277}$$

причем $P_a = P_b$. В качестве следующего шага введем, как и ранее [ср. с (4.202)], матрицу T:

$$(2\pi)^4 T_{fi} = \sqrt{16\omega_1\omega_2 E_1 E_2}\, t_{fi} \tag{4.278}$$

и запишем для нее условие унитарности

$$\operatorname{Im} T_{fi} = -\frac{1}{32\pi^2}\int \frac{d^3p_n}{E_n}\int \frac{d^3q_n}{\omega_n}\,\delta^4(P_n - P_i)\, T^\dagger_{fn} T_{ni}. \tag{4.279}$$

В этой простой модели

$$T_{fn} = T_{nf} \quad \text{и} \quad T^\dagger_{fn} = T^*_{fn}. \tag{4.280}$$

Заметим, что для реальной пион-нуклонной системы условие унитарности гласит:

$$\operatorname{Im} T_{fi} = -\frac{1}{32\pi^2}\int \frac{d^3p_n}{E_n}\int \frac{d^3q_n}{\omega_n}\delta^4(P_n - P_i)\,T^{\dagger}_{fn}(-ip_n\gamma + M)\,T_{ni}, \tag{4.281}$$

где $\operatorname{Im} T = -\operatorname{Im} A + i\gamma Q \operatorname{Im} B$, а более точно следовало бы записать $\operatorname{Im} T$ и $T^{\dagger}T$ как

$$\operatorname{Im} T^{(+)} \sim T^{(+)*}T^{(+)} + 2T^{(-)*}T^{(-)},$$

$$\operatorname{Im} T^{(-)} \sim T^{(-)*}T^{(+)} + T^{(+)*}T^{(-)} + T^{(-)*}T^{(-)},$$

причем здесь выполнено разложение по изоспину. Величины $T^{(+)}+2T^{(-)}$ и $T^{(+)}-T^{(-)}$ представляют амплитуды рассеяния в состояниях с $I={}^1/_2$ и $I={}^3/_2$ соответственно. Следовало бы записать два различных условия унитарности для этих амплитуд, но в дисперсионных соотношениях они все равно связаны друг с другом.

Обращаясь снова к рассматриваемой модели, заметим, что наша задача — связать условие унитарности для T-матрицы с дисперсионным соотношением. Пусть это удалось сделать. Это будет означать, что получено интегральное уравнение для амплитуды рассеяния T лишь из основных свойств S-матрицы, таких, как 1) лоренц-инвариантность, 2) унитарность, 3) кроссинг-симметрия и 4) аналитичность. Отсюда следует вывод, что перечисленных выше кинематических свойств S-матрицы достаточно, по крайней мере в приближении упругого рассеяния, для определения ее динамической структуры. Как далеко можно было бы продвинуться на этом пути определения динамической структуры S-матрицы? Этот вопрос мы обсудим позже, в § 13.

2. Модификация условия унитарности и вывод уравнения рассеяния. В условии унитарности для T-матрицы содержится трехмерное интегрирование по $q=q_n$ и $p=p_n$, однако удобнее перейти к интегрированию по переменным $\varkappa^2$ и ν, так как T зависит именно от этих переменных. Ниже мы будем рассматривать T как функцию $\omega=\nu+(\varkappa^2/M)$ и $\varkappa^2$. Дисперсионное соотношение для T имеет вид

$$\operatorname{Re} T(\omega, \varkappa^2) = -\frac{g^2}{2M}\left(\frac{1}{-(\mu^2/2M)-\omega} + \frac{1}{-(\mu^2/2M)-2(\varkappa^2/M)+\omega}\right) + \\ + \frac{P}{\pi}\int_{\mu}^{\infty} d\omega'\left(\frac{1}{\omega'-\omega} + \frac{1}{\omega'+\omega-2(\varkappa^2/M)}\right)\operatorname{Im} T(\omega', \varkappa^2). \tag{4.282}$$

Запись дисперсионного соотношения через переменную ω имеет то преимущество, что при этом нижний предел интегрирования будет константой, а не функцией $\varkappa^2$.

Если не учитывать индекс n, то входящие в условие унитарности интегралы имеют вид

$$\int \frac{d^3p}{E} \int \frac{d^3q}{\omega} \ldots .$$

Мы представим этот интеграл в форме

$$4 \int d^4p \int d^4q \delta(p^2 + M^2) \delta(q^2 + \mu^2) \theta(E) \theta(\omega) \ldots .$$

Следовательно, интеграл, который мы должны вычислить, можно преобразовать следующим образом:

$$\int \frac{d^3p}{2E} \int \frac{d^3q}{2\omega} \delta^4(p_1 + q_1 - p - q) T^*_{fn} T_{ni} =$$
$$= \int d^4p \int d^4q \delta(p^2 + M^2) \delta(q^2 + \mu^2) \theta(E) \theta(\omega) \delta^4(W - p - q) T^*_{fn} T_{ni} =$$
$$= \int d^4p \delta(p^2 + M^2) \delta[(W - p)^2 + \mu^2] T^*_{fn}(\omega, \varkappa^2) T_{ni}(\omega, \varkappa^2), \quad (4.283)$$

где $W = p_1 + q_1$ есть полный 4-импульс, а множитель $\theta(E)\theta(\omega)$ можно опустить, если $W_0 > 0$. Так как ω связана с полной энергией соотношением

$$-W^2 = M^2 + \mu^2 + 2M\omega,$$

то в процессе рассеяния она остается постоянной величиной. Последний интеграл, очевидно, можно переписать в виде

$$\int d\Delta_f^2 \int d\Delta_i^2 T^*(\omega, \Delta_f^2) T(\omega, \Delta_i^2) \times$$
$$\times \int d^4p \delta\left[\frac{(p - p_2)^2}{4} - \Delta_f^2\right] \delta\left[\frac{(p - p_1)^2}{4} - \Delta_i^2\right] \times$$
$$\times \delta(p^2 + M^2) \delta[(W - p)^2 + \mu^2]. \quad (4.284)$$

Используя далее соотношения

$$P = \frac{p_1 + p_2}{2}, \quad Q = \frac{q_1 + q_2}{2}, \quad \varkappa = \frac{q_1 - q_2}{2} = \frac{p_2 - p_1}{2},$$

первые два множителя в подынтегральном выражении можно записать в переменных P и $\varkappa$:

$$\delta\left[\frac{-p\varkappa - pP - M^2}{2} - \Delta_f^2\right] \delta\left[\frac{p\varkappa - pP - M^2}{2} - \Delta_i^2\right] =$$
$$= 2\delta[-p\varkappa + \Delta_i^2 - \Delta_f^2] \delta[pP + M^2 + \Delta_i^2 + \Delta_f^2].$$

Кроме того, заметим, что

$$\mu^2+(W-p)^2=-2M\omega+2(\Delta_i^2+\Delta_f^2)-2pQ.$$

Следовательно, для интеграла по p в (4.284) имеем

$$\int d^4p\,\delta[-p\varkappa+\Delta_i^2-\Delta_f^2]\,\delta[pP+M^2+\Delta_i^2+\Delta_f^2]\times$$
$$\times\delta(p^2+M^2)\,\delta[pQ+M\omega-(\Delta_i^2+\Delta_f^2)].$$

Перейдем теперь в этом интеграле от переменных p_1, p_2, p_3 и p_0 к переменным интегрирования pP, pQ, $p\varkappa$ и p^2. Для соответствующего якобиана имеем

$$2\left|\frac{\partial(p_1,\,p_2,\,p_3,\,p_0)}{\partial(p^2,\,Pp,\,Qp,\,\varkappa p)}\right|=2\left|\frac{\partial(p^2,\,Pp,\,Qp,\,\varkappa p)}{\partial(p_1,\,p_2,\,p_3,\,p_0)}\right|^{-1}=\frac{1}{\sqrt{-D}},\tag{4.285}$$

где множитель 2 учитывает удвоение области интегрирования, а

$$D=\begin{vmatrix} p^2 & pP & pQ & p\varkappa\\ Pp & P^2 & PQ & P\varkappa\\ Qp & QP & Q^2 & Q\varkappa\\ \varkappa p & \varkappa P & \varkappa Q & \varkappa^2\end{vmatrix},\tag{4.286}$$

причем в (4.286) все скалярные произведения выражены через величины, не содержащие p. Стоит напомнить, что $\varkappa Q=\varkappa P=0$.

Так как значение четырехмерного интеграла по p дается выражением (4.285), то мы введем обозначение

$$\frac{1}{\sqrt{-D}}=K(\omega,\ \varkappa^2,\ \Delta_i^2,\ \Delta_f^2).\tag{4.287}$$

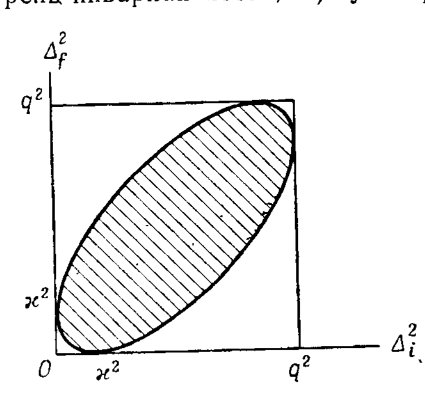
Тогда условие унитарности примет вид

$$\operatorname{Im}T(\omega,\ \varkappa^2)=-\frac{1}{8\pi^2}\int d\Delta_i^2\,d\Delta_f^2K(\omega,\ \varkappa^2,\ \Delta_i^2,\ \Delta_f^2)\,T^*(\omega,\ \Delta_f^2)\,T(\omega,\ \Delta_i^2).\tag{4.288}$$

Комбинируя последнее равенство с дисперсионным соотношением, получаем

$$T(\omega,\ \varkappa^2)=\frac{g^2}{2M}\left(\frac{1}{\omega+\mu^2/2M}+\frac{1}{(\mu^2+4\varkappa^2)/2M-\omega}\right)-$$
$$-\frac{1}{(2\pi)^3}\int\limits_{\mu}^{\infty}d\omega'\int d\Delta_i^2\,d\Delta_f^2\left(\frac{1}{\omega'-\omega-i\varepsilon}+\frac{1}{\omega'+\omega-2\varkappa^2/M}\right)\times$$
$$\times K(\omega',\ \varkappa^2,\ \Delta_i^2,\ \Delta_f^2)\,T^*(\omega',\ \Delta_f^2)\,T(\omega',\ \Delta_i^2)\quad(\omega>0).\tag{4.289}$$

Это и есть динамическое уравнение для определения амплитуды рассеяния. Очевидно, что оно удовлетворяет требованиям 1) лоренц-инвариантности, 2) унитарности, 3) кроссинг-симметрии, 4) аналитичности. Более того, оно свободно от расходимостей, внутренне присущих теории Фейнмана — Дайсона. В двух следующих параграфах мы изучим свойства этого уравнения. Подобное уравнение (теперь такие уравнения называют уравнениями Чу — Лоу) впервые было выведено Чу и Лоу [30, 31] для случая реальной пион-нуклонной системы в приближении фиксированного источника. Релятивистский случай был исследован Чу, Голдбергером, Лоу и Намбу [22, 25] несколько иным путем, чем это будет сделано здесь.



Фиг. 42. Область изменения переменных Δ_i^2 и Δ_f^2, соответствующая физическим промежуточным состояниям в условии унитарности.

3. Структура ядра K интегрального уравнения. Для исследования интегрального уравнения (4.289) необходимо найти явный вид его ядра K, или, что то же самое, выражения

$$D=\begin{vmatrix} -M^2 & -(M^2+\Delta_i^2+\Delta_f^2) & -M\omega+\Delta_i^2+\Delta_f^2 & \Delta_i^2-\Delta_f^2 \\ -(M^2+\Delta_i^2+\Delta_f^2) & -(M^2+\varkappa^2) & -M\omega+\varkappa^2 & 0 \\ -M\omega+\Delta_i^2+\Delta_f^2 & -M\omega+\varkappa^2 & -(\mu^2+\varkappa^2) & 0 \\ \Delta_i^2-\Delta_f^2 & 0 & 0 & \varkappa^2 \end{vmatrix}. \tag{4.290}$$

Вводя обозначение $q=|\mathbf{q}|$, где $\mathbf{q}$ — импульс пиона в системе центра инерции, определенный соотношением (4.244), для D получаем

$$-D=(M^2+\mu^2+2M\omega)\varkappa^2q^2(q^2-\varkappa^2)\times$$
$$\times\left[1-\frac{(\Delta_i^2+\Delta_f^2-q^2)^2}{q^2(q^2-\varkappa^2)}-\frac{(\Delta_i^2-\Delta_f^2)^2}{q^2\varkappa^2}\right]. \tag{4.291}$$

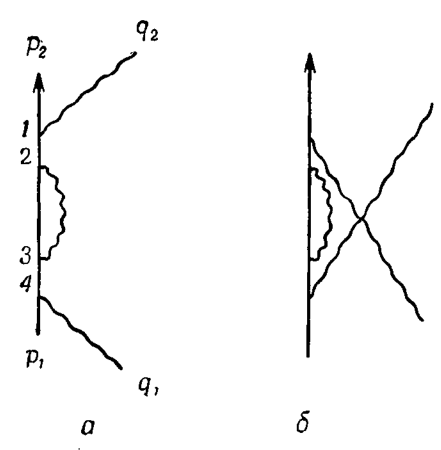
Так как $K=(-D)^{-1/2}$, то интегрировать по Δ_i^2 и Δ_f^2 следует только в пределах области, где $-D\geqslant 0$. В физической области изменения переменных

$$q^2\geqslant 0,\quad \varkappa^2\geqslant 0,\quad q^2-\varkappa^2\geqslant 0,$$

поэтому область $-D \geqslant 0$ представляет собой эллипс, заштрихованный на фиг. 42. Интегрирование по этой области соответствует суммированию по допустимым промежуточным состояниям с учетом условия унитарности. Следовательно, для данной энергии область интегрирования всегда будет конечной.

§ 12. Перенормировка в дисперсионной теории

Уравнение рассеяния, выведенное в предыдущем параграфе, обладает примечательным свойством: в нем отсутствуют рас-



Фиг. 43. Фейнмановские диаграммы четвертого порядка для пион-нуклонного рассеяния, включающие поправки, связанные с собственной энергией.

ходимости, присущие теории Фейнмана — Дайсона. Чтобы лучше понять, в чем здесь дело, вернемся к теории Фейнмана — Дайсона, в частности, к содержащейся в ней программе перенормировок.

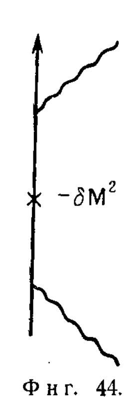
1. Перенормировка массы для диаграмм собственно-энергетического типа. Прежде всего рассмотрим диаграммы Фейнмана, приведенные на фиг. 43 (мы пока ограничимся лишь диаграммой *а*). В скалярной теории такой диаграмме соответствует матричный элемент

$$S_a = (-i)^4 g^4 \int d^4x_1 \ldots d^4x_4 \frac{e^{-ip_2x_1}}{\sqrt{2E_2}} \frac{e^{-iq_2x_1}}{\sqrt{2\omega_2}} \Delta_F(x_1 - x_2) \Delta_F(x_2 - x_3) \times$$
$$\times \Delta_F(x_3 - x_4) D_F(x_2 - x_3) \frac{e^{ip_1x_1}}{\sqrt{2E_1}} \frac{e^{iq_1x_4}}{\sqrt{2\omega_1}}, \quad (4.292)$$

поэтому соответствующая амплитуда T_a дается выражением

$$T_a = \frac{ig^4}{(2\pi)^4} \frac{1}{(W^2+M^2)^2} \int \frac{d^4q}{[(W-q)^2+M^2-i\varepsilon](q^2+\mu^2-i\varepsilon)}, \quad (4.293)$$

где $W=p_1+q_1=p_2+q_2$, а в знаменателе первого сомножителя мы опустили $i\varepsilon$, так как $-W^2 \geqslant (M+\mu)^2$ и, следовательно, W^2+M^2 не обращается в нуль. Входящий в это выражение интеграл отвечает вкладу собственно-энергетической части диаграммы a и должен быть перенормирован. Запишем его в следующем виде:



Фиг. 44. Фейнмановская диаграмма, включающая противочлен, добавленный для устранения расходимости собственно-энергетического типа.

$$I = i \int \frac{d^4q}{[(W-q)^2+M^2-i\varepsilon](q^2+\mu^2-i\varepsilon)} =$$
$$= A + B(W^2+M^2) + s(W^2)(W^2+M^2)^2. \quad (4.294)$$

Здесь первый член, A, отвечает собственной энергии нуклона (с точностью до очевидного множителя), и его следует сократить с вкладом от диаграммы, показанной на фиг. 44. Второй член после подстановки в выражение для T_a дает

$$\frac{g^4}{(2\pi)^4} \frac{B}{W^2+M^2} = \frac{g^2}{2M} \frac{1}{-(\mu^2/2M)-\omega} \cdot \frac{g^2 B}{(2\pi)^4}. \quad (4.295)$$

Но это выражение по форме точно совпадает с борновским членом, поэтому его можно включить в борновский член, переопределив константу взаимодействия g согласно соотношению

$$g_r^2 = g^2 \left(1 - \frac{g^2 B}{(2\pi)^4} + \ldots\right). \quad (4.296)$$

Такая процедура носит название перенормировки заряда.

Выяснив, что константа g в борновском члене действительно представляет собой g_r, можно в дальнейшем не рассматривать член, содержащий B. Таким образом, обозначив перенормированное выражение для T_a символом «T_a», имеем

$$«T_a» = \frac{g^4}{(2\pi)^4} s(W^2). \quad (4.297)$$

Исследуем теперь структуру $s(W^2)$. Прежде всего будем предполагать, что $s(W^2)$ конечно при $W^2=-M^2$: ведь всегда можно выбрать A и B так, чтобы это условие выполнялось. Другими словами, $s(W^2)$ не имеет полюса в точке $W^2=-M^2$. Интеграл I

можно преобразовать следующим образом:

$$I = i\int d^4q \frac{1}{[(W-q)^2 + M^2 - i\varepsilon](q^2+\mu^2 - i\varepsilon)^2} =$$

$$= i\int d^4q \int_0^1 dx \frac{1}{[q^2 - 2xqW + xW^2 + xM^2 + (1-x)\mu^2 - i\varepsilon]^2} =$$

$$= i\int_0^1 dx \int d^4q' \frac{1}{[q'^2 + x(1-x)W^2 + xM^2 + (1-x)\mu^2 - i\varepsilon]^2},$$

где $q' = q - xW$. Продифференцируем и проинтегрируем это выражение по M^2, чтобы можно было применить формулу Фейнмана (4.216):

$$I = i\int_0^1 dx \int d^4q' \int_{M^2}^{\infty} dM'^2 \times$$

$$\times \frac{2x}{[q'^2 + x(1-x)W^2 + xM'^2 + (1-x)\mu^2 - i\varepsilon]^3} =$$

$$= -\pi^2 \int_0^1 x\,dx \int_{M^2}^{\infty} dM'^2 \frac{1}{x(1-x)W^2 + xM'^2 + (1-x)\mu^2 - i\varepsilon} =$$

$$= -\pi^2 \int_0^1 \frac{dx}{1-x} \int_{M^2}^{\infty} dM'^2 \frac{1}{W^2 + M^2 + \left(\frac{M'^2}{1-x} + \frac{\mu^2}{x} - M^2\right) - i\varepsilon}. \quad (4.298)$$

Используя затем формулу

$$\frac{1}{a+b} = \frac{1}{b} - \frac{a}{b^2} + \frac{a^2}{b^2(a+b)},$$

где

$$a = W^2 + M^2, \text{ а } b = \frac{M'^2}{1-x} - M^2 + \frac{\mu^2}{x} > 0,$$

мы можем привести подынтегральное выражение к желательному виду (4.294). В результате для величин A, B, $s(W^2)$ имеем

$$A = -\pi^2 \int_0^1 \frac{dx}{1-x} \int_{M^2}^{\infty} dM'^2 \frac{1}{\frac{M'^2}{1-x} + \frac{\mu^2}{x} - M^2}, \quad (4.299)$$

$$B = \pi^2 \int_0^1 \frac{dx}{1-x} \int_{M^2}^{\infty} dM'^2 \frac{1}{\left(\frac{M'^2}{1-x} + \frac{\mu^2}{x} - M^2\right)^2}, \quad (4.300)$$

$$s(W^2) = -\pi^2 \int_0^1 \frac{dx}{1-x} \int_{M^2}^{\infty} dM'^2 \times$$
$$\times \frac{1}{\left(\frac{M'^2}{1-x} + \frac{\mu^2}{x} - M^2\right)^2 \left[W^2 + M^2 + \left(\frac{M'^2}{1-x} + \frac{\mu^2}{x} - M^2\right) - i\varepsilon\right]}. \quad (4.301)$$

Заметим, что A и B действительны, поэтому соответствующие члены дают вклад только в действительную часть амплитуды T_a. Ради удобства записи положим теперь

$$\frac{M'^2}{1-x} + \frac{\mu^2}{x} \equiv m^2; \quad (4.302)$$

это предполагает, что $m^2 \geqslant (M+\mu)^2$. Имеем

$$s(W^2) = -\pi^2 \int_{(M+\mu)^2}^{\infty} dm^2 \frac{\rho(m^2)}{W^2 + m^2 - i\varepsilon}, \quad (4.303)$$

где

$$\rho(m^2) = \frac{1}{(m^2 - M^2)^2} \int_0^1 \frac{dx}{1-x} \int_{M^2}^{\infty} dM'^2 \times$$
$$\times \delta\left(m^2 - \frac{M'^2}{1-x} - \frac{\mu^2}{x}\right) = \frac{1}{(m^2 - M^2)^2} \times$$
$$\times \frac{\sqrt{[m^2 - (M-\mu)^2][m^2 - (M+\mu)^2]}}{m^2} \theta[m^2 - (M+\mu)^2], \quad (4.304)$$

и, следовательно, величина $\rho(m^2)$ действительна и положительна. Подставляя эти выражения в формулу (4.293), для неперенормированной амплитуды T_a получаем

$$T_a = \frac{g^4}{(2\pi)^4} \left[\frac{A}{(W^2 + M^2)^2} + \frac{B}{W^2 + M^2} - \pi^2 \int_{(M+\mu)^2}^{\infty} dm^2 \frac{\rho(m^2)}{W^2 + m^2 - i\varepsilon}\right], \quad (4.305)$$

а выражение для перенормированной амплитуды „T_a“ принимает вид

$$„T_a“ = -\left(\frac{g^2}{4\pi}\right)^2 \int_{(M+\mu)^2}^{\infty} dm^2 \frac{\rho(m^2)}{W^2 + m^2 - i\varepsilon}. \quad (4.306)$$

Заметим прежде всего, что если $-W^2 \geqslant (M+\mu)^2$, то

$$\mathrm{Im}\, „T_a“ = \mathrm{Im}\, T_a. \quad (4.307)$$

Это значит, что перенормировка затрагивает только действительную (дисперсивную) часть амплитуды, но никак не сказывается на ее мнимой (абсорбционной) части. Более того, если принять во внимание, что $-W^2=M^2+\mu^2+2M\omega$, то сразу становится ясно, что перенормированная амплитуда „T_a" удовлетворяет дисперсионному соотношению

$$\mathrm{Re}\, „T_a"(\omega)=\frac{P}{\pi}\int_{\mu}^{\infty}\frac{d\omega'}{\omega'-\omega}\mathrm{Im}\, „T_a"(\omega')=\frac{P}{\pi}\int_{\mu}^{\infty}\frac{d\omega'}{\omega'-\omega}\mathrm{Im}\, T_a(\omega'). \tag{4.308}$$

Амплитуда рассеяния четвертого порядка T, согласно формуле (4.282), удовлетворяет именно этому дисперсионному соотношению, так что при дисперсионной трактовке автоматически отбирается только перенормированная часть $\mathrm{Re}T$. Приведем амплитуду „T_a" в явном виде:

$$„T_a"=-\left(\frac{g^2}{4\pi}\right)^2\int_{(M+\mu)^2}^{\infty}dm^2\frac{\sqrt{[m^2-(M-\mu)^2][m^2-(M+\mu)^2]}}{m^2(m^2-M^2)^2[m^2-M^2-\mu^2-2M\omega-i\varepsilon]}. \tag{4.309}$$

Для полноты исследуем решение уравнения рассеяния, отвечающего этой диаграмме. При расчете амплитуды четвертого порядка потребуется знать произведение двух амплитуд второго порядка. Борновское приближение содержит необходимые члены, и, чтобы записать амплитуду T_a, нам следует воспользоваться соотношением

$$T^{(2)}=T^{(2)*}=\frac{g^2}{2M}\frac{1}{\omega+\mu^2/2M}. \tag{4.310}$$

В результате из формулы (4.282) без учета перекрестного члена находим

$$T_a=-\frac{1}{(2\pi)^3}\int_{\mu}^{\infty}d\omega'\frac{1}{\omega'-\omega-i\varepsilon}\left(\frac{g^2}{\mu^2+2M\omega'}\right)^2\int\frac{d\Delta_i^2\,d\Delta_f^2}{\sqrt{-D(\omega')}}. \tag{4.311}$$

Здесь энергетический знаменатель $(\omega'-\omega-i\varepsilon)$ соответствует диаграмме *а* фиг. 43; если взять выражение $(\omega'+\omega-2\varkappa^2/M)$, то результат будет соответствовать диаграмме *б*. Интегрирование по переменным Δ_i^2 и Δ_f^2 нетрудно выполнить, произведя замену

$$x=\frac{\Delta_i^2+\Delta_f^2-q'^2}{\sqrt{q'^2(q'^2-\varkappa^2)}},\quad y=\frac{\Delta_i^2-\Delta_f^2}{\sqrt{q'^2\varkappa^2}}. \tag{4.312}$$

Результат имеет вид

$$\int \frac{d\Delta_i^2\, d\Delta_f^2}{\sqrt{-D(\omega')}} = \frac{q'}{\sqrt{-W'^2}} \frac{1}{2} \int \frac{dx\, dy}{\sqrt{1-x^2-y^2}} =$$

$$= \frac{\pi q'}{\sqrt{-W'^2}} = \pi \frac{\sqrt{M^2(\omega'^2-\mu^2)}}{M^2+\mu^2+2M\omega'}. \tag{4.313}$$

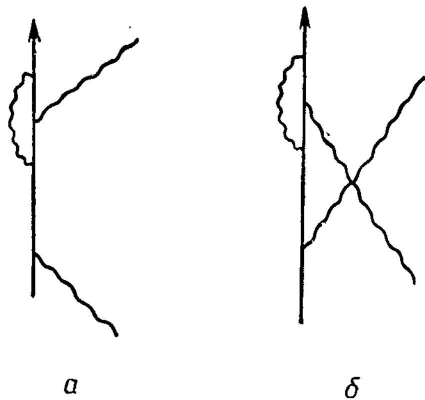
Следовательно,

$$T_a = -\frac{\pi}{(2\pi)^3} \int\limits_{\mu}^{\infty} \frac{d\omega'}{\omega'-\omega-i\varepsilon} \left(\frac{g^2}{2M\omega'+\mu^2}\right)^2 \frac{\sqrt{M^2(\omega'^2-\mu^2)}}{M^2+\mu^2+2M\omega'}. \tag{4.314}$$

Если здесь положить

$$m^2 = M^2 + \mu^2 + 2M\omega' \tag{4.315}$$

и перейти от интегрирования по ω' к интегрированию по m^2, то в результате получится выражение (4.309).



Фиг. 45. Фейнмановские диаграммы для пион-нуклонного рассеяния, содержащие поправку вершинного типа.

2. Перенормировка заряда для диаграмм вершинного типа. В качестве следующего вопроса рассмотрим перенормировку вершинной части. С этой целью мы должны обсудить вклады от фейнмановских диаграмм, показанных на фиг. 45. Рассмотрим диаграмму *а* и обозначим через T_c ее вклад в амплитуду; тогда

$$T_c = \frac{ig^4}{(2\pi)^4} \frac{1}{W^2+M^2} \times$$

$$\times \int \frac{d^4q}{(q^2+\mu^2-i\varepsilon)\,[(W-q)^2+M^2-i\varepsilon]\,[(p_2-q)^2+M^2-i\varepsilon]}. \tag{4.316}$$

Интеграл в (4.316) запишем на этот раз в виде

$$J = i\int d^4q \frac{1}{(q^2+\mu^2-i\varepsilon)[(W-q)^2+M^2-i\varepsilon][(p_2-q)^2+M^2-i\varepsilon]} = \\ = C + v(W^2)(W^2+M^2). \quad (4.317)$$

Вклад в амплитуду T_c от первого члена C определяется выражением

$$\frac{g^4}{(2\pi)^4}\frac{C}{W^2+M^2} = \frac{g^2}{2M}\frac{1}{-\mu^2/2M-\omega}\cdot\frac{g^2C}{(2\pi)^4}. \quad (4.318)$$

Это выражение также совпадает по виду с борновским членом, и так же, как в предыдущем случае, это ведет к перенормировке заряда. Собственно эту совместную перенормировку величин B и C и называют перенормировкой заряда. Точнее говоря, перенормировку величины B называют перенормировкой волновой функции, а перенормировку величины C — перенормировкой вершинной части. Вводя для перенормированной амплитуды T_c обозначение „T_c“ будем иметь

$$„T_c“ = \frac{g^4}{(2\pi)^4} v(W^2). \quad (4.319)$$

Интеграл J можно преобразовать следующим образом:

$$J = i\int \frac{d^4q}{(q^2+\mu^2-i\varepsilon)[(p_2-q)^2+M^2-i\varepsilon][(W-q)^2+M^2-i\varepsilon]} = \\ = 2i\int_0^1 dx_1 \int_0^{x_1} dx_2 \times \\ \times \int \frac{d^4q}{[q^2-2q((x_1-x_2)p_2+(1-x_1)W)+x_2\mu^2+(1-x_1)(W^2+M^2)-i\varepsilon]^3} = \\ = 2i\int_0^1 dx_1 \int_0^{x_1} dx_2 \int d^4q' \frac{1}{[q'^2+\Lambda-i\varepsilon]^3},$$

где

$$q' = q - ((x_1-x_2)p_2 + (1-x_1)W),$$
$$\Lambda = (x_2 - x_1(1-x_1))\mu^2 + (1-x_2)^2M^2 - 2x_2(1-x_1)M\omega.$$

Выполнив теперь интегрирование по q', находим:

$$J = -\pi^2\int_0^1 dx_1 \int_0^{x_1} dx_2 \frac{1}{\Lambda-i\varepsilon} = -\pi^2\int_a^\infty d\omega' \frac{\sigma(\omega')}{\omega'-\omega-i\varepsilon}, \quad (4.320)$$

где

$$\sigma(\omega') = \int_0^1 dx_1 \int_0^{x_1} dx_2 \frac{1}{2x_2(1-x_1)M} \times$$

$$\times \delta\left[\omega' - \frac{(x_2 - x_1(1-x_1))\mu^2 + (1-x_2)^2 M^2}{2x_2(1-x_1)M}\right]. \tag{4.321}$$

Аргумент δ-функции в (4.321) имеет такой же вид, как и аргумент δ-функции в выражении (4.228), откуда ясно, что $\sigma(\omega') = 0$ при $\omega' < \mu$ и, следовательно, $a = \mu$. Вспоминая теперь, что $W^2 + M^2 = -2M\omega - \mu^2$, мы можем записать интеграл J следующим образом:

$$J = -\pi^2 \left[\int_\mu^\infty \frac{d\omega'\sigma(\omega')}{\omega' + \mu^2/2M} + \right.$$

$$\left. + \left(\omega + \frac{\mu^2}{2M}\right) \int_\mu^\infty \frac{d\omega'\,\sigma(\omega')}{(\omega' + \mu^2/2M)(\omega' - \omega - i\varepsilon)}\right] = -\pi^2 \left[\int_\mu^\infty \frac{d\omega'\,\sigma(\omega')}{\omega' + \mu^2/2M} - \right.$$

$$\left. - (W^2 + M^2) \int_\mu^\infty \frac{d\omega'\sigma(\omega')}{(2M\omega' + \mu^2)(\omega' - \omega - i\varepsilon)}\right]. \tag{4.322}$$

Поэтому для величины C имеем действительное выражение

$$C = -\pi^2 \int_\mu^\infty \frac{d\omega'\sigma(\omega')}{\omega' + \mu^2/2M}. \tag{4.323}$$

Кроме того,

$$v(W^2) = \pi^2 \int_\mu^\infty d\omega' \frac{\sigma(\omega')}{2M\omega' + \mu^2} \frac{1}{\omega' - \omega - i\varepsilon}. \tag{4.324}$$

Отсюда для перенормированной амплитуды „T_c“ получаем:

$$„T_c“ = \left(\frac{g^2}{4\pi}\right)^2 \int_\mu^\infty \frac{d\omega'}{\omega' - \omega - i\varepsilon} \left(\frac{\sigma(\omega')}{2M\omega' + \mu^2}\right). \tag{4.325}$$

Таким образом, снова

$$\operatorname{Im} T_c(\omega) = \operatorname{Im} „T_c“(\omega), \tag{4.326}$$

так что перенормировка вершинной части изменяет только дисперсивную часть амплитуды:

$$\operatorname{Re} „T_c“(\omega) = \frac{P}{\pi} \int_\mu^\infty \frac{d\omega'}{\omega' - \omega} \operatorname{Im} T_c(\omega'). \tag{4.327}$$

Итак, используя дисперсионный подход, мы вновь получили перенормированное выражение. В качестве окончательного шага вычислим и на этот раз T_c с помощью интегрального уравнения (4.289). Для этого нужно подставить в правую часть (4.289) произведение одной прямой и одной перекрестной амплитуд второго порядка. В результате получим:

$$T_c = -\frac{1}{(2\pi)^3}\int_{\mu}^{\infty}\frac{d\omega'}{\omega'-\omega-i\varepsilon}\int d\Delta_i^2 d\Delta_f^2 \frac{1}{\sqrt{-D(\omega')}}\times$$

$$\times\frac{g^2}{\mu^2+4\Delta_f^2-2M\omega'}\frac{g^2}{\mu^2+2M\omega'}=$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{g^2}{4\pi}\right)^2\int_{\mu}^{\infty}\frac{d\omega'}{\omega'-\omega-i\varepsilon}\frac{1}{(\mu^2+2M\omega')\sqrt{M^2(\omega'^2-\mu^2)}}\times$$

$$\times\ln\left|\frac{2M\omega'-\mu^2}{2M\omega'-\mu^2-4q'^2}\right|. \quad (4.328)$$

Таким образом, оба метода дают тождественный результат при условии, что

$$\sigma(\omega')=\frac{1}{2M}\frac{1}{\sqrt{\omega'^2-\mu^2}}\ln\left|\frac{2M\omega'-\mu^2}{2M\omega'-\mu^2-4q'^2}\right|. \quad (4.329)$$

Справедливость этого утверждения становится очевидной, если выполнить интегрирование в (4.321).

В этом параграфе мы выяснили вопрос, почему дисперсионная теория всегда приводит к перенормированным выражениям, и, кроме того, показали эквивалентность дисперсионной теории и перенормированной теории возмущений.

§ 13. Некоторые замечания об уравнении рассеяния

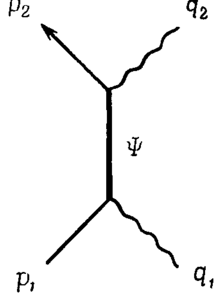
Согласно предыдущему, уравнение рассеяния может быть решено методом итераций или методами теории возмущений, причем решение получается в виде разложения по степеням константы взаимодействия и автоматически оказывается перенормированным. Однако чрезвычайно интересно получить перенормированное решение какими-либо иными методами, не связанными с теорией возмущений. Этот вопрос мы обсуждаем ниже.

1. Кинематический характер дисперсионных соотношений. Мы выводили дисперсионные соотношения, исходя из взаимодействия заданного вида, однако между формой дисперсионного соотношения и видом взаимодействия нет взаимно одно-

значного соответствия. Многие гамильтонианы различного вида приводят к одинаковым дисперсионным соотношениям. Возьмем, например, следующее взаимодействие:

$$\mathscr{H}' = g\Phi^{+}\Phi\varphi + g'(\Psi^{+}\Phi\varphi + \Phi^{+}\Psi\varphi), \tag{4.330}$$

где Ψ — оператор поля, сопоставленного скалярным частицам, масса которых $\mathfrak{M}$ больше, чем $M+\mu$, и которые, следовательно, нестабильны. В силу нестабильности такие частицы появляются только в виртуальных состояниях. В низшем порядке вклад такой частицы в амплитуду мезон-нуклонного рассеяния T дается матричным элементом, соответствующим диаграмме фиг. 46:



Фиг. 46. Фейнмановская диаграмма для пион-нуклонного рассеяния через промежуточное резонансное состояние.

$$T_R = -g'^2 \frac{1}{W^2 + \mathfrak{M}^2 - i\varepsilon}. \tag{4.331}$$

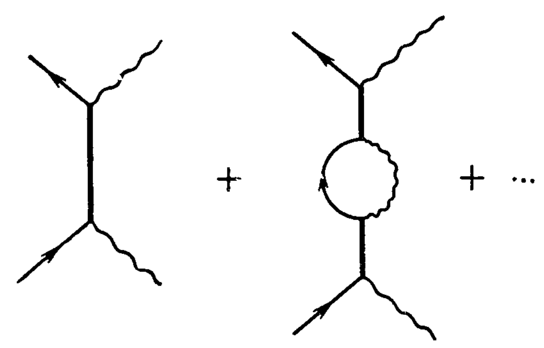
С точки зрения принципа неопределенности ясно, что массу $\mathfrak{M}$ можно определить лишь с некоторой ограниченной точностью. Чтобы разобраться в этом вопросе более подробно, перейдем к диаграммам более выского порядка, оценив вклад от суммы диаграмм, показанных на фиг. 47. Эта сумма представляет приближение Вайскопфа — Вигнера. Мы не будем вычислять амплитуду T_R в явном виде и просто ограничимся указанием, что T_R как функция ω удовлетворяет дисперсионному соотношению и что это нетрудно показать:

$$\mathrm{Re}\, T_R(\omega) = \frac{P}{\pi} \int_{\mu}^{\infty} \frac{d\omega'}{\omega' - \omega} \mathrm{Im}\, T_R(\omega'), \tag{4.332}$$

коль скоро оператор Ψ есть оператор поля, соответствующего нестабильной частице. Поэтому дисперсионное соотношение для полной амплитуды T будет совершенно одинаковым с соотношением, приведенным выше. Этот пример показывает, что множество различных гамильтонианов приводит к одинаковым дисперсионным соотношениям.

2. Неоднозначность решений уравнения рассеяния. Тот факт, что между дисперсионными соотношениями и гамильтонианами взаимодействия отсутствует взаимно однозначное соответствие, должен отразиться на решении уравнения рассеяния. Уравнение рассеяния в том виде, как мы его получили, слишком сложно, так как неизвестная амплитуда $T(\omega, \varkappa^2)$ является функцией

двух переменных. Чтобы упростить его, примем очень грубое приближение, предположив, что T—быстро убывающая функция ω и поэтому в интеграле существенны только малые значения



Фиг. 47. Класс диаграмм Фейнмана, соответствующий приближению Вайскопфа — Вигнера.

ω'. Из этого предположения также вытекает существенность лишь малых значений $\varkappa^2$, поскольку $q'^2 \gg \varkappa^2$. Поэтому мы положим

$$T(\omega, \varkappa^2) \simeq T(\omega, 0) \equiv T(\omega), \tag{4.333}$$

так что приближенное уравнение рассеяния примет вид

$$\begin{aligned} T(\omega) = \frac{g^2}{2M}\left[\frac{1}{\mu^2/2M+\omega} + \frac{1}{\mu^2/2M-\omega}\right] - \\ - \frac{1}{(2\pi)^3}\int\limits_{\mu}^{\infty} d\omega' \left(\frac{1}{\omega'-\omega-i\varepsilon} + \frac{1}{\omega'+\omega}\right)|T(\omega')|^2 \times \\ \times \int d\Delta_i^2\, d\Delta_f^2 \frac{1}{\sqrt{-D(\omega')}} \quad (\omega > 0). \end{aligned} \tag{4.334}$$

Последний множитель вычисляется в явном виде:

$$\int d\Delta_i^2\, d\Delta_f^2 \frac{1}{\sqrt{-D(\omega')}} = \frac{\pi q'}{W_0'}, \tag{4.335}$$

где

$$q' = \frac{M\sqrt{\omega'^2-\mu^2}}{W_0'}, \quad W_0' = \sqrt{M^2+\mu^2+2M\omega'}. \tag{4.336}$$

Решение этого уравнения было тщательно исследовано Кастильехо, Далицем и Дайсоном [32]. Введем обозначения:

$$\begin{aligned} h(\omega) &= -\omega T(\omega), \\ \omega_0 &= -\mu^2/2M; \end{aligned} \tag{4.337}$$

тогда для $h(\omega)$ получится уравнение

$$h(\omega)=\frac{g^2}{2M}\omega\left(\frac{1}{\omega_0-\omega}+\frac{1}{\omega_0+\omega}\right)+\frac{\omega}{\pi}\int\limits_{\mu}^{\infty}d\omega'\sigma(\omega')\times$$

$$\times\left[\frac{1}{\omega'-\omega-i\varepsilon}+\frac{1}{\omega'+\omega}\right]|h(\omega')|^2\quad(\omega>0),\qquad(4.338)$$

где

$$\sigma(\omega)=\frac{1}{8\pi}\left(\frac{q}{\omega^2W_0}\right)\geqslant 0.\qquad(4.339)$$

В случае $\omega_0>0$ применим метод Кастильехо — Далица — Дайсона; при $\omega_0<0$, однако, его нельзя использовать. В целях дальнейшего упрощения положим, что

$$g^2=0.\qquad(4.340)$$

Ясно, что при этом решение, найденное по теории возмущений, будет тривиальным:

$$h(\omega)=0.\qquad(4.341)$$

Найдем нетривиальные решения упрощенного уравнения

$$h(\omega)=\frac{\omega}{\pi}\int\limits_{\mu}^{\infty}d\omega'\sigma(\omega')\left[\frac{1}{\omega'-\omega}+\frac{1}{\omega'+\omega}\right]|h(\omega')|^2.\qquad(4.342)$$

Уравнение (4.342) определяет функцию $h(\omega)$ комплексной переменной ω. Когда ω приближается к действительной оси со стороны верхней полуплоскости, $h(\omega)$ стремится к физической амплитуде $h(\omega)$. Функция $h(\omega)$ обладает следующими свойствами:

1. $h(\omega^*)=(h(\omega))^*$, $h(-\omega)=-h(\omega)$.
2. $h(0)=0$.
3. Если ω лежит в первом квадранте и $\omega\to 0$, то

$$\operatorname{Im} h(\omega)=\omega\sigma(\omega)|h(\omega)|^2.$$

4. Для комплексных значений ω

$$\frac{\operatorname{Im} h(\omega)}{\operatorname{Im}\omega}=\frac{1}{\pi}\int\limits_{\mu}^{\infty}d\omega'\sigma(\omega')\,\omega'\left[\frac{1}{|\omega'-\omega|^2}+\frac{1}{|\omega'+\omega|^2}\right]|h(\omega')|^2>0.$$

Функция $h(\omega)$ аналитична в комплексной ω-плоскости с разрезами вдоль действительной оси от μ до ∞ и от $-\infty$ до $-\mu$. Если определить новую функцию $H(\omega)$ соотношением

$$H(\omega)=-\frac{1}{h(\omega)},\qquad(4.343)$$

то она будет иметь следующие свойства:

1. $H(\omega^*) = (H(\omega))^*$, $H(-\omega) = -H(\omega)$.
2. $H(0) = \infty$ (полюс).
3. $\operatorname{Im} H(\omega) = \frac{\operatorname{Im} h(\omega)}{|h(\omega)|^2} = \omega\sigma(\omega)$.
4. $\frac{\operatorname{Im} H(\omega)}{\operatorname{Im}\omega} > 0$ для комплексных ω.

Функция H может иметь полюсы на действительной оси, однако она остается аналитической при всех $\operatorname{Im}\omega \neq 0$. В наиболее общем виде функцию, обладающую вышеперечисленными свойствами, можно записать следующим образом:

$$H(\omega) = A\omega - \frac{C}{\omega} + \frac{1}{\pi}\int_\mu^\infty d\omega' \operatorname{Im} H(\omega')\left[\frac{1}{\omega'-\omega} - \frac{1}{\omega'+\omega}\right] + \sum_n H_n\left(\frac{1}{\omega_n-\omega} - \frac{1}{\omega_n+\omega}\right) = A\omega - \frac{C}{\omega} + \frac{2\omega}{\pi}\int_\mu^\infty d\omega'\omega'\sigma(\omega')\frac{1}{\omega'^2-\omega^2} + \sum_n 2\omega H_n \frac{1}{\omega_n^2-\omega^2}. \qquad (3.344)$$

Если в этом выражении $A>0$, $C>0$, $H_n>0$, то все перечисленные условия удовлетворяются. Мы предположим, что $h(\omega) \sim O(1/\omega)$ и, следовательно, $H(\omega) \sim O(\omega)$ для больших значений ω. Функция (4.344) удовлетворяет этому предположению. Для больших значений ω величина $\sigma(\omega) \sim O(1/\omega^2)$, поэтому интеграл в правой части (4.344) сходится.

Следующее условие заключается в том, что $H(\omega)$ не должна иметь нулей при действительных значениях ω, т. е. при ω, лежащих в интервале между $-\mu$ и μ. Если $\omega_n>\mu$ и C достаточно велико, то это условие удовлетворяется, так как C можно выбрать, например, таким образом, чтобы

$$\frac{C}{\omega^2} \geqslant \frac{C}{\mu^2} \geqslant A + \frac{2}{\pi}\int_\mu^\infty d\omega' \frac{\omega'\sigma(\omega')}{\omega'^2-\mu^2} + \sum_n \frac{2H_n}{\omega_n^2-\mu^2} \geqslant$$
$$\geqslant A + \frac{2}{\pi}\int_\mu^\infty d\omega' \frac{\omega'\sigma(\omega')}{\omega'^2-\omega^2} + \sum_n \frac{2H_n}{\omega_n^2-\omega^2} \quad (-\mu \leqslant \omega \leqslant \mu).$$

Итак, мы получили неисчезающие решения уравнения рассеяния без борновского члена для случая, когда теория возмущений дает лишь тривиальный результат $h(\omega)=0$. Более того,

детальный анализ членов, содержащих H_n, свидетельствует о том, что эти произвольные члены соответствуют наличию резонансов — в полном согласии с изложенными выше аргументами.

Задача 4. 2. Для взаимодействия

$$\mathscr{H} = \frac{\lambda}{2}\,\Phi^+\Phi\varphi^2$$

уравнение рассеяния в пренебрежении $\varkappa^2$ имеет вид

$$h(\omega) = \lambda\omega + \frac{\omega}{\pi}\int\limits_{\mu}^{\infty} d\omega'\sigma(\omega')\left[\frac{1}{\omega' - \omega - i\varepsilon} + \frac{1}{\omega' + \omega}\right]|h(\omega')|^2 \quad (\omega > 0).$$

Решить это уравнение при $\lambda > 0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bethe H. A., de Hoffman F., Mesons and Fields, Vol. II, New York, 1955. (Имеется перевод: Г. Бете, Ф. Гофман, Мезоны и поля, т. 2, ИЛ, 1957.)
2. Fujimoto Y., Miyazawa H., Progr. Theoret. Phys. (Kyoto), **5**, 1092 (1950). (Имеется перевод в сборнике «Проблемы современной физики» № 3, ИЛ, 1952, стр. 91.)
3. Brueckner K. A., Case K. M., Phys. Rev., **83**, 1141 (1951).
4. Hamilton J., Woolcock W. S., Phys. Rev., **118**, 291 (1960).
5. Gell-Mann M., Watson K. M., Ann. Rev. Nucl. Sci.. **4**, 219 (1954).
6. Lippmann B. A., Schwinger J., Phys. Rev., **79**, 469 (1950).
7. Dyson F. J., Phys. Rev., **75**, 486 (1949) (Имеется перевод в сборнике «Сдвиг уровней атомных электронов», ИЛ, 1950.)
8. Dyson F. J., Phys. Rev., **75**, 1736 (1949). (Имеется перевод в сборнике «Сдвиг уровней атомных электронов», ИЛ, 1950.)
9. Heisenberg W., Zs. f. Phys., **120**, 513 (1943).
10. Heisenberg W., Zs. f. Phys. **120**, 673 (1943).
11. Heisenberg W., Zs. Naturforsch., **1**, 608 (1948).
12. Møller C., Kgl. Danske videnskab. selskab, mat.-fys. Medd., **23**, No. 1 (1945).
13. Møller C., Kgl. Danske videnskab. selskab, mat.-fys. Medd., **24**, No. 19 (1946).
14. Blatt J. M., Jackson J. D., Phys. Rev., **26**, 18 (1949).
15. Wick G. C., Phys. Rev., **80**, 268 (1950). (Имеется перевод в сборнике «Новейшее развитие квантовой электродинамики», ИЛ, 1954.)
16. Feynman R. P., Phys. Rev., **76**, 749 (1949). (Имеется перевод в сборнике «Новейшее развитие квантовой электродинамики», ИЛ, 1954, стр. 138.)

17. Feynman R. P., Phys Rev., **76**, 769 (1949). (Имеется перевод в сборнике «Новейшее развитие квантовой электродинамики, ИЛ, 1954, стр. 161.)
18. Fazzini et al., Phys. Rev. Letters, **1**, 247 (1958).
19. Ashkin et al., Nuovo Cimento, **8**, 1240 (1959).
20. Erwin A. R., March R., Walker W. D., West E., Phys. Rev. Letters, **6**, 628 (1961).
21. Pickup E., Robinson D. K., Salant E. O., Phys. Rev. Letters, **7**, 192 (1961).
22. Chew G. F., Goldberger M. L., Low F. E., Nambu Y., Phys. Rev., **106**, 1345 (1957).
23. Feldman G., Matthews P. T., Phys. Rev., **101**, 1212 (1956).
24. Feldman G., Matthews P. T., Phys. Rev., **102**, 1421 (1956).
25. Chew G. F., Goldberger M. L., Low F. E., Nambu Y., Phys. Rev., **106**, 1337 (1957).
26. Goldberger M. L., Miyazawa H., Oehme R., Phys. Rev., **96**, 986 (1955).
27. Anderson H. L., Davidon W. C., Kruse U. E., Phys. Rev., **100**, 339 (1955).
28. Orear J., Phys. Rev., **96**, 176 (1954). (Имеется перевод в сборнике «Проблемы современной физики» № 3, ИЛ, 1956, стр. 79.)
29. de Hoffman, Metropolis, Alei, Bethe, Phys. Rev., **95**, 1986 (1954).
30. Chew G. F., Low F. E., Phys. Rev., **101**, 1570 (1956).
31. Chew G. F., Low F. E., Phys. Rev., **101**, 1579 (1956).
32. Castillejo L., Dalitz R. H., Dyson F. J., Phys. Rev., **101**, 453 (1956).
33*. Швебер С., Введение в релятивистскую квантовую теорию поля, ИЛ, 1963, гл. 11, § 3.

Глава **5**

ДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПИОНОВ

Теория π-мезонного поля, изложенная в предшествующих главах, обеспечивает адекватную основу описания динамических свойств π-мезонов. В этой главе мы рассмотрим те свойства взаимодействий пионов с нуклонами, которые вытекают из дисперсионной теории, и проведем подробное сравнение выводов теории, касающихся нуклонных формфакторов, с данными эксперимента. Из этого сопоставления вытекает ряд предсказаний относительно резонансов в многопионных системах (эти резонансы действительно были установлены непосредственными наблюдениями). Излагаемый материал весьма важен для понимания физики пионов при низких энергиях, как станет ясно из дальнейшего.

Исторически теория Юкавы была создана с целью объяснить механизм ядерных сил, однако мы ограничимся лишь описанием свойств однонуклонных систем, поскольку проблема двух нуклонов, весьма важная сама по себе, слишком сложна для того, чтобы ее рассматривать в этой книге. По этой же причине мы не будем рассматривать и свойства элементарных частиц при высоких энергиях, хотя в ближайшем будущем эта проблема, по-видимому, послужит предметом многообещающих исследований. Читателям, которых интересуют такие вопросы, как теорема Померанчука или полюсы Редже, мы можем лишь рекомендовать обратиться к оригинальным работам.

§ 1. Рассеяние пионов на нуклонах при низких энергиях

Существует целый ряд теорий пион-нуклонного рассеяния, опирающихся на различные приближенные методы, например теория возмущений, теория сильной связи, метод Тамма — Данкова[1]). В настоящей книге эта проблема рассматривается с точки зрения дисперсионных соотношений.

Одной из наиболее существенных особенностей рассеяния пионов на нуклонах является наличие резонанса в состоянии

---

[1]) Описание различных приближенных методов можно найти в курсе Бете и Гофмана [1].

$I = J = {}^3/_2$. В предположении, что вклад, обусловленный резонансом, не только преобладает, но и всецело определяет значение дисперсионного интеграла, множество величин, характеризующих пион-нуклонное рассеяние, удается выразить через небольшое число основных параметров. Программа такого рода была выполнена Чу, Голдбергером, Лоу и Намбу [2] [1]); в этом параграфе мы конспективно изложим их результаты. Будут использоваться обозначения, принятые в гл. 4; в этих обозначениях рассеяние пионов на нуклонах характеризуется четырьмя амплитудами: $A^{(\pm)}$ и $B^{(\pm)}$. Часто оказывается полезным выразить эти амплитуды через амплитуды рассеяния в состояниях с заданным значением полного изотопического спина:

$$\begin{aligned} A^{(+)} &= \frac{1}{3}(A_{1/2} + 2A_{3/2}), \\ A^{(-)} &= \frac{1}{3}(A_{1/2} - A_{3/2}) \end{aligned} \tag{5.1}$$

и т. д.

При обсуждении кинематики рассеяния удобно ввести переменные, относящиеся к системе центра инерции:

$$\begin{aligned} &W \text{ — полная энергия}, \\ &E \text{ — полная энергия нуклона}, \\ &x = \cos\theta. \end{aligned} \tag{5.2}$$

Чтобы связать амплитуды A и B с феноменологической амплитудой рассеяния $f(\theta)$, необходимо выразить четырехкомпонентный дираковский спинор через двухкомпонентные спиноры. Не приводя соответствующих выкладок, хотя это и нетрудно сделать, укажем окончательные результаты:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4\pi} A^{(\pm)} &= \frac{W+M}{E+M} f_1^{(\pm)} - \frac{W-M}{E-M} f_2^{(\pm)}, \\ \frac{1}{4\pi} B^{(\pm)} &= \frac{1}{E+M} f_1^{(\pm)} + \frac{1}{E-M} f_2^{(\pm)}, \end{aligned} \tag{5.3}$$

где величины f_1 и f_2 связаны с зависящей от спиновых переменных амплитудой рассеяния f соотношением

$$f = f_1 + \sigma_f \cdot \sigma_i f_2, \tag{5.4}$$

причем σ_i и σ_f есть проекции спина нуклона на импульс пиона в начальном и конечном состояниях соответственно.

---

[1]) В настоящей главе мы будем ссылаться на эту работу как «ЧГЛН».

Разложение амплитуд f_1 и f_2 по парциальным волнам имеет вид

$$f_1=\sum_{l=0}^{\infty} f_{l_+} P'_{l+1}(x)-\sum_{l=2}^{\infty} f_{l_-} P'_{l-1}(x), \tag{5.5}$$

$$f_2=\sum_{l=1}^{\infty} (f_{l_-}-f_{l_+}) P'_l(x), \tag{5.6}$$

где

$$f_{l_\pm}=e^{i\delta_l^\pm}\frac{\sin\delta_l^\pm}{q} \tag{5.7}$$

представляет парциальную амплитуду рассеяния в состоянии с $J=l\pm{}^1/_2$ и четностью $(-1)^{l+1}$. В § 9 гл. 4 были приведены дисперсионные соотношения для амплитуд A и B. Их удобно переписать через новую переменную ω, которая представляет собой энергию пиона в лабораторной системе и определяется соотношением

$$\omega=\nu+\frac{\varkappa^2}{M}. \tag{5.8}$$

Напомним, что мы уже поступали подобным образом при рассмотрении скалярной модели. В результате дисперсионные соотношения для амплитуд A и B принимают вид

$$\operatorname{Re} A^{(\pm)}(\omega, \varkappa^2)=\frac{P}{\pi}\int_{\mu}^{\infty} d\omega' \operatorname{Im} A^{(\pm)}(\omega', \varkappa^2)\times \\ \times\left(\frac{1}{\omega'-\omega}\pm\frac{1}{\omega'+\omega-(2\varkappa^2/M)}\right) \tag{5.9}$$

и

$$\operatorname{Re} B^{(\pm)}(\omega, \varkappa^2)=\frac{G^2}{2M}\left(\frac{1}{-(\mu^2/2M)-\omega}\mp\frac{1}{-(\mu^2/2M)+\omega-(2\varkappa^2/M)}\right)+ \\ +\frac{P}{\pi}\int_{\mu}^{\infty} d\omega' \operatorname{Im} B^{(\pm)}(\omega', \varkappa^2)\left(\frac{1}{\omega'-\omega}\mp\frac{1}{\omega'+\omega-(2\varkappa^2/M)}\right). \tag{5.10}$$

Эти дисперсионные соотношения написаны для функций, зависящих от ω и $\varkappa^2$, поэтому $\cos\theta$ удобно выразить через $\varkappa^2$ и q^2:

$$\cos\theta=1-\frac{2\varkappa^2}{q^2}. \tag{5.11}$$

Перепишем теперь разложения f_1 и f_2 по парциальным волнам следующим образом:

$$f_1 = f_S - f_{D_{3/2}} + 3f_{P_{3/2}}\left(1 - \frac{2\varkappa^2}{q^2}\right) + \\ + \frac{1}{2} f_{D_{5/2}}\left[15\left(1 - \frac{2\varkappa^2}{q^2}\right)^2 - 3\right] + \ldots, \quad (5.12)$$

$$f_2 = f_{P_{1/2}} - f_{P_{3/2}} + 3\left(1 - \frac{2\varkappa^2}{q^2}\right)\left(f_{D_{3/2}} - f_{D_{5/2}}\right) + \ldots .$$

Из последних равенств получаем

$$\begin{aligned} f_S &= f_1(0) + \frac{1}{2} q^2 f_1'(0) + \sim D\text{-волны}, \\ -\frac{6}{q^2} f_{P_{3/2}} &= f_1'(0) + \frac{1}{2} q^2 f_1''(0) + \sim F\text{-волны}, \\ f_{P_{1/2}} - f_{P_{3/2}} &= f_2(0) + \frac{1}{2} q^2 f_2'(0) + \sim F\text{-волны}, \\ \frac{60}{q^4} f_{D_{5/2}} &= f_1''(0) + \sim F\text{-волны}, \\ -\frac{6}{q^2}\left(f_{D_{3/2}} - f_{D_{5/2}}\right) &= f_2'(0) + \sim F\text{-волны}, \end{aligned} \quad (5.13)$$

где $f(0)$ означает, что $\varkappa^2 = 0$, а знаками «штрих» отмечено дифференцирование по $\varkappa^2$. Если в абсорбционных частях амплитуд оставить только состояния с $I = J = {}^3/_2$, то в результате получаются следующие приближенные формулы:

$$\frac{1}{4\pi} \operatorname{Im} A^{(\pm)}(\omega, \varkappa^2) = \left[\frac{3(W+M)(1-2\varkappa^2/q^2)}{E+M} + \frac{W-M}{E-M}\right] \operatorname{Im} f_3^{(\pm)}, \quad (5.14)$$

$$\frac{1}{4\pi} \operatorname{Im} B^{(\pm)}(\omega, \varkappa^2) = \left[\frac{3(1-2\varkappa^2/q^2)}{E+M} - \frac{1}{E-M}\right] \operatorname{Im} f_3^{(\pm)}, \quad (5.15)$$

где

$$f_3^{(+)} = \frac{2}{3} f_{33}, \quad f_3^{(-)} = -\frac{1}{3} f_{33}, \quad (5.16)$$

а f_{33} — амплитуда рассеяния в состоянии, которое соответствует (3, 3)-резонансу. Подставляя эти соотношения в дисперсионные интегралы, мы найдем уравнения для определения парциальных амплитуд. Разложение по парциальным волнам (5.12) не правомерно для значений $\varkappa^2$, больших по сравнению с q^2. Более удовлетворительный вывод дисперсионных соотношений для парциальных амплитуд можно осуществить, опираясь на представление Мандельстама.

1. Амплитуды для S-волны. Оставляя в выражении (5.13) и в дисперсионных соотношениях для амплитуд A и B члены нескольких первых порядков по μ/M, найдем дисперсионные соотношения для амплитуд рассеяния в S-состоянии:

$$\operatorname{Re} f_S^{(\pm)} \approx \frac{M}{W}\left\{-\frac{g^2}{2M}\left[\left(1-\frac{w}{2M}\right) \pm \left(1+\frac{w}{2M}\right)\right] + \right.$$
$$+\frac{2M}{\pi}\int_{\mu}^{\infty}\frac{dw'}{q'^2}\left[\left(1+\frac{2w'}{M}+\frac{w}{M}\right) \pm \right.$$
$$\left.\left.\pm\left(1+\frac{2w'}{M}-\frac{w}{M}\right)\right]\operatorname{Im} f_3^{(\pm)}(w')\right\}, \qquad (5.17)$$

где $w = W - M$ и связано с ω соотношением

$$\omega = w + \frac{w^2-\mu^2}{2M}, \qquad (5.18)$$

а g^2 определено равенством

$$g^2 = \frac{G^2}{4\pi}. \qquad (5.19)$$

Чу, Голдбергер, Лоу и Намбу использовали обозначение ω для нашей величины w, однако во избежание путаницы мы будем придерживаться обозначений, принятых ранее. Если сохранить вклады S-волны в абсорбционные части амплитуд, то мы получим уравнения Эме [3]

$$\operatorname{Re} f_S^{(\pm)} \approx -\left[\left(\lambda^{(+)}-\frac{w}{2M}\lambda^{(-)}\right) \pm \left(\lambda^{(+)}+\frac{w}{2M}\lambda^{(-)}\right)\right] +$$
$$+\frac{P}{\pi}\int dw' \operatorname{Im} f_S^{(\pm)}(w')\left[\frac{1}{w'-w} \pm \frac{1}{w'+w}\right], \qquad (5.20)$$

где

$$\lambda^{(+)} = \frac{g^2}{2M} - \frac{2M}{\pi}\int\frac{dw'}{q'^2}\left(1+\frac{2w'}{M}\right)\operatorname{Im} f_3^{(+)}(w'), \qquad (5.21)$$

$$\lambda^{(-)} = \frac{g^2}{2M} + \frac{4M}{\pi}\int\frac{dw'}{q'^2}\operatorname{Im} f_3^{(-)}(w'). \qquad (5.22)$$

Если же в уравнениях (5.20) пренебречь S-волновыми вкладами вблизи порога рассеяния, то получатся уравнения

$$f_S^{(\pm)}(q=0) \simeq -\left[\left(\lambda^{(+)}-\frac{\mu}{2M}\lambda^{(-)}\right) \pm \left(\lambda^{(+)}+\frac{\mu}{2M}\lambda^{(-)}\right)\right]. \qquad (5.23)$$

Согласно данным Орира [4],

$$f_{S,\,I=3/2}(q=0) = -0{,}11, \quad f_{S,\,I=1/2}(q=0) = 0{,}16 \qquad (5.24)$$

(здесь и далее используются единицы, в которых $\mu=1$). С помощью соотношений (5.1) далее находим:

$$f_S^{(+)}(q=0)=-0{,}02, \quad f_S^{(-)}(q=0)=0{,}09 \tag{5.25}$$

и, следовательно,

$$\lambda^{(+)}=0{,}01, \quad \lambda^{(-)}=0{,}6. \tag{5.26}$$

Параметры $\lambda^{(\pm)}$ можно вычислить также с помощью резонансных интегралов (5.21) и (5.22), а результат — сравнить с (5.26). Такое сравнение обнаруживает, что значения параметров, полученные одним и другим способом, не противоречат друг другу, однако этому согласию не следует придавать решающего значения, так как обусловленные высокими энергиями вклады в дисперсионные интегралы наверняка не столь малы, как это предполагалось выше.

2. Амплитуды *P*-волн. Оставив в разложении по степеням μ/M первые несколько членов, мы найдем дисперсионные соотношения для амплитуд рассеяния в P-состоянии:

$$\begin{aligned}\operatorname{Re}\left(f_{P_{1/2}}^{(\pm)}-f_{P_{3/2}}^{(\pm)}\right)=&-\frac{q^2}{w}\left(\frac{f^2}{4\pi}\right)\left[\left(1-\frac{w}{2M}\right)\pm\left(1+\frac{w}{2M}\right)\right]\times\\ &\times\left(1-\frac{w}{2M}\right)+q^2\frac{P}{\pi}\int_\mu^\infty\frac{dw'}{q'^2}\left(-\operatorname{Im}f_3^{(\pm)}(w')\right)\times\\ &\times\left(\frac{1}{w'-w}+\frac{1}{M}\mp\frac{1}{w'+w}\right),\end{aligned} \tag{5.27}$$

$$\begin{aligned}-6\operatorname{Re}\frac{f_{P_{3/2}}^{(\pm)}}{q^2}=\mp\frac{4}{w}\left(\frac{f^2}{4\pi}\right)+\frac{P}{\pi}\int_\mu^\infty\frac{dw'}{q'^2}\operatorname{Im}f_{P_{3/2}}^{(\pm)}(w')\times\\ \times\left(-\frac{6}{w'-w}-\frac{6}{M}\mp\frac{2}{w'+w}\right),\end{aligned} \tag{5.28}$$

где $f=(\mu/2M)G$. Уравнения для амплитуд рассеяния в D-состоянии имеют вид

$$\operatorname{Re}f_{D_{5/2}}^{(\pm)}\simeq-\frac{q^4}{15M}\left[\frac{4}{w^2}\left(\frac{f^2}{4\pi}\right)+\frac{2}{\pi}\int_\mu^\infty\frac{dw'}{q'^2}\frac{\operatorname{Im}f_3^{(\pm)}(w')}{(w'+w)^2}\right], \tag{5.29}$$

$$\operatorname{Re}\left(f_{D_{3/2}}^{(\pm)}-f_{D_{5/2}}^{(\pm)}\right)\simeq\pm\frac{1}{3}\frac{q^4}{M}\left[\frac{1}{w^2}\left(\frac{f^2}{4\pi}\right)-\frac{1}{\pi}\int_\mu^\infty\frac{dw'}{q'^2}\frac{\operatorname{Im}f_3^{(\pm)}(w')}{(w'+w)^2}\right]. \tag{5.30}$$

Переписывая уравнения для амплитуд рассеяния в P-состоянии через амплитуды, соответствующие собственным состояниям

полного изоспина, получаем

$$\operatorname{Re} f_{11} = -\frac{8}{3}\left(\frac{f^2}{4\pi}\right)\frac{q^2}{w} + \frac{3q^2}{M}\left(\frac{f^2}{4\pi}\right) + \frac{16}{9}\frac{q^2}{\pi}\int \frac{dw'}{q'^2}\frac{\operatorname{Im} f_{33}(w')}{w'+w}, \quad (5.31)$$

$$\operatorname{Re} f_{13} = \operatorname{Re} f_{31} = \frac{1}{4}\operatorname{Re} f_{11} - \frac{3q^2}{4M}\left(\frac{f^2}{4\pi}\right), \quad (5.32)$$

$$\operatorname{Re} f_{33} = \frac{4q^2}{3w}\left(\frac{f^2}{4\pi}\right) + \frac{q^2}{\pi}P\int \frac{dw'}{q'^2}\operatorname{Im} f_{33}(w') \times$$
$$\times\left[\frac{1}{w'-w} + \frac{1}{M} + \frac{1}{9}\left(\frac{1}{w'+w}\right)\right]. \quad (5.33)$$

Последние уравнения очень сходны с уравнениями, фигурирующими в статистической модели Чу — Лоу [5]. Для не слишком больших w решение уравнений статистической модели дается выражением

$$f_\alpha = \frac{\lambda_\alpha q^2/w}{1 - r_\alpha w - i\lambda_\alpha q^3/w}. \quad (5.34)$$

Подставляя это решение в приближенный вариант уравнения (5.33), именно в уравнение

$$\operatorname{Re} f_{33} \simeq \frac{4}{3}\left(\frac{q^2}{w}\right)\left(\frac{f^2}{4\pi}\right) + \frac{q^2}{\pi}P\int \frac{dw'}{q'^2}\operatorname{Im} f_{33}(w')\frac{1}{w'-w}, \quad (5.35)$$

получаем следующую формулу, справедливую при малых значениях величины w и для небольшой ширины резонанса:

$$f_{33} \simeq \frac{\lambda q^2/w}{1 - w/w_R}, \quad (5.36)$$

где

$$\lambda = \frac{4}{3}\left(\frac{f^2}{4\pi}\right), \quad w_R = \frac{1}{r_{33}}. \quad (5.37)$$

Подставив, далее, резонансное выражение для f_{33} в уравнения (5.31) и (5.32), мы получим

$$f_{11} \simeq -\frac{8}{3}\left(\frac{f^2}{4\pi}\right)\frac{q^2/w}{1 + w/w_R}, \quad (5.38)$$

$$f_{13} \simeq f_{31} \simeq \frac{1}{4} f_{11}. \quad (5.39)$$

Выводы:

1. Амплитуды рассеяния в S-состоянии приближенно определяются двумя длинами рассеяния $\lambda^{(\pm)}$, взятыми при нулевой энергии.

2. Фазы рассеяния в P-состоянии приближенно подчиняются тем же соотношениям, которым они должны удовлетворять со-

гласно так называемому приближению эффективного радиуса взаимодействия:

$$\frac{\lambda_\alpha q^3}{w}\operatorname{ctg}\delta_\alpha \simeq 1 - wr_\alpha,$$

где

$$\lambda_{11} = -\frac{8}{3}\left(\frac{f^2}{4\pi}\right),\quad \lambda_{33} = \frac{4}{3}\left(\frac{f^2}{4\pi}\right),\quad \lambda_{13} = \lambda_{31} = -\frac{2}{3}\left(\frac{f^2}{4\pi}\right),$$

$$r_{33} = 1/\omega_R,\quad r_{11} \simeq r_{13} \simeq r_{31} \simeq -r_{33}.$$

С точностью до μ/M имеем $f_{13}=f_{31}$, так же как и в статической теории.

§ 2. Фоторождение пионов

Процесс фоторождения пионов

$$\gamma + N \rightarrow N + \pi \tag{5.40}$$

очень тесно связан с пион-нуклонным рассеянием. Мы обсудим этот процесс, следуя Чу, Голдбергеру, Лоу и Намбу [6].

1. Кинематика процесса. Обозначим 4-импульсы первоначального фотона и образующегося пиона соответственно через k и q, а 4-импульсы нуклона в начальном и конечном состояниях — через p_1 и p_2. Согласно закону сохранения энергии-импульса,

$$p_1 + k = p_2 + q. \tag{5.41}$$

Условия на поверхности масс выглядят следующим образом:

$$p_1^2 = p_2^2 = -M^2,\quad q^2 = -\mu^2,\quad k^2 = 0, \tag{5.42}$$

поэтому из четырех 4-импульсов p_1, p_2, q и k можно образовать только два независимых скалярных произведения. Мы выберем следующие:

$$\nu = -\frac{P\cdot k}{M} = -\frac{P\cdot q}{M} \tag{5.43}$$

и

$$\nu_1 = -\frac{q\cdot k}{2M}, \tag{5.44}$$

где

$$P = \frac{1}{2}(p_1 + p_2).$$

Для рассеяния пионов на нуклонах наиболее общее выражение амплитуды T имело вид

$$T = -A + i\gamma Q\cdot B; \tag{5.45}$$

аналогичным образом и в настоящем случае имеем разложение

$$H = M_A\cdot A + M_B\cdot B + M_C\cdot C + M_D\cdot D. \tag{5.46}$$

Четыре входящих в это выражение инварианта выбраны из соображений лоренц-инвариантности и инвариантности относительно калибровочного преобразования. Они определяются соотношениями

$$\begin{aligned} M_A &= i\gamma_5 (\gamma\varepsilon)(\gamma k), \\ M_B &= 2i\gamma_5 [(P\varepsilon)(qk) - (Pk)(q\varepsilon)], \\ M_C &= \gamma_5 [(\gamma\varepsilon)(qk) - (\gamma k)(q\varepsilon)], \\ M_D &= 2\gamma_5 [(\gamma\varepsilon)(Pk) - (\gamma k)(P\varepsilon) - iM(\gamma\varepsilon)(\gamma k)]. \end{aligned} \tag{5.47}$$

Здесь через ε обозначен вектор поляризации падающего фотона. Относительно вывода указанных инвариантов мы сошлемся на аргументы, высказанные в § 12 гл. 2.

Чтобы учесть в амплитудах A, B, C и D факт зарядовой независимости, примем следующее разложение амплитуд:

$$A = A^{(+)}\mathcal{J}_\beta^{(+)} + A^{(-)}\mathcal{J}_\beta^{(-)} + A^{(0)}\mathcal{J}_\beta^{(0)} \tag{5.48}$$

и аналогичные выражения для амплитуд B, C и D. Здесь β — изоспиновый индекс образующегося пиона, а величины $\mathcal{J}_\beta$ определены соотношениями

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_\beta^{(+)} &= \frac{1}{2}(\tau_\beta\tau_3 + \tau_3\tau_\beta) = \delta_{\beta 3}, \\ \mathcal{J}_\beta^{(-)} &= \frac{1}{2}(\tau_\beta\tau_3 - \tau_3\tau_\beta) = \frac{1}{2}[\tau_\beta, \tau_3], \\ \mathcal{J}_\beta^{(0)} &= \tau_\beta. \end{aligned} \tag{5.49}$$

Матричные элементы этих операторов приведены в табл. 11, откуда видно, что всего имеется 12 независимых амплитуд, которые мы обозначим как $H_j(\nu, \nu_1)$ (здесь j пробегает значения от 1 до 12).

В рассматриваемом случае к пиону не приложимо соотношение, отвечающее кроссинг-симметрии, однако аналогичного рода соотношение можно записать применительно к замене ли-

Таблица 11

Матричные элементы $\mathcal{J}^{(\pm, 0)}$ для четырех возможных конфигураций в зарядовом пространстве

	$\gamma+p\to p+\pi^0$	$\gamma+n\to n+\pi^0$	$\gamma+p\to n+\pi^+$	$\gamma+n\to p+\pi^-$
$\mathcal{J}^{(+)}$	1	1	0	0
$\mathcal{J}^{(-)}$	0	0	$\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$
$\mathcal{J}^{(0)}$	1	-1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$

нии входящего нуклона на линию уходящего нуклона. Это приводит к процессу с участием антинуклонов

$$\gamma+\overline{N}\to\overline{N}+\pi. \tag{5.50}$$

Последний связан с первоначально рассматривавшимся процессом через зарядовое сопряжение. Таким способом можно определить трансформационные свойства различных амплитуд при преобразовании

$$p_1\rightleftarrows-p_2 \quad \text{или} \quad P\to-P. \tag{5.51}$$

Эти свойства следующие:

$$M_A\to M_A,\quad M_B\to M_B,\quad M_C\to-M_C,\quad M_D\to M_D, \tag{5.52}$$

$$\mathcal{J}^{(+)}\to\mathcal{J}^{(+)},\quad \mathcal{J}^{(-)}\to-\mathcal{J}^{(-)},\quad \mathcal{J}^{(0)}\to\mathcal{J}^{(0)}. \tag{5.53}$$

Скалярные переменные преобразуются по закону

$$\nu\to-\nu,\quad \nu_1\to\nu_1. \tag{5.54}$$

Итак, из кроссинг-симметрии следует, что $A^{(+,0)}$, $B^{(+,0)}$, $C^{(-)}$ и $D^{(+,0)}$ — четные функции ν, а $A^{(-)}$, $B^{(-)}$, $C^{(+,0)}$ и $D^{(-)}$ — нечетные функции ν. Так же как и в случае рассеяния пионов на нуклонах, удобно обозначить полную амплитуду фоторождения пионов через f и выразить четырехкомпонентные дираковские спиноры через двухкомпонентные спиноры; тогда сечение фоторождения в системе центра инерции будет иметь вид

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}=\frac{q}{k}\,|\langle 2\,|f|\,1\rangle|^2. \tag{5.55}$$

При фиксированных изотопических индексах амплитуду f можно записать как

$$f=i(\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{\varepsilon})f_1+\frac{(\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{q})(\boldsymbol{\sigma}\cdot[\mathbf{k}\times\boldsymbol{\varepsilon}])}{qk}f_2+\frac{i(\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{k})(\mathbf{q}\cdot\boldsymbol{\varepsilon})}{qk}f_3+\frac{i(\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{q})(\mathbf{q}\cdot\boldsymbol{\varepsilon})}{q^2}f_4. \tag{5.56}$$

Амплитуды f_i справа в (5.56) следующим образом выражаются через амплитуды мультипольных переходов:

$$\begin{aligned}
f_1&=\sum_{l=0}^{\infty}[lM_{l_+}+E_{l_+}]P'_{l+1}(x)+\sum_{l=0}^{\infty}[(l+1)M_{l_-}+E_{l_-}]P'_{l-1}(x),\\
f_2&=\sum_{l=1}^{\infty}[(l+1)M_{l_+}+lM_{l_-}]P'_l(x),\\
f_3&=\sum_{l=1}^{\infty}[E_{l_+}-M_{l_+}]P''_{l+1}(x)+\sum_{l=1}^{\infty}[E_{l_-}+M_{l_-}]P''_{l-1}(x),\\
f_4&=\sum_{l=1}^{\infty}[M_{l_+}-E_{l_+}-M_{l_-}-E_{l_-}]P''_l(x),
\end{aligned} \tag{5.57}$$

где

$$x = \cos\theta = \frac{(\mathbf{q}\cdot\mathbf{k})}{qk}. \tag{5.58}$$

Зависящие от энергии амплитуды $M_{l\pm}$ и $E_{l\pm}$ относятся соответственно к электрическим и магнитным переходам, в результате которых получаются состояния с орбитальным моментом l и полным моментом $l \pm {}^1/_2$. Для справок приведем равенства, связывающие амплитуды f с амплитудами A, B, C и D:

$$\begin{aligned}
F_1 &= 4\pi \frac{2W}{W-M} \frac{f_1}{\sqrt{(M+E_2)(M+E_1)}} = \\
&= A + (W-M)D + \frac{2M\nu_1}{W-M}(C-D), \\
F_2 &= 4\pi \frac{2W}{W-M} \sqrt{\frac{M+E_2}{M+E_1}} \frac{f_2}{q} = \\
&= -A + (W+M)D + \frac{2M\nu_1}{W+M}(C-D), \\
F_3 &= 4\pi \frac{2W}{W-M} \frac{1}{\sqrt{(M+E_2)(M+E_1)}} \frac{f_3}{q} = (W-M)B + (C-D), \\
F_4 &= 4\pi \frac{2W}{W-M} \sqrt{\frac{M+E_2}{M+E_1}} \frac{f_4}{q^2} = -(W+M)B + (C-D),
\end{aligned} \tag{5.59}$$

где W — полная энергия в системе центра инерции, а

$$E_1 = \sqrt{k^2 + M^2}, \quad E_2 = \sqrt{q^2 + M^2}. \tag{5.60}$$

2. Дисперсионные соотношения. Дисперсионные соотношения для фоторождения пионов имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
\operatorname{Re} H_j(\nu, \nu_1) &= R_j\left(\frac{1}{\nu_B - \nu} \pm \frac{1}{\nu_B + \nu}\right) + \\
&+ \frac{P}{\pi} \int_{\nu_0}^{\infty} d\nu' \operatorname{Im} H_j(\nu', \nu_1)\left(\frac{1}{\nu' - \nu} \pm \frac{1}{\nu' + \nu}\right),
\end{aligned} \tag{5.61}$$

где

$$\begin{aligned}
\nu_B &= -\nu_1 = \frac{k\cdot q}{2M}, \\
\nu_0 &= \mu + \frac{\mu^2 + (k\cdot q)}{2M},
\end{aligned} \tag{5.62}$$

а вычеты R_j равны

$$R[A^{(\pm,0)}] = -\frac{1}{2}ef,$$
$$R[B^{(\pm,0)}] = -\frac{ef}{4M\nu_1},$$
$$R[C^{(\pm)}] = R[D^{(\pm)}] = \frac{1}{2}f(\mu_p - \mu_n), \qquad (5.63)$$
$$R[C^{(0)}] = R[D^{(0)}] = \frac{1}{2}f(\mu_p + \mu_n).$$

Здесь μ_p и μ_n — аномальные магнитные моменты протона и нейтрона, а численные значения параметров, входящих в эти формулы, таковы:

$$\frac{e^2}{4\pi} = \frac{1}{137}, \quad \frac{f^2}{4\pi} = 0{,}08, \quad \mu_p = 1{,}78\frac{e}{2M}, \quad \mu_n = -1{,}91\frac{e}{2M}. \qquad (5.64)$$

При исследовании решений вышеприведенных дисперсионных соотношений полезно учесть следующие обстоятельства:

1. Амплитуды, описывающие фоторождение пионов, линейны по e и μ, поэтому соответствующие вклады можно оценивать раздельно.

2. Условие унитарности фиксирует фазы амплитуд фоторождения пионов (подробно об этом см. в § 6 этой главы).

3. В статическом пределе $M \to \infty$ можно найти приближенные решения, описывающие амплитуды магнитных переходов $M^{(\pm)}_{1\pm,\mu}$ (индекс μ относится к той части амплитуд, которая обусловлена аномальными магнитными моментами):

$$\frac{1}{kq} M^{(\pm)}_{1\pm,\mu} = \frac{\bar{\mu}_p - \bar{\mu}_n}{2f} \frac{f^{(\pm)}_{1\pm}}{q^2} \equiv \frac{\bar{\mu}_p - \bar{\mu}_n}{2f} h^{(\pm)}_{1\pm}, \qquad (5.65)$$

где $f^{(\pm)}_{1\pm}$ — амплитуды рассеяния в P-состоянии, определенные соотношением (5.7), а $\bar{\mu}_p$ и $\bar{\mu}_n$ суть полные магнитные моменты протона и нейтрона соответственно.

4. Высшие парциальные волны несущественны вплоть до резонансной энергии.

Три основные амплитуды можно получить следующим образом. Прежде всего введем новые комбинации амплитуд рас-

сеяния в p-состоянии:

$$\begin{aligned} h^{(++)} &= \frac{1}{3}(h_{11} + 2h_{13} + 2h_{31} + 4h_{33}), \\ h^{(+-)} &= \frac{1}{3}(h_{11} - h_{13} + 2h_{31} - 2h_{33}), \\ h^{(-+)} &= \frac{1}{3}(h_{11} + 2h_{13} - h_{31} - 2h_{33}), \\ h^{(--)} &= \frac{1}{3}(h_{11} - h_{13} - h_{31} + h_{33}), \end{aligned} \tag{5.66}$$

а также константу

$$\lambda = \frac{g_p - g_n}{4M}\left(\frac{f^2}{4\pi}\right)^{-1}, \tag{5.67}$$

где $g_p = 1{,}78$ и $g_n = -1{,}91$. Ниже мы будем полагать массу пиона $\mu = 1$. Тогда

$$\begin{aligned} \frac{4\pi}{ef} f^{(+)} &= i(\sigma \cdot \varepsilon)\left\{\frac{2}{3} i(\delta_1 - \delta_3) F_S + wN^{(+)}\right\} + \\ &+ i(\sigma \cdot \varepsilon)(\mathbf{q} \cdot \mathbf{k})\left\{-\lambda h^{(+-)} - \frac{2}{3} i e^{i\delta_{33}} \sin\delta_{33}\left(F_Q - \frac{1}{3} F_M\right)\right\} + \\ &+ i(\sigma \cdot \mathbf{k})(\mathbf{q} \cdot \varepsilon)\left\{\lambda h^{(+-)} - \frac{2}{3} i e^{i\delta_{33}} \sin\delta_{33}\left(F_Q + \frac{1}{3} F_M\right)\right\} + \\ &+ (\mathbf{q} \cdot [\mathbf{k} \times \varepsilon])\left\{\lambda h^{(++)} + \frac{4}{9} i e^{i\delta_{33}} \sin\delta_{33} F_M\right\} + \\ &+ i(\sigma \cdot \mathbf{q})(\mathbf{q} \cdot \varepsilon)\frac{1}{2Mw}. \end{aligned} \tag{5.68}$$

В этом выражении основной вклад дают члены, содержащие (3, 3)-амплитуду рассеяния, умноженную на λ. Далее

$$\begin{aligned} \frac{4\pi}{ef} f^{(-)} &= \frac{1}{1 + w/M}\left[i(\sigma\varepsilon) + 2i\frac{(\sigma \cdot (\mathbf{k} - \mathbf{q}))(\mathbf{q} \cdot \varepsilon)}{(\mathbf{k} - \mathbf{q})^2 + 1}\right] + \\ &+ i(\sigma \cdot \varepsilon)\left[i\left(\frac{2}{3}\delta_1 + \frac{1}{3}\delta_3\right) F_S + w^2 N^-\right] + \\ &+ i(\sigma \cdot \varepsilon)(\mathbf{q} \cdot \mathbf{k})\left[-\lambda h^{(--)} + \frac{1}{3} i e^{i\delta_{33}} \sin\delta_{33}\left(F_Q - \frac{1}{3} F_M\right)\right] + \\ &+ i(\sigma \cdot \mathbf{k})(\mathbf{q} \cdot \varepsilon)\left[\lambda h^{(--)} + \frac{1}{3} i e^{i\delta_{33}} \sin\delta_{33}\left(F_Q + \frac{1}{3} F_M\right)\right] + \\ &+ (\mathbf{q} \cdot [\mathbf{k} \times \varepsilon])\left[\lambda h^{(-+)} - \frac{2}{9} i e^{i\delta_{33}} \sin\delta_{33} F_M\right] - \\ &- i(\sigma \cdot \mathbf{q})(\mathbf{q} \cdot \varepsilon)\frac{1}{2Mw}. \end{aligned} \tag{5.69}$$

Здесь в дополнение к членам, которые содержат λh_{33}, весьма существенна борновская часть амплитуды перехода, обусловленного зарядом e. И наконец,

$$\frac{4\pi}{ef} f^{(0)} = -i(\sigma \cdot \varepsilon)\frac{g_p + g_n}{2M} w - \\ -i(\sigma[\mathbf{q} \times [\mathbf{k} \times \varepsilon]])\frac{g_p + g_n}{2Mw} + i(\sigma \cdot \mathbf{q})(\mathbf{q} \cdot \varepsilon)\frac{1}{2Mw}. \quad (5.70)$$

У этой амплитуды ни один из членов не является преобладающим. Заметим, что она обусловливает разницу в сечениях фоторождения заряженных пионов разного знака. В формулах, приведенных выше, мы пользовались обозначениями

$$\begin{aligned} w &= W - M, \\ F_S &= 1 - \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1-v^2}{2v}\ln\frac{1-v}{1+v}\right), \\ F_Q &= \frac{1}{w^2}\left[1 - \frac{3}{4v^2}\left(1 + \frac{1-v^2}{2v}\ln\frac{1-v}{1+v}\right)\right], \\ F_M &= \frac{3}{4q^2}\left(1 + \frac{1-v^2}{2v}\ln\frac{1-v}{1+v}\right); \end{aligned} \quad (5.71)$$

через v была обозначена скорость родившегося пиона, а $N^{(\pm)}$ суть неизвестные действительные числа, причем данные эксперимента показывают, что оба эти числа меньше 0,1. Полученные нами результаты очень близки к результатам статической модели [7] (см. также [8]) и не приводят к каким-либо серьезным расхождениям с экспериментом. Сравнение теоретических результатов с экспериментальными данными показывает, что вплоть до резонансной энергии расхождение не превышает 30%. Исключение представляют результаты по угловому распределению π^0-мезонов при низких энергиях, а также результаты для случая, когда импульс образующихся заряженных пионов противоположен импульсу исходного фотона (в этом случае серьезное расхождение между теорией и экспериментом имеет место при всех энергиях [9, 10]). Чтобы улучшить согласие между теорией и экспериментом, необходимо учесть вытекающие из представления Мандельстама эффекты пион-пионного взаимодействия.

§ 3. Электромагнитная структура нуклонов [1])

Рассмотрим рассеяние электрона на протоне, обусловленное обменом виртуальным фотоном между ними, как показано на

[1]) См. книгу Дрелла и Захариазена [11] и статью Енни, Леви и Равенхолла [12]. Автор существенно использовал книгу Дрелла и Захариазена также в работе над § 4 и последующими параграфами.

диаграмме Фейнмана фиг. 48. Электромагнитное взаимодействие электронного и протонного полей описывается гамильтонианом

$$\mathcal{H}_{\text{эл. м.}} = -(j_\mu^e + j_\mu^p) A_\mu, \tag{5.72}$$

где

$$j_\mu^e = -ie{:}\ \bar{\psi}_e \gamma_\mu \psi_e{:} \quad \text{и} \quad j_\mu^p = ie{:}\ \bar{\psi}_p \gamma_\mu \psi_p{:}, \tag{5.73}$$

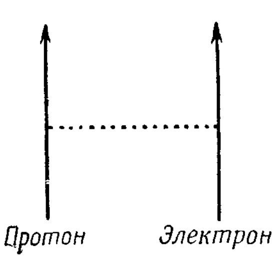
а e — элементарный положительный заряд. Применяя к этому процессу теорию возмущений, немедленно приходим к результату

$$S_{fi} = \delta_{fi} - i(2\pi)^4 \delta^4 (P_f - P_i) T_{fi}, \tag{5.74}$$

причем

$$T_{fi} = -\frac{e^2}{(p_2 - p_1)^2} \bar{u}(p_2) \gamma_\mu u(p_1) \bar{u}(q_2) \gamma_\mu u(q_1). \tag{5.75}$$

Здесь p_1 и p_2 — начальный и конечный импульсы протона, а q_1 и q_2 — импульсы электрона. При выводе этой формулы мы, кроме того, положили нормировочный объем $V=1$. Получаемая с помощью вышеприведенного матричного элемента формула эффективного сечения рассеяния представляет собой релятивистское обобщение формулы Резерфорда. Однако расчет такого рода основывается на чрезмерном упрощении действительного положения вещей, ибо протон рассматривается как точечный заряд, тогда как в принципе следовало бы принять во внимание эффекты, обусловленные мезонным облаком, окружающим керн (сердцевину) нуклона. Другими словами, нужно принять во внимание структуру нуклона путем учета радиационных поправок и замены простой электромагнитной вершины протона на фиг. 48 суммой диаграмм Фейнмана, как показано на фиг. 49. При изучении общих свойств этой вершины полезно иметь в виду следующее: так часть матричного элемента (5.75), которая относится к протону, получена с помощью формулы



Фиг. 48. Диаграмма Фейнмана для рассеяния электронов на протонах.

$$\langle p_2 | j_\mu^p(x) | p_1 \rangle = ie\bar{u}(p_2) \gamma_\mu u(p_1) e^{i(p_1 - p_2)x}. \tag{5.76}$$

Эта формула, будучи справедливой в представлении взаимодействия, получается в том случае, когда из всех диаграмм, приведенных на фиг. 49, рассматривается только простейшая диаграмма *a*.

Поправки высших порядков можно учесть, пользуясь приемом Дайсона. Для этого выражение $\langle p_2 | j^p_\mu(x) | p_1 \rangle$ следует заменить суммой

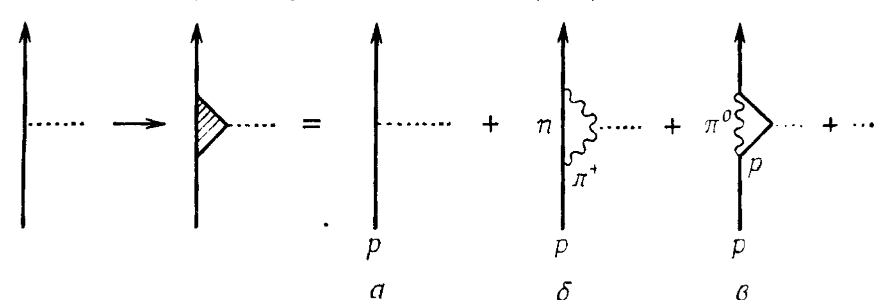
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-i)^n}{n!} \int d^4x_1 \ldots d^4x_n \langle p_2 | T [j_\mu(x) \mathcal{H}(x_1) \ldots \mathcal{H}(x_n)] | p_1 \rangle, \quad (5.77)$$

где $\mathcal{H}(x)$ — плотность гамильтониана сильных взаимодействий, а $j_\mu(x)$ — плотность тока всех заряженных частиц, т. е.

$$j_\mu(x) = e\left[i\bar{\psi}\gamma_\mu \frac{1+\tau_3}{2}\psi - \left(\hat{\varphi} \times \frac{\partial\hat{\varphi}}{\partial x_\mu}\right)_3 + \ldots\right] =$$

$$= e\left[i\bar{\psi}_p\gamma_\mu\psi_p - i\left(\varphi^\dagger \frac{\partial\varphi}{\partial x_\mu} - \frac{\partial\varphi^\dagger}{\partial x_\mu}\varphi\right) + \ldots\right] \quad (5.78)$$

(все билинейные выражения следует понимать как нормальные произведения). Матричный элемент (5.77) можно вычислить



Фиг. 49. Диаграммы Фейнмана, описывающие электромагнитную вершину протона.

методом Фейнмана—Дайсона, который, однако, применим лишь в рамках теории возмущений. Для вывода более эффективного выражения мы воспользуемся другим методом, позволяющим найти точное выражение для матричного элемента (5.77):

$$\langle p_2 | j_\mu(x) | p_1 \rangle, \quad (5.79)$$

где все операторы записаны в гейзенберговском представлении.

Этот результат обычно получают с помощью формализма, развитого Леманом, Симанзиком и Циммерманом [13], где в наиболее строгом виде формулируются так называемые асимптотические условия. В рамках этого формализма строгим образом выводятся дисперсионные соотношения, но, поскольку детальные разъяснения сущности указанного формализма не входят в наши намерения и лежат за пределами материала,

составляющего содержание этой книги, мы удовольствуемся тем, что получим указанный результат более прозаическим способом.

В рассматриваемой задаче протон рассеивается на электромагнитном поле, порожденном налетающим электроном; поэтому мы заменим это поле некоторым внешним полем $A_\mu^{\text{внеш}}(x)$. В таком случае полный гамильтониан системы будет иметь вид

$$H_{\text{полн}} = H - \int j_\mu(x) A_\mu^{\text{внеш}}(x)\, d^3x. \tag{5.80}$$

Вообще говоря, внешнее поле зависит от времени, так что $H_{\text{полн}}$ есть функция времени. Уравнение Шредингера в этом случае можно записать следующим образом:

$$i\frac{\partial\Psi(t)}{\partial t} = H_{\text{полн}}(t)\,\Psi(t). \tag{5.81}$$

Введем далее каноническое преобразование $U(t, 0)$ так, чтобы

$$\Psi(t) = U(t, 0)\,\Phi(t) \tag{5.82}$$

и

$$i\frac{\partial}{\partial t}U(t, 0) = HU(t, 0) \tag{5.83}$$

с граничным условием

$$U(0, 0) = 1. \tag{5.84}$$

Через H мы обозначаем полный гамильтониан сильных взаимодействий, не включающий электромагнитного взаимодействия. Тогда $\Phi(t)$ будет удовлетворять уравнению

$$i\frac{\partial\Phi(t)}{\partial t} = H_{\text{внеш}}(t)\,\Phi(t), \tag{5.85}$$

где

$$H_{\text{внеш}}(t) = U(t, 0)^{-1}\left(-\int j_\mu(x) A_\mu^{\text{внеш}}(x)\, d^3x\right) U(t, 0). \tag{5.86}$$

Таким образом, мы пришли к своего рода «представлению взаимодействия», которое, однако, сводится к гейзенберговскому представлению в пределе исчезающего внешнего поля, что непосредственно видно из соотношений

$$i\frac{\partial\Phi(t)}{\partial t} \to 0 \quad \text{для} \quad A_\mu^{\text{внеш}}(x) \to 0. \tag{5.87}$$

Как было показано в предыдущих главах, матричный элемент S-матрицы в отсутствие внешнего поля равен

$$S_{ba} = \left(\Phi_b^{(-)}, \Phi_a^{(+)}\right). \tag{5.88}$$

Внешнее поле видоизменяет матричный элемент

$$S_{ba}^{\text{внеш}}=(\Phi_b^{(-)},\ \Phi_a^{(+)})-i\left(\Phi_b^{(-)},\ \int H_{\text{внеш}}(t)\,dt\,\Phi_a^{(+)}\right)+\ \ldots\ =$$

$$=(\Phi_b^{(-)},\ \Phi_a^{(+)})-i\left(\Phi_b^{(-)},\ \int \mathscr{H}_{\text{внеш}}(x)\,d^4x\Phi_a^{(+)}\right)+\ \ldots, \quad (5.89)$$

где

$$\mathscr{H}_{\text{внеш}}(x)=-j_\mu(x)\,A_\mu^{\text{внеш}}(x). \quad (5.90)$$

Если и в состоянии a, и в состоянии b имеется по одному протону, то первый член в (5.89) не играет никакой роли, так как в отсутствие внешнего поля рассеяния вообще не происходит. Матрица рассеяния в низшем порядке по внешнему полю дается выражением

$$i\int d^4x\,\langle p_2\,|\,j_\mu(x)\,|\,p_1\rangle\,A_\mu^{\text{внеш}}(x). \quad (5.91)$$

Если заменить $A_\mu^{\text{внеш}}(x)$ полем, которое создает налетающий электрон, то в формуле (5.75) матричный элемент T_{fi} заменится более точным выражением

$$T_{fi}=\frac{ie}{(p_2-p_1)^2}\,\langle p_2\,|\,j_\mu(x)\,|\,p_1\rangle\,\bar{u}(q_2)\,\gamma_\mu\,u(q_1). \quad (5.92)$$

Такая запись матрицы рассеяния обладает тем преимуществом, что позволяет легко выяснить общие свойства электромагнитной вершины протона.

1. **Закон сохранения заряда.** Плотность тока $j_\mu(x)$ должна удовлетворять закону сохранения

$$\frac{\partial j_\mu(x)}{\partial x_\mu}=0. \quad (5.93)$$

Так как зависимость матричных элементов $j_\mu(x)$ от x дается выражением

$$\langle p_2\,|\,j_\mu(x)\,|\,p_1\rangle=e^{i(p_1-p_2)x}\,\langle p_2\,|\,j_\mu(0)\,|\,p_1\rangle, \quad (5.94)$$

то закон сохранения, приведенный выше, в импульсном пространстве имеет вид

$$(p_1-p_2)_\mu\,\langle p_2\,|\,j_\mu(0)\,|\,p_1\rangle=0. \quad (5.95)$$

2. **Электромагнитные формфакторы.** Наиболее общий вид рассматриваемого матричного элемента, согласующийся с требованиями лоренц-инвариантности и законом сохранения заряда, есть

$$\langle p_2\,|\,j_\mu(0)\,|\,p_1\rangle=\bar{u}(p_2)\,[F_1(q^2)\,i\gamma_\mu-F_2(q^2)\,i\sigma_{\mu\nu}q_\nu]\,u(p_1), \quad (5.96)$$

где $q=p_2-p_1$ — переданный импульс. Коэффициенты F_1 и F_2 являются функциями только величины q^2, так как благодаря условиям на поверхности масс $p_1^2=p_2^2=-M^2$, из двух 4-импульсов можно образовать лишь один независимый скаляр. Эти два коэффициента $F_1(q^2)$ и $F_2(q^2)$ называют нуклонными (в нашем случае протонными) формфакторами.

3. Вещественность формфакторов. Используя свойство эрмитовости j_k $(k=1, 2, 3)$, можно показать, что формфакторы F_1 и F_2 представляют собой вещественные величины. Мы начнем с равенства

$$\langle p_1 | j_k(0) | p_2 \rangle^* = \langle p_2 | j_k(0) | p_1 \rangle.$$

Поскольку

$$\langle p_1 | j_k(0) | p_2 \rangle^* = (\bar{u}(p_1)[F_1 i\gamma_k - F_2 i\sigma_{k\nu}(p_1-p_2)_\nu]\, u(p_2))^* = \\ = \bar{u}(p_2)[F_1^* i\gamma_k - F_2^* i\sigma_{k\nu}(p_2-p_1)_\nu]\, u(p_1), \tag{5.97}$$

то, сравнивая это с выражением $\langle p_2 | j_k(0) | p_1 \rangle$, мы установим следующие соотношения:

$$F_1^*(q^2) = F_1(q^2), \\ F_2^*(q^2) = F_2(q^2). \tag{5.98}$$

Хотя выше мы определили формфакторы только для протона, их нетрудно определить и для нейтрона. В этой связи формфакторы удобно представить в следующем виде:

$$F_1 = F_1^S + \tau_3 F_1^V, \\ F_2 = F_2^S + \tau_3 F_2^V. \tag{5.99}$$

Плотность электромагнитного тока состоит из двух частей, имеющих различные трансформационные свойства. Из соотношения (5.78) нетрудно усмотреть, что одна часть преобразуется как изоскаляр, а другая — как третья компонента изовектора. Формфакторы $F_{1,2}^S$ обусловлены изоскалярной частью электромагнитного тока, а формфакторы $F_{1,2}^V$ — его изовекторной частью. Таким образом, формфакторы протона и нейтрона даются соответственно выражениями

$$F_{1,2}^p = F_{1,2}^S + F_{1,2}^V, \\ F_{1,2}^n = F_{1,2}^S - F_{1,2}^V. \tag{5.100}$$

4. Формфакторы при нулевой передаче импульса. При нулевой передаче импульса формфакторы известны. Возьмем

уравнение

$$\langle p | j_4(0) | p \rangle = \frac{1}{V} \left\langle p \left| \int j_4(0) d^3x \right| p \right\rangle = \frac{1}{V} \langle p | iQ | p \rangle = \frac{ie}{V}. \quad (5.101)$$

Здесь Q — полный заряд системы, а e — заряд протона. Так как мы положили $V = 1$, то

$$ie = \langle p | j_4(0) | p \rangle = \bar{u}(p) F_1^p(0) i\gamma_4 u(p) = iF_1^p(0),$$

где мы воспользовались нормировкой $u^*(p) u(p) = 1$. Подобным же образом можно подойти и к формфактору нейтрона, так что, резюмируя полученные результаты, для электрических формфакторов будем иметь:

$$F_1^p(0) = e, \quad F_1^n(0) = 0. \quad (5.102)$$

Магнитные формфакторы F_2, очевидно, связаны с магнитным полем, поэтому, рассмотрев рассеяние нуклонов в постоянном магнитном поле, можно получить

$$\begin{aligned} F_2^p(0) &= \mu_p = 1{,}78 \frac{e}{2M}, \\ F_2^n(0) &= \mu_n = -1{,}91 \frac{e}{2M}, \end{aligned} \quad (5.103)$$

или, вводя сюда F^S и F^V, —

$$\begin{aligned} &F_1^S(0) = F_1^V(0) = \frac{e}{2}, \\ &F_2^S(0) = \frac{\mu_p + \mu_n}{2}, \quad F_2^V(0) = \frac{\mu_p - \mu_n}{2}. \end{aligned} \quad (5.104)$$

Следует упомянуть, что величина

$$\mu_V = \frac{\mu_p - \mu_n}{2} \approx 1{,}8 \frac{e}{2M}$$

значительно больше, чем

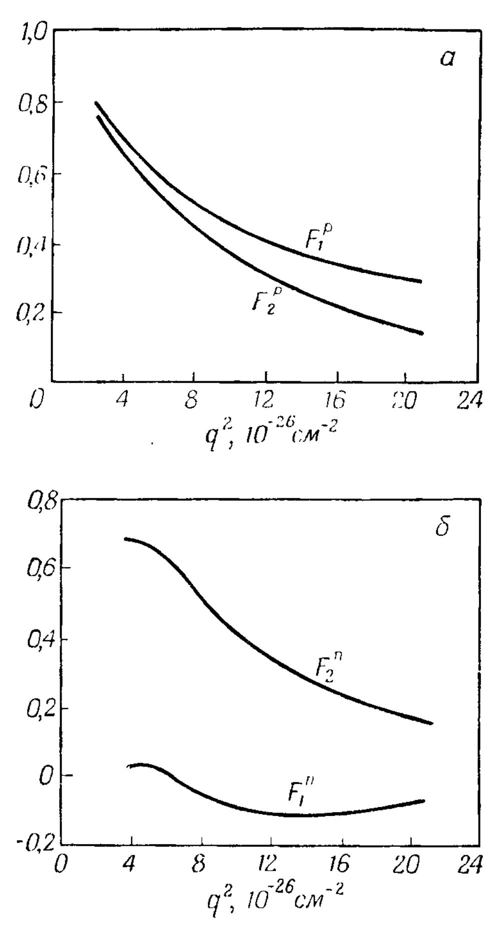
$$\mu_S = \frac{\mu_p + \mu_n}{2} \approx -0{,}06 \frac{e}{2M}.$$

В следующем параграфе мы обсудим экспериментальное определение формфакторов, а также их теоретическую интерпретацию.

§ 4. Экспериментальное определение формфакторов

Прежде всего приведем экспериментальные результаты по формфакторам нуклонов, справедливые вплоть до 1000 *Мэв*, а затем рассмотрим вопрос о том, как они были получены. На

фиг. 50, *а* и *б*, соответственно показаны формфакторы протона и нейтрона согласно суммарным данным де Вриса, Хофштадтера и Германа [14][1]). Эти кривые нормированы к единице при



Фиг. 50. Формфакторы протона (*а*) и формфакторы нейтрона (*б*).

нулевой передаче импульса. Исключение представляет нормировка формфактора F_{1n}.

Следуя предложению, высказанному Берша и сотр. [17, 18], де Врис, Хофштадтер и Герман пытались подогнать экспери-

[1]) Более ранние результаты содержатся в работах [15, 16].

ментально полученные точки к формулам

$$\begin{aligned} F_1^S &= \frac{e}{2}\left[\frac{s_1}{1+(q^2/M_S^2)} + 1 - s_1\right], \\ F_2^S &= -0{,}06\,\frac{e}{2M}\left[\frac{s_2}{1+(q^2/M_S^2)} + 1 - s_2\right], \\ F_1^V &= \frac{e}{2}\left[\frac{v_1}{1+(q^2/M_V^2)} + 1 - v_1\right], \\ F_2^V &= 1{,}85\,\frac{e}{2M}\left[\frac{v_2}{1+(q^2/M_V^2)} + 1 - v_2\right]. \end{aligned} \tag{5.105}$$

Наилучшее согласие получалось при следующем выборе параметров:

$$\begin{aligned} M_V^2 &= (18\pm 2)\,m_\pi^2, \\ M_S^2 &= (20\pm 3)\,m_\pi^2, \\ v_1 &= 0{,}92\pm 0{,}11, \\ v_2 &= 1{,}15, \\ s_1 &= 1{,}17\pm 0{,}15, \\ s_2 &= -0{,}5 \end{aligned} \tag{5.106}$$

и

$$\begin{aligned} a_{1p} &= 0{,}79\cdot 10^{-13}\ \text{см}, \\ a_{2p}^2 + a_{2n}^2 &= 1{,}57\cdot 10^{-26}\ \text{см}^2, \end{aligned} \tag{5.107}$$

а a_{1n} полагалось равным нулю. Параметры a называются среднеквадратичными радиусами; их определение мы рассмотрим позже. Многие авторы дают величины a^2 в единицах f^2, где f означает ферми (1 *ферми* $=10^{-13}$ *см*), другие же авторы выражают эти величины в квадратах комптоновской длины волны пиона. В этой связи стоит напомнить соотношение

$$\left(\frac{\hbar}{m_\pi c}\right)^2 \approx 2\cdot 10^{-26}\ \text{см}^2 = 2f^2. \tag{5.108}$$

1. Рассеяние электронов на протонах и формфакторы протона. Дифференциальное сечение упругого рассеяния электронов на протонах было рассчитано Розенблатом [19]; в лабораторной системе оно имеет вид

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{лаб}} = \frac{e^2}{4\,(4\pi)^2 E_0^2}\,\frac{\cos^2(\theta/2)}{\sin^4(\theta/2)}\,\frac{1}{1+(2E_0/M)\sin^2(\theta/2)}\times$$
$$\times\left\{F_1^2 + \frac{q^2}{4M^2}\left[2\,(F_1+2MF_2)^2\,\mathrm{tg}^2\,\frac{\theta}{2} + (2MF_2)^2\right]\right\}, \tag{5.109}$$

где

$$q^2 = \frac{4E_0^2 \sin^2(\theta/2)}{1 + (2E_0/M)\sin^2(\theta/2)}, \qquad (5.110)$$

а E_0 и θ — начальная энергия и угол рассеяния электрона в лабораторной системе. При выводе этой формулы считалось, что по сравнению с $\sqrt{q^2}$ массой электрона можно пренебречь.

Измеряя сечение рассеяния, можно определить зависимость формфакторов F_1^p и F_2^p от квадрата переданного импульса — величины инвариантной. Формула Розенблата выведена в низшем порядке по электромагнитному взаимодействию, поэтому важно оценить эффекты, обусловленные электромагнитными поправками высших порядков. Наиболее существенная поправка возникает за счет излучения мягких фотонов, что обусловлено инфракрасной природой процесса

$$e^- + p \to p + e^- + \text{Мягкий } \gamma\text{-квант}. \qquad (5.111)$$

Величина этой поправки зависит от той разрешающей способности по энергии электронов, которая достигается в эксперименте [20]. Так как в станфордском эксперименте разрешающая способность была высока, считалось, что указанные поправки достигают 15—20% [11]. Однако в исследованной области углов рассеяния указанная поправка слабо зависела от угла (изменение величины поправки было порядка 3%), поэтому она не играла существенной роли. Другие виды поправок оценочно составляют величины порядка постоянной тонкой структуры. Изложенный способ сравнительно легко позволяет найти формфакторы протона.

На ранней стадии экспериментов полученные данные не противоречили равенству

$$F_1^p = F_2^p, \qquad (5.112)$$

однако по мере увеличения энергий выяснилось, что F_2^p уменьшается значительно быстрее, нежели F_1^p, что видно и из фиг. 50, *а*.

Иногда удобно ввести фурье-преобразование формфактора F:

$$\rho(\mathbf{x}) = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} F(q^2)\, e^{i(\mathbf{q}\cdot\mathbf{x})}. \qquad (5.113)$$

Если F — константа, то мы получаем точечный заряд

$$\rho(\mathbf{x}) = F(0)\,\delta(\mathbf{x}); \qquad (5.114)$$

поэтому функция $\rho(\mathbf{x})$ описывает пространственное распределение заряда или магнитного момента нуклона. Определим

среднеквадратичный радиус нуклона соотношением

$$a^2 = \langle r^2 \rangle = \frac{\int r^2 \rho(r)\, d^3x}{\int \rho(r)\, d^3x}. \qquad (5.115)$$

Если разложить $F(q^2)$ в ряд по степеням q^2, считая, что q^2 мал, то среднеквадратичный радиус появляется в выражении для коэффициента при q^2:

$$F(q^2) = F(0)\left[1 - \frac{\langle r^2 \rangle}{6} q^2 + \ldots\right]. \qquad (5.116)$$

Экспериментальные значения этих радиусов таковы:

$$a_{1p} = a_{2p} = (0{,}77 \pm 0{,}10) \cdot 10^{-13}\ см. \qquad (5.117)$$

2. Взаимодействие электронов с нейтронами [21]. Экспериментальное определение формфактора нейтрона — трудная задача, так как рассеяние электронов на свободных нейтронах недоступно наблюдению. Тем не менее первым экспериментальным результатом по структуре нуклона был среднеквадратичный радиус электрического заряда нейтрона.

Вместо того чтобы измерять сечение рассеяния электронов на нейтронной мишени, измерялось сечение рассеяния нейтронов на атомах. Не вдаваясь в обсуждение деталей эксперимента, приведем основные результаты [11]. Электромагнитная вершина нейтрона, или, точнее, ее нулевая компонента,

$$\bar{u}(p_2)\left[F_1^n(q^2)\gamma_4 - F_2^n(q^2)\sigma_{4\nu}q_\nu\right] u(p_1) \qquad (5.118)$$

при малых значениях q^2 сводится к выражению

$$-e(\chi_f^* \chi_i)\frac{q^2}{6}\left[\langle r^2 \rangle_{1n} + \frac{3}{2M^2} g_n\right], \qquad (5.119)$$

где $g_n = -1{,}91$, а χ_i и χ_f суть двухкомпонентные спинорные волновые функции падающего и рассеянного нейтронов соответственно. Результаты измерений таковы:

$$\langle r^2 \rangle_{1n} + \frac{3}{2M^2} g_n = (-0{,}126 \pm 0{,}006) \cdot 10^{-26}\ см^2, \qquad (5.120)$$

или

$$\langle r^2 \rangle_{1n} = (0{,}000 \pm 0{,}006) \cdot 10^{-26}\ см^2. \qquad (5.121)$$

3. Рассеяние электронов на дейтронах. Эффективное сечение процесса

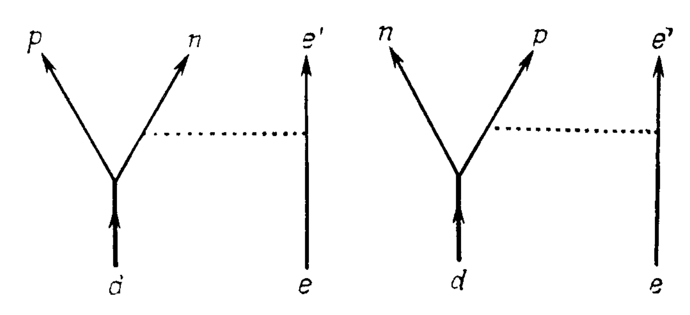
$$e^- + n \to n + e^- \qquad (5.122)$$

невозможно измерить, так как мы не располагаем нейтронными мишенями. По этой причине в качестве мишеней используются

связанные нейтроны. Простейший процесс такого рода — реакция расщепления дейтрона:

$$e^- + d \to n + p + e^{-'}. \qquad (5.123)$$

Спектр электронов, рассеянных в данном направлении, оказывается непрерывным, так как в конечном состоянии имеются



Фиг. 51. Диаграммы Фейнмана, соответствующие процессу $e + d \to p + n + e'$.

три частицы. Таким образом, измерению подлежит дифференциальное сечение

$$\frac{d^2\sigma_d}{dE_{e'}\, d\Omega_{e'}}. \qquad (5.124)$$

В импульсном приближении имеет место простое соотношение

$$\int dE_{e'} \frac{d^2\sigma_d}{dE_{e'}\, d\Omega_{e'}} = \frac{d\sigma_p}{d\Omega_{e'}} + \frac{d\sigma_n}{d\Omega_{e'}}. \qquad (5.125)$$

Существует целый ряд важных поправок, которые следует ввести в расчеты, однако ввиду отсутствия надежной теории практичнее найти те кинематические условия, при которых это простое соотношение оказывается хорошим приближением к действительной ситуации. Этот вопрос исследовали многие авторы [22—24]; ниже мы кратко опишем их результаты.

Ограничимся рассмотрением диаграмм Фейнмана, приведенных на фиг. 51. В дифференциальном сечении рассеяния найдем два максимума, соответствующих следующей ситуации: виртуальный фотон взаимодействует с одним нуклоном, виртуальная масса которого равна $M - B$, а импульсы распределены в узкой области с полушириной $\sqrt{MB}$, в то время как другой нуклон играет роль «зрителя» (B обозначает энергию связи дейтрона). В этом случае вклад от каждой из диаграмм

представляет произведение трех сомножителей: 1) npd-вершинной функции; 2) нуклонной функции распространения со знаменателем

$$D_n = (d-p)^2 + M^2 \quad \text{или} \quad D_p = (d-n)^2 + M^2, \qquad (5.126)$$

где n и p суть 4-импульсы нейтрона и протона в конечном состоянии, а d есть 4-импульс дейтрона; 3) электромагнитных формфакторов нуклона, взаимодействующего с виртуальным фотоном.

Пусть $T_{p,n}$ означает кинетическую энергию протона или нейтрона; тогда в лабораторной системе можно записать

$$\frac{1}{2M_d} D_{p,n} = -\left(\frac{B}{2} + T_{p,n}\right). \qquad (5.127)$$

В силу закона сохранения энергии

$$T_p + T_n = k_0 - B, \qquad (5.128)$$

где k_0 — энергия виртуального фотона, которым обмениваются электрон и двухнуклонная система. Вклады рассматриваемых диаграмм, по-видимому, наиболее существенны в том случае, когда нуклон-«зритель» испытывает небольшую отдачу. При больших значениях k_0 интерференция между нейтронным и протонным вкладами совершенно незначительна, так как при больших значениях относительного импульса фурье-образ волновой функции дейтрона быстро убывает. Таким образом, имеем

$$\frac{d^2\sigma_d}{dk\, dk_0\, dT_p} = \left[\frac{d\sigma_n/d\Omega}{(T_p + B/2)^2} + \frac{d\sigma_p/d\Omega}{(T_n + B/2)^2}\right] \times \text{const}. \qquad (5.129)$$

Мультипликативная константа справа зависит не только от кинематики процесса, но и от структуры дейтрона (например, от нормировки его волновой функции).

Будем отбирать только те случаи, которые соответствуют малым импульсам отдачи протона (нейтрона), и измерять сечение, проинтегрированное по энергиям электрона; тогда для больших значений переданного импульса (скажем, более $15\mu^2$) получим

$$\int \frac{d^2\sigma_d}{dE_{e'}\, d\Omega_{e'}}\, dE_{e'} = C\left(\frac{d\sigma_n}{d\Omega} + \frac{d\sigma_p}{d\Omega}\right). \qquad (5.130)$$

Это соотношение, первоначально выведенное в нерелятивистском приближении, называют формулой Голдберга. Величина константы C определяется волновой функцией дейтрона.

Если бы существовала возможность экстраполировать эффективное сечение в нефизическую область, где $D_p = 0$, то можно было бы оправдать пренебрежение всеми другими диаграм-

мами, так как эффективное сечение, или, точнее, амплитуда реакции, имеет в этой области полюс. Вычет в нем дается произведением нейтронных формфакторов и константы взаимодействия, определяемой вершиной *npd*. Такого рода процедуру, называемую экстраполяционным методом Чу — Лоу, мы обсудим в § 12 этой главы. Точность современного эксперимента пока еще не дает возможности использовать этот метод.

4. Рождение пионов в электрон-нуклонных столкновениях. Процесс рождения пионов в электрон-нуклонных столкновениях как средство исследования структуры нуклонов

$$e+p\to\begin{Bmatrix} p+\pi^0 \\ n+\pi^+ \end{Bmatrix}+e' \tag{5.131}$$

представляет две уникальные особенности. Во-первых, здесь не возникает трудностей, связанных с проблемой двух нуклонов. Во-вторых, он дает возможность выяснить экспериментальным путем электромагнитную структуру пиона. В теоретическом отношении этот процесс эквивалентен процессу

$$\text{„Виртуальный“ } \gamma\text{-квант}+p\to\begin{cases} p+\pi^0, \\ n+\pi^+. \end{cases} \tag{5.132}$$

Фубини, Намбу и Ватагин [25] (см. также работу Бланкенбеклера с сотр. [26]), основываясь на формализме ЧГЛН, исследовали дисперсионные соотношения для этого процесса. Грубо говоря, дисперсионные соотношения для этого процесса получаются путем замены заряда и аномальных магнитных моментов, которые появляются в качестве вычетов в полюсных членах, на соответствующие формфакторы. Таким образом, амплитуды рассматриваемых процессов зависят от формфакторов, однако вывести отсюда формфакторы нейтрона далеко не просто.

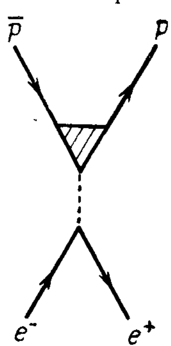
§ 5. Дисперсионные соотношения для формфакторов[1])

В предыдущих параграфах мы рассмотрели общие свойства формфакторов нуклонов, а также вопросы, связанные с их экспериментальным определением. Наша очередная задача состоит в вычислении нуклонных формфакторов в рамках дисперсионной теории. Основываясь на материале § 12 гл. 4, нетрудно предвидеть, что эти формфакторы удовлетворяют дисперсионным соотношениям.

[1]) См. работы [27, 28].

В предыдущем параграфе мы видели, что формфакторы, фигурирующие в задаче о рассеянии электронов на протонах, действительны. В общем случае мнимые части формфакторов проявляются лишь при временноподобных передачах импульса $q^2<0$. Вопрос о реализации временноподобной передачи импульса становится понятным, если рассмотреть диаграмму Фейнмана фиг. 48 с другой точки зрения, именно так, как показано на фиг. 52, отвечающей процессу

$$e^- + e^+ \to p + \bar{p}. \tag{5.133}$$



Фиг. 52. Диаграмма Фейнмана, соответствующая процессу $e^- + e^+ \to p + \bar{p}$.

В этом процессе обусловленные сильными взаимодействиями эффекты сказываются лишь на формфакторах. Характерная особенность теории S-матрицы Фейнмана — Дайсона состоит в том, что коэффициенты при инвариантах, появляющихся в каком-либо частном процессе, например формфакторы F_1 и F_2, представляют собой функции одних скалярных произведений 4-импульсов. По этой причине одни те же функции представляют амплитуды разнообразных процессов, получающихся друг из друга изменением знака энергии, другими словами, процессов, отвечающих одной и той же диаграмме Фейнмана, если ее рассматривать с различных сторон. Таким образом, в амплитуду процесса (5.133) войдет тот же набор формфакторов $F(q^2)$, что и в амплитуду рассеяния электронов на протонах. Для процесса (5.133) $-q^2$ имеет смысл полной энергии в системе центра инерции.

Предполагается, что дисперсионные соотношения, которым удовлетворяют четыре формфактора, имеют вид

$$F_1^S(q^2) = \frac{e}{2} - \frac{q^2}{\pi} \int\limits_{(3\mu)^2}^{\infty} d\sigma^2 \frac{\operatorname{Im} F_1^S(-\sigma^2)}{\sigma^2(\sigma^2 + q^2 - i\varepsilon)}, \tag{5.134}$$

$$F_1^V(q^2) = \frac{e}{2} - \frac{q^2}{\pi} \int\limits_{(2\mu)^2}^{\infty} d\sigma^2 \frac{\operatorname{Im} F_1^V(-\sigma^2)}{\sigma^2(\sigma^2 + q^2 - i\varepsilon)}, \tag{5.135}$$

$$F_2^S(q^2) = \frac{1}{\pi} \int\limits_{(3\mu)^2}^{\infty} d\sigma^2 \frac{\operatorname{Im} F_2^S(-\sigma^2)}{\sigma^2 + q^2 - i\varepsilon}, \tag{5.136}$$

$$F_2^V(q^2) = \frac{1}{\pi} \int\limits_{(2\mu)^2}^{\infty} d\sigma^2 \frac{\operatorname{Im} F_2^V(-\sigma^2)}{\sigma^2 + q^2 - i\varepsilon}. \tag{5.137}$$

Справедливость этих соотношений можно проверить, опираясь на теорию возмущений. Вычитания в дисперсионных соотношениях для формфакторов электрического заряда соответствуют перенормировке заряда в теории Фейнмана — Дайсона, как мы это выяснили в § 12 гл. 4. Предполагается, что магнитные формфакторы удовлетворяют дисперсионным соотношениям без вычитаний, поэтому, если известны их абсорбционные части, можно вычислить аномальные магнитные моменты нуклонов. Положение, согласно которому аномальные магнитные моменты нуклонов не входят в форме паулиевского взаимодействия в исходный лагранжиан и в принципе их можно определить из взаимодействия дираковского типа, называют принципом минимального электромагнитного взаимодействия. Однако вычисление магнитных моментов — непростая задача, так как необходимо точно знать абсорбционные части магнитных формфакторов, как непосредственно ясно из соотношений

$$\frac{\mu_p+\mu_n}{2}=\frac{1}{\pi}\int\limits_{(3\mu)^2}^{\infty} d\sigma^2\,\frac{\operatorname{Im} F_2^S(-\sigma^2)}{\sigma^2}, \tag{5.138}$$

$$\frac{\mu_p-\mu_n}{2}=\frac{1}{\pi}\int\limits_{(2\mu)^2}^{\infty} d\sigma^2\,\frac{\operatorname{Im} F_2^V(-\sigma^2)}{\sigma^2}. \tag{5.139}$$

Если выбрать более скромную позицию, приняв в качестве данных измеренные значения аномальных магнитных моментов, то дисперсионные соотношения с вычитанием

$$F_2^S(q^2)=\frac{\mu_p+\mu_n}{2}-\frac{q^2}{\pi}\int\limits_{(3\mu)^2}^{\infty} d\sigma^2\,\frac{\operatorname{Im} F_2^S(-\sigma^2)}{\sigma^2(\sigma^2+q^2-i\varepsilon)}, \tag{5.140}$$

$$F_2^V(q^2)=\frac{\mu_p-\mu_n}{2}-\frac{q^2}{\pi}\int\limits_{(2\mu)^2}^{\infty} d\sigma^2\,\frac{\operatorname{Im} F_2^V(-\sigma^2)}{\sigma^2(\sigma^2+q^2-i\varepsilon)} \tag{5.141}$$

могут оказаться более полезными в целом ряде других вопросов, так как неизвестный вклад, обусловленный высокими энергиями, играет в них значительно меньшую роль из-за лишнего множителя в подынтегральных выражениях.

Как мы увидим в следующем параграфе, нижние пределы дисперсных интегралов $(2\mu)^2$ и $(3\mu)^2$ определяются условием унитарности и G-инвариантностью сильных взаимодействий.

§ 6. Условие унитарности для формфакторов

Дисперсионные соотношения позволяют рассчитать формфакторы по их абсорбционным частям. Однако определение абсорбционных частей требует использования дополнительного условия, именно условия унитарности.

Формфакторы непосредственно не связаны с элементами S-матрицы; чтобы сформулировать для них условие унитарности, нужна некоторая изобретательность. Наиболее обычным образом это можно осуществить, отправляясь от формализма Лемана, Циммермана и Симанзика или рассматривая условие унитарности S-матрицы в присутствии внешнего электромагнитного поля (подобно тому как это было сделано, когда мы выражали формфакторы через гейзенберговские операторы). Здесь мы воспользуемся иным методом.

Имея в виду процесс, изображенный на фиг. 52, рассмотрим матричный элемент

$$\langle p,\ \bar{p}(-)\,|\,j_\mu(0)\,|\,0\rangle. \tag{5.142}$$

Ясно, что состояние $|p, \bar{p}(-)\rangle$ есть гейзенберговское состояние [на что и указывает знак $(-)$], поэтому мы не выделяем векторы особым шрифтом. Здесь $|p,\ \bar{p}\rangle$ означает состояние, в котором имеется нуклон с импульсом p и антинуклон с импульсом $\bar{p}$. Фаза этого состояния в отсутствие взаимодействий фиксируется условием

$$|\,p,\ \bar{p}\rangle = a^+(p)\,a^+(\bar{p})\,|\,0\rangle, \tag{5.143}$$

где $a^+(p)$ и $a^+(\bar{p})$ — операторы рождения нуклона с импульсом p и антинуклона с импульсом $\bar{p}$ соответственно. Для дальнейшего важно знать фазовое соотношение

$$|\,p,\ \bar{p}(\pm)\rangle = -\,|\,\bar{p},\ p(\pm)\rangle. \tag{5.144}$$

В представлении взаимодействия сразу же получаем

$$\langle p,\ \bar{p}\,|\,ie\bar{\psi}(0)\,\gamma_\mu\psi(0)\,|\,0\rangle = ie\,\langle p\,|\,\bar{\psi}(0)\,|\,0\rangle\,\gamma_\mu\,\langle\bar{p}\,|\,\psi(0)\,|\,0\rangle = \\ = ie\bar{u}(p)\,\gamma_\mu v(\bar{p}). \tag{5.145}$$

В представлении Гейзенберга имеем более общее выражение

$$\langle p,\ \bar{p}(-)\,|\,j_\mu(0)\,|\,0\rangle = \bar{u}(p)\left[F_1(q^2)\,i\gamma_\mu - F_2(q^2)\,i\sigma_{\mu\nu}q_\nu\right]v(\bar{p}), \tag{5.146}$$

где $q = p + \bar{p}$. Функции F в этом выражении те же, что и в задаче о рассеянии электронов на протонах, однако различным процессам соответствуют различные области изменения q^2.

Если предположить, что *сильные взаимодействия инвариантны* относительно обращения времени, то

$$\langle\alpha,\ (-)\,|\,j_0(0)\,|\,0\rangle = \langle 0\,|\,j_0(0)\,|\,\alpha^R,\ (+)\rangle, \qquad (5.147)$$

где учтено, что

$$|0^R\rangle = |0\rangle, \quad j_0(0)^R = j_0(0),$$

а α^R означает состояние, которое получится из состояния α при изменении направлений всех импульсов и моментов на противоположные. (В связи с этим см. теорему 6 в § 2 гл. 2.) Так как $j_0(0)$ — эрмитов оператор, то

$$\langle 0\,|\,j_0(0)\,|\,\alpha^R,\ (+)\rangle = \langle\alpha^R,\ (+)\,|\,j_0(0)\,|\,0\rangle^*. \qquad (5.148)$$

Более того, можно заменить α^R на α, так как оператор $j_0(0)$ и состояние, соответствующее вакууму, инвариантны относительно трехмерных вращений и пространственных отражений. Учитывая эти замечания, приходим к важному соотношению

$$\langle\alpha,\ (-)\,|\,j_0(0)\,|\,0\rangle = \langle\alpha,\ (+)\,|\,j_0(0)\,|\,0\rangle^*. \qquad (5.149)$$

Из этого соотношения следует равенство

$$\langle p,\ \bar p\,(+)\,|\,j_\mu(0)\,|\,0\rangle = \bar u(p)\left[F_1^*(q^2)\,i\gamma_\mu - F_2^*(q^2)\,i\sigma_{\mu\nu}q_\nu\right]v(\bar p), \qquad (5.150)$$

где $q=p+\bar p$. Далее соотношение (5.149) дает:

$$\langle\alpha,\ (-)\,|\,j_0(0)\,|\,0\rangle = \sum_\beta \langle\alpha,\ (-)\,|\,\beta,\ (+)\rangle\langle\beta,\ (+)\,|\,j_0(0)\,|\,0\rangle =$$

$$= \sum_\beta S_{\alpha\beta}\,\langle\beta,\ (-)\,|\,j_0(0)\,|\,0\rangle^*,$$

или

$$\langle\alpha,\ (-)\,|\,j_0(0)\,|\,0\rangle^* = \sum_\beta S_{\alpha\beta}^\dagger\,\langle\beta,\ (-)\,|\,j_0(0)\,|\,0\rangle. \qquad (5.151)$$

Лоренц-инвариантность позволяет распространить приведенное выше соотношение на пространственные компоненты 1, 2 и 3. Абсорбционная, или мнимая часть левой стороны уравнения (5.151) дается выражением

$$\operatorname{Im}\langle\alpha,\ (-)\,|\,j_\mu(0)\,|\,0\rangle =$$

$$= -\frac{(2\pi)^4}{2}\sum_\beta T_{\alpha\beta}^\dagger\,\delta^4(P_\alpha - P_\beta)\,\langle\beta,\ (-)\,|\,j_\mu(0)\,|\,0\rangle, \qquad (5.152)$$

где T определено согласно (5.74). Это и есть условие унитарности для формфакторов.

Комбинируя условие унитарности с дисперсионными соотношениями, мы получаем ряд интегральных уравнений,

с помощью которых можно определить формфакторы $\langle \alpha, (-) | j_\mu(0) | 0 \rangle$, если известны элементы S-матрицы сильных взаимодействий. К сожалению, элементы S-матрицы не известны, и для каждого случая приходится предугадывать разумную форму этих элементов.

Однако поучительно продемонстрировать, как можно выполнить эту программу, когда S-матрица известна, поэтому мы проиллюстрируем изложенный метод на примере квантовой электродинамики. Пусть

$$\langle p, \bar{p}(-) | j_\mu(0) | 0 \rangle = \bar{u}(p) \left[F_1(q^2) i\gamma_\mu - F_2(q^2) i\sigma_{\mu\nu} q_\nu \right] v(\bar{p}), \quad (5.153)$$

где p и $\bar{p}$ означают соответственно 4-импульсы электрона и позитрона в конечном состоянии. Функции F_1 и F_2 суть электрический и магнитный формфакторы электрона.

Во многих задачах квантовой электродинамики теория возмущений приводит к весьма разумным результатам, поэтому для матрицы T мы возьмем выражение, соответствующее наинизшему порядку теории возмущений. В первом порядке формфакторы равны

$$F_1^{(1)}(q^2) = -e, \quad F_2^{(1)}(q^2) = 0, \quad (5.154)$$

где $-e$ — отрицательный заряд электрона. Абсорбционные части формфакторов появляются, начиная с третьего порядка, поэтому в этом порядке мы и будем исследовать условие унитарности. Имеем

$$\operatorname{Im} \langle p, \bar{p}(-) | j_\mu^{(3)}(0) | 0 \rangle = -\frac{(2\pi)^4}{2} \sum_{p', \bar{p}'} \langle p, \bar{p} | T^{(2)\dagger} | p', \bar{p}' \rangle \times$$
$$\times \delta^4(P - P') \langle p', \bar{p}' | j_\mu^{(1)}(0) | 0 \rangle, \quad (5.155)$$

где $P = p + \bar{p}$, $P' = p' + \bar{p}'$.

Единственно возможные в этом порядке промежуточные состояния — это состояния электрон-позитронной пары, как видно на диаграммах Фейнмана фиг. 53. Во втором порядке матрица T эрмитова,

$$T^{(2)\dagger} = T^{(2)}. \quad (5.156)$$

Амплитуду рассеяния T можно рассчитать непосредственно, применяя теорию возмущений. Для плотности гамильтониана взаимодействия

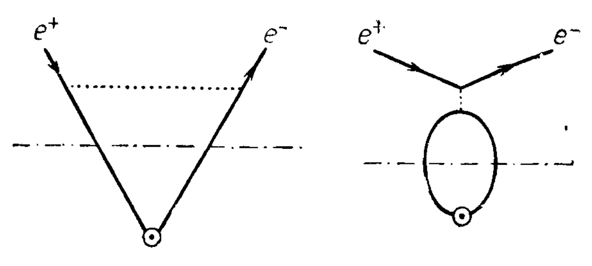
$$\mathscr{H}(x) = ie\bar{\psi}(x) \gamma_\mu \psi(x) A_\mu(x) = -j_\mu(x) A_\mu(x) \quad (5.157)$$

амплитуда $T^{(2)}$ дается выражением

$$-i(2\pi)^4\delta^4(P-P')\langle p,\ \bar{p}\,|\,T^{(2)}\,|\,p',\ \bar{p}'\rangle =$$
$$=\frac{(-i)^2}{2}\int d^4x_1\int d^4x_2\langle p,\ \bar{p}\,|\,T[\mathscr{H}(x_1),\ \mathscr{H}(x_2)]\,|\,p',\ \bar{p}'\rangle,$$

или, более подробно,

$$\langle p,\ \bar{p}\,|\,T^{(2)}\,|\,p',\ \bar{p}'\rangle = e^2\left[-\frac{1}{(p-p')^2}\bar{u}(p)\gamma_\lambda u(p')\times\right.$$
$$\left.\times\bar{v}(\bar{p}')\gamma_\lambda v(\bar{p})+\frac{1}{(p+\bar{p})^2}\bar{u}(p)\gamma_\lambda v(\bar{p})\,\bar{v}(\bar{p}')\gamma_\lambda u(p')\right]. \quad (5.158)$$



Фиг. 53. Диаграммы Фейнмана третьего порядка, описывающие формфакторы электрона. Штрих-пунктирная линия указывает то место, где следует вставлять промежуточные состояния.

Подставляя это выражение и выражение

$$\langle p',\ \bar{p}'\,|\,j_\mu^{(1)}(0)\,|\,0\rangle = -ie\bar{u}(p')\gamma_\mu v(\bar{p}') \quad (5.159)$$

в условие унитарности (5.155), получаем:

$$\bar{u}(p)\left[\operatorname{Im}F_1^{(3)}(q^2)\,i\gamma_\mu-\operatorname{Im}F_2^{(3)}(q^2)\,i\sigma_{\mu\nu}q_\nu\right]v(\bar{p}) =$$
$$=ie^3\frac{(2\pi)^4}{2}\int\frac{d^3p'}{(2\pi)^3}\int\frac{d^3\bar{p}'}{(2\pi)^3}\delta^4(p+\bar{p}-p'-\bar{p}')\times$$
$$\times\left[-\frac{1}{(p-p')^2}\bar{u}(p)\gamma_\lambda\frac{-ip'\gamma+m}{2p_0'}\gamma_\mu\frac{-i\bar{p}'\gamma-m}{2\bar{p}_0'}\gamma_\lambda v(\bar{p})+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{(p+\bar{p})^2}\bar{u}(p)\gamma_\lambda v(\bar{p})\operatorname{Sp}\left(\gamma_\mu\frac{-i\bar{p}'\gamma-m}{2\bar{p}_0'}\gamma_\lambda\frac{-ip'\gamma+m}{2p_0'}\right)\right] \quad (5.160)$$

(здесь мы воспользовались преобразованием Казимира). Изменяя в этом выражении порядок сомножителей, можно записать

его в следующем виде:

$$\frac{ie^3}{2(2\pi)^2}\int\frac{d^3p'}{2p_0'}\int\frac{d^3\bar{p}'}{2\bar{p}_0'}\,\delta^4(p+\bar{p}-p'-\bar{p}')\times$$

$$\times\Big[-\frac{1}{(p-p')^2}\bar{u}(p)\gamma_\lambda(-ip'\gamma+m)\gamma_\mu(-i\bar{p}'\gamma-m)\gamma_\lambda v(\bar{p})+$$

$$+\frac{1}{(p+\bar{p})^2}\bar{u}(p)\gamma_\lambda v(\bar{p})\,\mathrm{Sp}\left(\gamma_\mu(-i\bar{p}'\gamma-m)\gamma_\lambda(-ip'\gamma+m)\right)\Big]. \quad (5.161)$$

Введем далее замену переменных интегрирования

$$q=p+\bar{p}=p'+\bar{p}',$$
$$\Delta=\frac{p-\bar{p}}{2},\quad \Delta'=\frac{p'-\bar{p}'}{2} \quad (5.162)$$

и воспользуемся методом вычисления интегралов, описанным в § 11 гл. 4, а именно

$$\int\frac{d^3p'}{2p_0'}\int\frac{d^3\bar{p}'}{2\bar{p}_0'}\,\delta^4(p+\bar{p}-p'-\bar{p}')\ldots=$$

$$=\int d^4\Delta'\,\delta\left[\left(\frac{q}{2}+\Delta'\right)^2+m^2\right]\delta\left[\left(\frac{q}{2}-\Delta'\right)^2+m^2\right]\ldots \quad (5.163)$$

Рассчитаем аномальный магнитный момент электрона $F_2(0)$. Воспользовавшись формулами

$$\bar{u}(p)(ip\gamma+m)=(-i\bar{p}\gamma+m)v(\bar{p})=0,$$
$$\bar{u}(p)\Delta_\mu v(\bar{p})=\frac{i}{2}\bar{u}(p)\sigma_{\mu\nu}q_\nu v(\bar{p})$$

и

$$\gamma_\lambda\gamma_a\gamma_\lambda=-2\gamma_a,$$
$$\gamma_\lambda\gamma_a\gamma_b\gamma_\lambda=4\delta_{ab},$$
$$\gamma_\lambda\gamma_a\gamma_b\gamma_c\gamma_\lambda=-2\gamma_c\gamma_b\gamma_a,$$

после длинных, но достаточно элементарных выкладок окончательно получим

$$\mathrm{Im}\,F_2^{(3)}(q^2)=-\frac{em}{2}\left(\frac{e^2}{4\pi}\right)\frac{1}{\sqrt{-q^2(-q^2-4m^2)}}\,\theta(-q^2-4m^2). \quad (5.164)$$

Расчет мнимой части формфактора электрического заряда $\mathrm{Im}\,F_1^{(3)}(q^2)$ оказывается значительно более трудным; кроме того, в вычислениях появляется инфракрасная расходимость.

Аномальный магнитный момент электрона дается выражением

$$F_2^{(3)}(0)=\frac{1}{\pi}\int\limits_{(2m)^2}^{\infty} d\sigma^2 \frac{\operatorname{Im} F_2^{(3)}(-\sigma^2)}{\sigma^2}=$$

$$=-\frac{em}{2\pi}\alpha\int\limits_{4m^2}^{\infty} d\sigma^2 \frac{1}{\sigma^2\sqrt{\sigma^2(\sigma^2-4m^2)}}=$$

$$=-\left(\frac{\alpha}{2\pi}\right)\frac{e}{2m}. \qquad (5.165)$$

Дираковский магнитный момент равен $-e/2m$, следовательно, эта поправка изменяет полный магнитный момент так, что с точностью до третьего порядка он равен

$$-\left(1+\frac{\alpha}{2\pi}\right)\frac{e}{2m}. \qquad (5.166)$$

Этот результат согласуется с результатом Швингера [29].

Приведенный выше расчет иллюстрирует метод, с помощью которого можно вычислить формфакторы, комбинируя условие унитарности с дисперсионными соотношениями.

В заключение определим нижние пределы дисперсионных интегралов, основываясь на условии унитарности (5.152). Разобьем оператор плотности тока на две части в соответствии с их трансформационными свойствами в зарядовом пространстве:

$$j_\mu(x)=j_\mu^S(x)+j_\mu^V(x). \qquad (5.167)$$

Условие унитарности (5.152) можно применять порознь к j_μ^S и j_μ^V, если считать, что S-матрица [или T-матрица в (5.152)] зарядово независима. Нижние пределы дисперсионных интегралов для F^S и F^V определяются, следовательно, промежуточными состояниями с наименьшей массой, т. е. наименьшими значениями $m_{\beta'}^2$ и $m_{\beta''}^2$, удовлетворяющими условиям

$$\langle\beta'\,|\,j_\mu^S(0)\,|\,0\rangle\neq 0, \qquad \langle\beta''\,|\,j_\mu^V(0)\,|\,0\rangle\neq 0.$$

Как мы уже знаем, при G-сопряжении операторы плотности тока преобразуются следующим образом:

$$Gj_\mu^S(0)G^{-1}=-j_\mu^S(0), \qquad Gj_\mu^V(0)G^{-1}=j_\mu^V(0), \qquad (5.168)$$

поэтому для скалярных формфакторов промежуточные состояния должны иметь отрицательную G-четность, в то время как для векторных формфакторов эти состояния должны иметь положительную G-четность:

$$G\,|\beta'\rangle=-|\beta'\rangle, \qquad G\,|\beta''\rangle=|\beta''\rangle. \qquad (5.169)$$

Если взять состояние, в котором имеется n пионов, то при нечетных n оно будет давать вклад только в скалярные формфакторы, а при четных n — только в векторные формфакторы. Таким образом, наименьшее значение m_{β}^2, равно $(3\mu)^2$, а наименьшее значение $m_{\beta''}^2$ равно $(2\mu)^2$. Это показывает, что основанные на динамических соображениях расчеты изоскалярных формфакторов значительно труднее соответствующих расчетов изовекторных формфакторов, поскольку неизвестные вклады, обусловленные высокими энергиями, более существенны в первом случае, чем во втором.

§ 7. Вычисление нуклонных формфакторов. I

Исследование формфакторов нуклонов с помощью дисперсионных соотношений было начато Чу, Карплусом, Газиоровичем и Захариазеном [27], а также Федербушем, Голдбергером и Трайманом [28] и в дальнейшем было продолжено многими авторами. Основной результат этих работ состоял в признании существенной роли двухпионных промежуточных состояний. Последняя группа авторов, в частности, указала на важность поправок, связанных с перерассеянием в двухпионном состоянии, и обратили внимание на трудности, возникающие при попытках согласовать большую величину изоскалярного радиуса электрического заряда с малой величиной изоскалярной части магнитного момента. Эти авторы показали, что с помощью нуклон-антинуклонных или промежуточных $K\overline{K}$-состояний едва ли можно объяснить большую величину изоскалярного радиуса электрического заряда.

В этом параграфе мы ограничимся рассмотрением двухпионных промежуточных состояний и сформулируем эту задачу в рамках дисперсионной теории. Так как двухпионные состояния дают вклад только в изовекторную часть формфакторов, условие унитарности (5.152) можно выразить следующим образом:

$$\operatorname{Im}\langle\alpha, (-)|\, j_{\mu}^{V}(0)\,|\,0\rangle = -\frac{(2\pi)^4}{2}\sum_{\beta} T_{\alpha\beta}^{\dagger}\delta^4(P_\alpha - P_\beta)\langle\beta, (-)|\, j_{\mu}^{V}(0)\,|\,0\rangle, \tag{5.170}$$

где α обозначает нуклон-антинуклонное состояние, а β — двухпионное состояние. Запишем $T_{\alpha\beta}$ в виде

$$T_{\alpha\beta} = \frac{\overline{u}(p)\,Tv(\overline{p})}{\sqrt{2q_0}\sqrt{2q_0'}}. \tag{5.171}$$

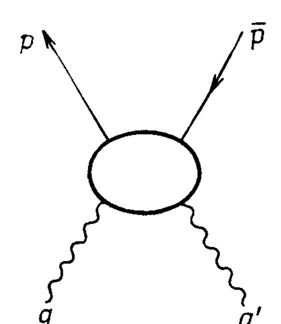
Здесь $p, \bar{p}$ и q, q' обозначают соответственно 4-импульсы нуклона и антинуклона в конечном состоянии и пионов в промежуточном состоянии. Закон сохранения энергии-импульса требует, чтобы

$$p+\bar{p}=q+q'. \tag{5.172}$$

На фиг. 54 показана диаграмма Фейнмана, соответствующая этому процессу. Обратим внимание, что она же, как выяснилось в § 5 этой главы, соответствует рассеянию пионов на нуклонах, если ее рассматривать с другой стороны. Действительно, как показывает уравнение

$$p+(-q')=-\bar{p}+q, \tag{5.173}$$

эта диаграмма соответствует рассеянию пиона с 4-импульсом q на нуклоне с 4-импульсом $-\bar{p}$, в результате которого нуклон приобретает 4-импульс p, а пион — 4-импульс $-q'$. Таким образом, T можно представить в виде



Фиг. 54. Диаграмма Фейнмана для процесса $\pi+\pi \to N+\bar{N}$.

$$T=-A+i\gamma Q \cdot B, \tag{5.174}$$

где A и B — функции ν и $\varkappa^2$, определенные в § 9 гл. 4. Переменные ν и $\varkappa^2$ определяются здесь соотношениями

$$P=\frac{1}{2}(p-\bar{p}), \qquad Q=\frac{1}{2}(q-q'),$$

$$\varkappa=\frac{1}{2}(q+q')=\frac{1}{2}(p+\bar{p}) \tag{5.175}$$

и

$$\nu=-\frac{PQ}{M}.$$

Следовательно, T можно рассматривать как известную величину, если A и B — известные функции ν и $\varkappa^2$ для задачи о рассеянии пионов на нуклонах.

Разложение матрицы T по изоспину можно представить в следующем виде:

$$T_{kj}=\delta_{kj}T^{(+)}+\frac{1}{2}[\tau_k, \tau_j]\,T^{(-)}, \tag{5.176}$$

где j и k — изотопические индексы пионов с 4-импульсами q и q' соответственно. Матрица $T^{\dagger}$ получается из матрицы T заменой выражений $A^{(\pm)}$ и $B^{(\pm)}$ на их комплексно сопряженные. Возьмем далее матричный элемент

$$\sqrt{4q_0q_0'}\,\langle q_j, q_k'(-)\,|\,j_\mu^V(0)\,|0\rangle=-i(q-q')_\mu\,\varepsilon_{jk3}F_\pi((q+q')^2), \tag{5.177}$$

где F_π — формфактор пиона. Такой вид матричного элемента $j_\mu^V(0)$ единственно возможен с точки зрения требований лоренц-инвариантности, зарядовой независимости и закона сохранения заряда. Величина ε_{jk3} определена соотношениями

$$\begin{aligned} &\varepsilon_{123} = -\varepsilon_{213} = 1, \\ &\varepsilon_{jk3} = 0 \text{ при всех других } j, k. \end{aligned} \tag{5.178}$$

В низшем порядке теории возмущений имеем

$$F_\pi(q^2) = e. \tag{5.179}$$

Однако соотношение

$$F_\pi(0) = e \tag{5.180}$$

является точным во всех порядках теории возмущений. Функция $F_\pi(q^2)$ удовлетворяет дисперсионному соотношению

$$F_\pi(q^2) = e - \frac{q^2}{\pi} \int_{(2\mu)^2}^{\infty} d\sigma^2 \frac{\operatorname{Im} F_\pi(-\sigma^2)}{\sigma^2(\sigma^2 + q^2 - i\varepsilon)}. \tag{5.181}$$

После подстановки приведенных выше формул условие унитарности (5.170) принимает вид

$$\begin{aligned} &\bar{u}(p)\left[\operatorname{Im} F_1^V(\Delta^2)\cdot i\gamma_\mu - \operatorname{Im} F_2^V(\Delta^2)\cdot i\sigma_{\mu\nu}(p+\bar{p})_\nu\right]\tau_3 v(\bar{p}) = \\ &= -\frac{(2\pi)^4}{2\times 2}\int \frac{d^3q}{(2\pi)^3}\int \frac{d^3q'}{(2\pi)^3}\delta^4(p+\bar{p}-q-q')\bar{u}(p)T_{kj}^* v(\bar{p})\times \\ &\times (4q_0q_0')^{-1}(-i)(q-q')_\mu \varepsilon_{jk3}F_\pi(\Delta^2) = \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2}\int \frac{d^3q}{2q_0}\int \frac{d^3q'}{2q_0'}\bar{u}(p)\left(-A^{(-)^*} + i\gamma Q\cdot B^{(-)^*}\right)\tau_3 v(\bar{p})\times \\ &\times \delta^4(p+\bar{p}-q-q')\frac{1}{2}(q-q')_\mu F_\pi(\Delta^2) = \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2}\int d^4Q\,\delta\left[\left(\frac{\Delta}{2}+Q\right)^2+\mu^2\right]\delta\left[\left(\frac{\Delta}{2}-Q\right)^2+\mu^2\right]\times \\ &\times \bar{u}(p)\left(-A^{(-)^*} + i\gamma Q\cdot B^{(-)^*}\right)\tau_3 v(\bar{p})\,Q_\mu F_\pi(\Delta^2), \end{aligned} \tag{5.182}$$

где $\Delta = 2\varkappa = q + q'$. Кроме того, в этих выкладках мы воспользовались соотношением

$$T_{kj}^*\varepsilon_{jk3} = -2i\left(-A^{(-)^*} + i\gamma Q\cdot B^{(-)^*}\right)\tau_3$$

и при суммировании по q, q', j и k ввели множитель $1/2$, чтобы учесть бозонную природу пионов.

Величины $A^{(-)}$ и $B^{(-)}$ зависят от Q благодаря тому, что $\nu = -PQ/M$, а интегрирование по Q дает возможность преобразовать (5.182) к виду

$$\begin{aligned} \operatorname{Im} F_1^V(\Delta^2) &= [M\alpha(\Delta^2) + \beta_1(\Delta^2) + M^2\beta_2(\Delta^2)] \frac{F_\pi(\Delta^2)}{(2\pi)^2}, \\ \operatorname{Im} F_2^V(\Delta^2) &= \left[-\frac{1}{2}\alpha(\Delta^2) - \frac{1}{2}M\beta_2(\Delta^2)\right] \frac{F_\pi(\Delta^2)}{(2\pi)^2}, \end{aligned} \tag{5.183}$$

где

$$\begin{aligned} \alpha(\Delta^2) &= -\int d^4Q\,\delta\left(Q^2 + \frac{\Delta^2}{4} + \mu^2\right)\delta(2\,\Delta Q)\,\frac{PQ}{P^2}\,A^{(-)*}\left(\nu, \frac{\Delta^2}{4}\right), \\ \beta_1(\Delta^2) &= \int d^4Q\,\delta\left(Q^2 + \frac{\Delta^2}{4} + \mu^2\right)\delta(2\,\Delta Q) \times \\ &\times \frac{P^2Q^2 - (PQ)^2}{2P^2}\,B^{(-)*}\left(\nu, \frac{\Delta^2}{4}\right), \\ \beta_2(\Delta^2) &= \int d^4Q\,\delta\left(Q^2 + \frac{\Delta^2}{4} + \mu^2\right)\delta(2\,\Delta Q) \times \\ &\times \frac{P^2Q^2 - 3(PQ)^2}{2(P^2)^2}\,B^{(-)*}\left(\nu, \frac{\Delta^2}{4}\right). \end{aligned} \tag{5.184}$$

Вспоминая, что $P^2 = -M^2 - (\Delta^2/4)$, заметим, что эти интегралы зависят только от Δ^2. Амплитуды пион-нуклонного рассеяния $A^{(-)}$ и $B^{(-)}$ суть аналитические функции ν и с помощью дисперсионных соотношений могут быть продолжены в нефизическую область. Здесь нам необходимо знать значения этих амплитуд при отрицательных Δ^2, т. е. для нефизических значений переданного импульса. Указанное продолжение в нефизическую область было выполнено в работах [27, 28] путем разложения по полиномам Лежандра, хотя вопрос о сходимости такого разложения весьма сомнителен. Более того, в духе Чу, Голдбергера, Лоу и Намбу [2] во внимание принимался лишь вклад от состояния, соответствующего (3, 3)-резонансу.

Приближенные выражения для $A^{(-)}$ и $B^{(-)}$ даются формулами (5.14) и (5.15); более развернуто их можно записать в виде

$$\begin{aligned} \frac{A^{(-)}}{4\pi} &= 3\,\frac{W+M}{E+M}\left(1 - \frac{\Delta^2}{2q^2}\right) f_3^{(-)} + \frac{W-M}{E-M}\,f_3^{(-)}, \\ \frac{B^{(-)}}{4\pi} &= \frac{3}{E+M}\left(1 - \frac{\Delta^2}{2q^2}\right) f_3^{(-)} - \frac{1}{E-M}\,f_3^{(-)}, \end{aligned} \tag{5.185}$$

где использованы те же обозначения, что и в § 1 этой главы, причем $\Delta^2 = 4\varkappa^2$. Зависимость амплитуды $f_3^{(-)}$ от W приближенно определяется выражением

$$\frac{2M}{\pi q}\,\frac{4\pi \operatorname{Im} f_3^{(-)}}{q} = -\frac{4}{9}\,G^2\left(1 + \frac{w_R}{M}\right)\delta\left[W^2 - (M + w_R)^2\right]. \tag{5.186}$$

Используя эту аппроксимацию и полагая $F_\pi(\Delta^2)=e$, можно рассчитать целый ряд различных параметров. В табл. 12 мы приводим сводку результатов работы [28], авторы которой вычислили дисперсионные интегралы в интервале $4\mu^2 < -\Delta^2 < 4M^2$. В третьем столбце табл. 12 приведены данные расчетов, в кото-

Таблица 12

Вклады двухпионных состояний в изовекторную часть магнитного момента μ_V, в среднеквадратичный радиус плотности магнитного момента $\langle r^2\rangle_{2V}$ и в среднеквадратичный радиус плотности электрического заряда $\langle r^2\rangle_{1V}$

	$\mu_V,\ \frac{e}{2M}$	$\langle r^2\rangle_{2V},\ \frac{1}{\mu^2}$	$\langle r^2\rangle_{1V},\ \frac{1}{\mu^2}$
Теория возмущений ($4\mu^2 \to \infty$)	1,67	0,12	0,24
Теория возмущений ($4\mu^2 \to 4M^2$)	0,87	0,22	0,19
Теория возмущений + перерассеяние ($4\mu^2 \to 4M^2$)	1,90	0,16	0,03
Эксперимент	1,85	0,4	0,4

рых учитывался упомянутый уже (3, 3)-резонанс. Значения изовекторной части магнитного момента весьма хорошо согласуются с данными эксперимента [1]), однако в отношении $\langle r^2\rangle_{1V}$ и $\langle r^2\rangle_{2V}$ теория дала неудовлетворительные предсказания: теоретические значения оказались слишком малы по сравнению с соответствующими экспериментальными данными. Это указывает, что для улучшения согласия с экспериментом необходимо каким-то образом увеличить низкоэнергетическую часть вклада двухпионных состояний, как непосредственно видно из формулы

$$\langle r^2\rangle = \frac{\frac{6}{\pi}\int d\sigma^2 \frac{\operatorname{Im} F(-\sigma^2)}{\sigma^4}}{F(0)}. \tag{5.187}$$

Представленные в этом параграфе расчеты, хотя и неудачные сами по себе, внесли ясность в вопрос о том, какие участки теории нуждаются в доработке.

§ 8. Вычисление нуклонных формфакторов. II

Все расчеты в предыдущем параграфе основывались на предположении о доминирующей роли (3, 3)-резонанса. Но решение вопроса о том, что именно доминирует в данном процессе, зави-

[1]) Представленные здесь результаты аналогичны результатам различных авторов, которые пользовались статической моделью Чу — Лоу [30—34].

сит как от природы процесса, так и от области энергий, в которой он рассматривается. Амплитуды рассеяния пионов на нуклонах в задаче о вычислении нуклонных формфакторов приходится рассматривать лишь в нефизической области. С другой стороны, двухпионные промежуточные состояния, как показывают расчеты предыдущего параграфа, могли бы дать более существенный вклад, чем это предполагалось раньше. Исходя из указанных соображений, Фрезер и Фулко предположили, что при рассеянии пионов на пионах имеется резонанс.

В предыдущем параграфе мы пользовались неоправданным приближением, полагая

$$F_\pi(q^2) = e, \tag{5.188}$$

но если взаимодействие пионов с пионами существенно, это должно проявиться в зависимости пионного формфактора от q^2. Условие унитарности для матричного элемента

$$\langle 2\pi\text{-мезона} | j_\mu(0) | 0 \rangle$$

гласит:

$$\langle q_1, q_2(-) | j_\mu^V(0) | 0 \rangle =$$
$$= \sum_{q_1', q_2'} \langle q_1, q_2(-) | q_1', q_2'(+) \rangle \langle q_1', q_2'(+) | j_\mu^V(0) | 0 \rangle \tag{5.189}$$

(здесь мы удержали только двухпионные промежуточные состояния). Из закона сохранения тока $\partial_\mu j_\mu = 0$ можно заключить, что в системе центра инерции двухпионной системы временна́я компонента $\langle 2\pi | j_\mu(0) | 0 \rangle$ равна нулю, поэтому матричный элемент не исчезает лишь при $J = 1$, где J — полный момент двухпионной системы. Кроме того, изоспин двухпионной системы должен равняться единице, поскольку $j_\mu^V(0)$ есть изовектор. Двухпионная система в состоянии с $I = J = 1$ полностью характеризуется своей полной энергией. Следовательно, в равенстве (5.189) матричный элемент S-матрицы определяется выражением вида $\exp(2i\delta)$, где δ — фаза пион-пионного рассеяния в состоянии с $I = J = 1$; таким образом, равенство (5.189) можно переписать иначе:

$$F_\pi(q^2) = e^{2i\delta(q^2)} F_\pi^*(q^2), \tag{5.190}$$

где $-q^2$ означает квадрат полной энергии двухпионной системы в системе центра инерции. Это соотношение определяет фазу формфактора пиона. В дополнение к соотношению (5.190) нам в силу дисперсного соотношения (5.181) известны аналитические свойства $F_\pi(q^2)$. Следует заметить, что соотношение (5.190)

является точным лишь в области $4\mu^2 < -q^2 < 16\mu^2$. Выше $16\mu^2$ (порог четырехпионного канала, которым мы пренебрегаем) это соотношение перестает быть точным. Пользуясь фазовым соотношением (5.190) и аналитическими свойствами, можно определить функцию $F_\pi(q^2)$. Из соотношения (5.190) имеем:

$$\operatorname{Im} F_\pi(q^2) = \operatorname{tg} \delta(q^2) \cdot \operatorname{Re} F_\pi(q^2). \tag{5.191}$$

Подставив это равенство в дисперсионное соотношение (5.181), получим интегральное уравнение для $\operatorname{Re} F_\pi(q^2)$, которое иногда называют уравнением Омнеса. Решение уравнения Омнеса изучалось целым рядом авторов (см. [35, 36], а также [28]).

Ниже мы изложим краткий, хотя и не вполне строгий, путь решения этого уравнения. Из фазового соотношения (5.190) находим:

$$\operatorname{Im}[\ln F_\pi(q^2)] = \delta(q^2) \quad \text{при} \quad -q^2 > 4\mu^2. \tag{5.192}$$

Функция $F_\pi(q^2)$ аналитична в плоскости комплексного переменного q^2 с разрезом вдоль действительной оси от $-4\mu^2$ до $-\infty$, поэтому $\ln F$ — также аналитическая функция в той же плоскости при условии, что $|F|$ не обращается в нуль. Следовательно, для $\ln F_\pi(q^2)$ можно записать следующее дисперсионное соотношение:

$$\ln F_\pi(q^2) = \frac{1}{\pi} \int_{4\mu^2}^{\infty} d\sigma^2 \frac{\operatorname{Im}[\ln F_\pi(-\sigma^2)]}{\sigma^2 + q^2 - i\varepsilon} + C, \tag{5.193}$$

где C — произвольная действительная константа. Можно также записать дисперсионное соотношение с одним вычитанием:

$$\ln F_\pi(q^2) = -\frac{q^2}{\pi} \int_{4\mu^2}^{\infty} d\sigma^2 \frac{\operatorname{Im}[\ln F_\pi(-\sigma^2)]}{\sigma^2(\sigma^2 + q^2 - i\varepsilon)} + C'. \tag{5.194}$$

В общем случае вместо действительной константы можно добавить произвольный действительный полином от q^2, однако, чтобы не рассматривать более одного вычитания, мы такую возможность обсуждать не будем. Из соотношения (5.194) получаем:

$$F_\pi(q^2) = C'' \exp\left[-\frac{q^2}{\pi} \int_{4\mu^2}^{\infty} d\sigma^2 \frac{\delta(-\sigma^2)}{\sigma^2(\sigma^2 + q^2 - i\varepsilon)}\right]. \tag{5.195}$$

Входящая сюда константа $C'' = \exp C'$ определяется граничным условием (5.180); таким образом, имеем

$$F_\pi(q^2) = e \cdot \exp\left[-\frac{q^2}{\pi} \int_{4\mu^2}^{\infty} d\sigma^2 \frac{\delta(-\sigma^2)}{\sigma^2(\sigma^2 + q^2 - i\varepsilon)}\right]. \tag{5.196}$$

В качестве следующего шага исследуем влияние пион-пионного рассеяния на матричный элемент $T^{\dagger}_{\alpha\beta}$, входящий в условие унитарности (5.170). Этот вопрос изучали Фрезер и Фулко [37] на основе представления Мандельстама; мы рассмотрим его в несколько упрощенном виде, не обращаясь явным образом к представлению Мандельстама.

Используя в качестве переменной величину q^2 вместо Δ^2, перепишем равенство (5.183) следующим образом:

$$\begin{aligned} \operatorname{Im} F_1^V(q^2) &= J_1^*(q^2) F_\pi(q^2), \\ \operatorname{Im} F_2^V(q^2) &= J_2^*(q^2) F_\pi(q^2). \end{aligned} \tag{5.197}$$

Чтобы вычислить J_1 и J_2, применим к ним условие унитарности. Величины J_1 и J_2 суть амплитуды реакции $\pi+\pi\rightarrow N+\overline{N}$; поэтому, удерживая в условии унитарности только двухпионные промежуточные состояния, будем иметь

$$J_{1,\,2}(q^2) = e^{2i\delta(q^2)} J^*_{1,\,2}(q^2). \tag{5.198}$$

Этот результат согласуется с соотношениями (5.197) в том смысле, что левые части их становятся действительными, как это и должно быть. Если учесть вклады от других промежуточных состояний, условие унитарности для J дает

$$\operatorname{Im} J_{1,\,2}(q^2) = J^*_{1,\,2}(q^2) e^{i\delta} \sin\delta + \operatorname{Im}\,[J_{1,\,2}(q^2)]_0, \tag{5.199}$$

где второе слагаемое справа представляет вклады всех промежуточных состояний, кроме двухпионных. В области энергий $4\mu^2 < -q^2 < 16\mu^2$ первый член справа сам по себе действителен, а второй член обращается в нуль. Если пренебречь пион-пионным взаимодействием, то величина $J_{1,\,2}(q^2)$ будет равна $[J_{1,\,2}(q^2)]_0$; последнее же выражение в области $4\mu^2 < -q^2 < 16\mu^2$ действительно. Следовательно, влияние пион-пионного взаимодействия в конечном состоянии сказывается в появлении фазы δ у величины $J_{1,\,2}(q^2)$. Предполагая, что $J_{1,\,2}$ — аналитические функции q^2, мы можем применить к ним дисперсионные соотношения и написать

$$J_{1,\,2}(q^2) = [J_{1,\,2}(q^2)]_0 \exp\left[-\frac{q^2}{\pi}\int\limits_{4\mu^2}^{\infty} d\sigma^2 \frac{\delta(-\sigma^2)}{\sigma^2(\sigma^2+q^2-i\varepsilon)}\right]. \tag{5.200}$$

При этом мы существенно опирались на предположение, что амплитуды рассеяния пионов на нуклонах аналитичны как по энергии, так и по переданному импульсу, что в свою очередь является основным постулатом мандельстамовского представле-

ния. Кроме того, следует отметить, что соотношение (5.200) было выведено из (5.199) приближенным методом.

Суммируем результаты:

$$\operatorname{Im} F_{1,2}^{V}(q^2) = \operatorname{Im}\left[F_{1,2}^{V}(q^2)\right]_0 \cdot \exp\left[-\frac{2q^2}{\pi}\int_{4\mu^2}^{\infty} d\sigma^2 \frac{\delta(-\sigma^2)}{\sigma^2(\sigma^2+q^2)}\right], \quad (5.201)$$

где $[F_{1,2}^{V}(q^2)]_0$ определяют формфакторы в пренебрежении эффектами пион-пионного рассеяния.

Чтобы акцентировать эффекты пион-пионного рассеяния, мы предположим, что для фазы рассеяния справедлива резонансная формула Брейта — Вигнера

$$e^{i\delta}\sin\delta = \frac{\gamma k^3}{(t_R - t) - i\gamma k^3}, \quad (5.202)$$

где $t = -q^2 = 4(k^2 + \mu^2)$, а k — величина импульса в системе центра инерции. Отсюда находим

$$F_\pi(q^2) = C\,\frac{e^{i\delta}\sin\delta}{k^3} = C\,\frac{\gamma}{(t_R - t) - i\gamma k^3}. \quad (5.203)$$

Постоянную интегрирования C можно определить с помощью граничного условия

$$e = F_\pi(0) \approx C\,\frac{\gamma}{t_R} \quad (5.204)$$

в предположении, что $t_R \gg \mu^2$.

Для пространственноподобных q мнимая часть в знаменателе несущественна, поэтому формфактор пиона можно аппроксимировать выражением

$$F_\pi(q^2) = e\left[1 - \alpha + \frac{\alpha}{1 + (q^2/t_R)}\right]. \quad (5.205)$$

Аналогичные формулы были получены для изовекторных формфакторов нуклонов; кроме того, выражения такого же вида, как отмечалось в § 4 этой главы, используются при феноменологическом описании экспериментальных данных.

Руководствуясь соображениями, подобными изложенным выше, Фрезер и Фулко [38] выполнили тщательный анализ изовекторных формфакторов нуклонов. В результате им удалось получить экспериментальные значения величин μ_V, $\langle r^2\rangle_{1V}$ и $\langle r^2\rangle_{2V}$. Наилучшее согласие теории с экспериментом они получили при значении массы резонона приблизительно 3μ. Этот резонон представляет собой нестабильный векторный мезон, так как его спин равен единице, четность отрицательна, а изоспин

равен также единице. Этот векторный мезон можно отождествить с открытым позднее в других процессах ρ-мезоном.

В § 4 этой главы мы выяснили, что электрический радиус нейтрона весьма мал, поэтому его изоскалярный и изовекторный формфакторы должны взаимно сокращаться. Даже в случае изовекторных формфакторов нам пришлось ввести в рассмотрение резонанс, чтобы увеличить вклад, обусловленный областью низких энергий. Отсюда нетрудно видеть, что в случае изоскалярных формфакторов ситуация еще более серьезна, поскольку для них нижний предел дисперсионных интегралов равен $9\mu^2$, а не $4\mu^2$, как для изовекторных формфакторов. Для объяснения упомянутого выше сокращения изоскалярного и изовекторного формфакторов представляется неизбежным предположить, что существует изоскалярный резонанс. Намбу [39] выдвигал предположение о изоскалярном векторном мезоне еще до Фрезера и Фулко. Изоскалярный векторный мезон, называемый ω-мезоном, действительно недавно был обнаружен, как мы узнаем в § 10, в целом ряде других процессов. С другой стороны, Чу [40] привел соображения в пользу существования изоскалярного векторного мезона, исходя из резонанса Фрезера — Фулко, т. е. опираясь на их анализ изовекторных формфакторов. Если два пиона притягиваются друг к другу в P-состоянии, образуя резонон, то три пиона также могли бы посредством сильного притяжения образовать резонон, такой, что в нем каждая пара пионов находилась бы в связанном состоянии с относительным моментом 1. Резонон такой «конструкции» вел бы себя как вектор в обычном пространстве и как изоскаляр в зарядовом пространстве. Для последующих ссылок выясним, каким образом этому трехпионному резонансу приписывается значение изоспина. При описанной выше конфигурации координатная часть волновой функции системы трех пионов полностью антисимметрична, так что в силу статистики Бозе изоспиновая часть волновой функции системы также должна быть полностью антисимметричной. Существует, однако, лишь одна изоспиновая волновая функция такого рода; она дается детерминантом Слэтера

$$\frac{1}{\sqrt{6}}\begin{vmatrix} \pi^+(1) & \pi^+(2) & \pi^+(3) \\ \pi^0(1) & \pi^0(2) & \pi^0(3) \\ \pi^-(1) & \pi^-(2) & \pi^-(3) \end{vmatrix}. \tag{5.206}$$

Эта волновая функция является собственной функцией оператора изоспина с собственным значением

$$I=0. \tag{5.207}$$

Таким образом, предсказания Чу и Намбу оказались одинаковыми, хотя основывались они на анализе различных наборов формфакторов.

§ 9. Представление Мандельстама

До сих пор мы изучали аналитические свойства различных амплитуд, считая их функциями полной энергии. Используя в качестве переменной полную энергию, мы писали так называемые одномерные дисперсионные соотношения, комбинируя их затем с условием унитарности, чтобы построить динамическую теорию S-матрицы. Такой подход, однако, страдает целым рядом недостатков:

1. В дисперсионные соотношения для пион-нуклонного рассеяния не входит константа пион-пионного взаимодействия, поэтому надлежащим образом учесть столь существенное взаимодействие пионов с пионами не удается. В работе Чу, Голдбергера, Лоу и Намбу [2] эффекты, обусловленные пион-пионным взаимодействием, учитываются неявным образом, так как предполагается, что экспериментальное значение величины ω_R весьма чувствительно к этим эффектам.

2. Вопрос о нуклонных формфакторах связан с необходимостью аналитического продолжения амплитуд пион-нуклонного рассеяния как функций переданного импульса.

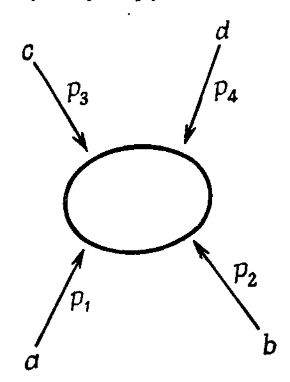
В этой ситуации Мандельстам [41] предложил для амплитуд двойное интегральное представление, носящее теперь его имя.

В качестве примера рассмотрим одномерные дисперсионные соотношения для процесса

$$\pi+\pi\to N+\overline{N}. \tag{5.208}$$

Мы уже встречались с этим процессом в одном из предыдущих параграфов — он описывается теми же амплитудами, что и рассеяние пионов на нуклонах. Это понятно с точки зрения правил Фейнмана для матричных элементов в теории возмущений. Инвариантные амплитуды $A^{(\pm)}$ и $B^{(\pm)}$, рассчитанные по теории возмущений, являются функциями только инвариантных скалярных произведений 4-импульсов внешних частиц. При этом результаты расчетов остаются в силе независимо от того, какие именно 4-импульсы соответствуют падающим, а какие уходящим частицам, поскольку эти функции не зависят от знака энергетических компонент 4-импульсов. Следовательно, один и тот же расчет применим как к рассеянию пионов на нуклонах, так и к рождению нуклон-антинуклонных пар в пион-пионных столкновениях. Единственное различие заключается в том, что амплитуды этих процессов, хотя они и заданы одними и теми

же функциями, интересуют нас в разных областях изменения скалярных переменных. Но теперь, когда энергия, служащая в процессе (5.208) независимой переменной, есть не что иное, как переданный импульс в пион-нуклонном рассеянии, мы можем написать для амплитуд рассеяния пионов на нуклонах дисперсионные соотношения и по энергии, и по переданному импульсу; другими словами, эти инвариантные амплитуды являются аналитическими функциями обеих указанных переменных. Мандельстам сформулировал этот вывод следующим образом.



Фиг. 55. Диаграмма Фейнмана, описывающая в общем случае рассеяние двух частиц друг на друге.

Рассмотрим изображенную на фиг. 55 диаграмму Фейнмана и предположим для простоты, что все частицы — a, b, c и d — бесспиновые; тогда амплитуды трех нижеследующих процессов:

$$\begin{aligned} a+d &\to \bar{b}+\bar{c}, \\ b+d &\to \bar{a}+\bar{c}, \\ c+d &\to \bar{a}+\bar{b} \end{aligned} \qquad (5.209)$$

будут описываться одними и теми же функциями. Кроме того, этими же функциями описываются процессы, получающиеся из данных с помощью зарядового сопряжения. Формально 4-импульсы p_1, p_2, p_3 и p_4 соответствуют падающим частицам. Из числа этих импульсов два импульса будут положительными временноподобными векторами, а два других, фактически соответствующие уходящим частицам, — отрицательными временноподобными векторами. Закон сохранения энергии-импульса выражается условием

$$p_1+p_2+p_3+p_4=0, \qquad (5.210)$$

и все четыре частицы находятся на поверхности масс:

$$p_i^2+m_i^2=0 \quad (i=1,\ 2,\ 3,\ 4). \qquad (5.211)$$

Таким образом, из четырех 4-импульсов можно образовать два независимых скалярных произведения. Определим три инвариантных скаляра

$$\begin{aligned} s_1 &= -(p_1+p_4)^2 = -(p_2+p_3)^2, \\ s_2 &= -(p_2+p_4)^2 = -(p_1+p_3)^2, \\ s_3 &= -(p_3+p_4)^2 = -(p_1+p_2)^2; \end{aligned} \qquad (5.212)$$

каждый из них представляет полную энергию в системе центра инерции соответствующего процесса (5.209). Эти скаляры не независимы и удовлетворяют соотношению

$$s_1+s_2+s_3=m_1^2+m_2^2+m_3^2+m_4^2. \tag{5.213}$$

Амплитуды всех трех процессов (5.209) описываются одной и той же функцией $T(s_1, s_2, s_3)$. Так как эта функция аналитическая по обеим переменным s_1 и s_2, то ее можно представить следующим образом:

$$\int\int \frac{\rho(s_1', s_2')}{(s_1'-s_1)(s_2'-s_2)}\, ds_1'\, ds_2'. \tag{5.214}$$

Учитывая далее возможные вычитания, а также алгебраическое тождество

$$\frac{1}{(a-s_1)(b-s_2)}=$$
$$=-\frac{1}{(a-s_1)\left[\left(\sum m_i^2-a-b\right)-s_3\right]}-\frac{1}{(b-s_2)\left[\left(\sum m_i^2-a-b\right)-s_3\right]},$$

мы можем представить амплитуду T в следующем наиболее общем и симметричном виде:

$$T(s_1, s_2, s_3)=\frac{1}{\pi}\int ds_1' \frac{\rho_1(s_1')}{s_1'-s_1}+\frac{1}{\pi}\int ds_2' \frac{\rho_2(s_2')}{s_2'-s_2}+$$
$$+\frac{1}{\pi}\int ds_3' \frac{\rho_3(s_3')}{s_3'-s_3}+\frac{1}{\pi^2}\int\int ds_1' ds_2' \frac{\rho_{12}(s_1', s_2')}{(s_1'-s_1)(s_2'-s_2)}+$$
$$+\frac{1}{\pi^2}\int\int ds_1' ds_3' \frac{\rho_{13}(s_1', s_3')}{(s_1'-s_1)(s_3'-s_3)}+$$
$$+\frac{1}{\pi^2}\int\int ds_2' ds_3' \frac{\rho_{23}(s_2', s_3')}{(s_2'-s_2)(s_3'-s_3)}. \tag{5.215}$$

Физическая амплитуда, соответствующая, скажем, первому из процессов, перечисленных в (5.209), или, как говорят, соответствующая каналу s_1, определяется граничным значением функции T:

$$T_1(s_1, s_2, s_3)=\lim_{\varepsilon\to+0} T[s_1+i\varepsilon, s_2, s_3]. \tag{5.216}$$

Этим условием задается путь интегрирования тех членов, знаменатели которых содержат s_1'.

В предыдущей главе условие унитарности применялось нами только к одному из каналов реакции; теперь же мы можем применить его ко всем трем каналам, так что многие различные процессы окажутся связанными между собой посредством условия унитарности. Например, амплитуда рассеяния пионов на пионах войдет в условие унитарности для процесса $\pi+\pi\rightarrow N+\bar{N}$, который описывается тем же набором функций, что и рассеяние пионов на нуклонах. Фактически можно было бы обобщить изложенную в гл. 4 программу, связывая эти представляющие различные пионные реакции амплитуды с помощью представления Мандельстама (разумеется, при условии, что каналами, которые содержат более двух частиц, можно пренебречь). Однако подобные вопросы выходят далеко за рамки настоящей книги и мы не будем их обсуждать; интересующимся читателям следует обратиться к монографии Чу [42], посвященной теории S-матрицы.

Одним из наиболее важных приложений представления Мандельстама является вывод дисперсионных соотношений для парциальных волн. Условие унитарности выглядит наиболее просто, если его применять к парциальным амплитудам, поэтому дисперсионные соотношения для парциальных амплитуд могут быть использованы в практических расчетах. С помощью представления Мандельстама можно осуществить разложение амплитуд пион-нуклонного рассеяния по парциальным волнам, не столкнувшись с такими усложнениями, как в теории Чу, Голдбергера, Лоу и Намбу, где свойства аналитичности амплитуд по переданному импульсу не используются.

§ 10. Экспериментальные основания многопионных резонансов

Возможность существования нестабильных векторных мезонов выявили теоретические исследования нуклонных формфакторов. В дальнейшем было выполнено большое число экспериментов по наблюдению рождения этих нестабильных мезонов в реакциях типа

$$\pi+N\rightarrow N+2\pi \qquad (5.217)$$

в области высоких энергий. Чу и Лоу [43] предложили метод, позволяющий путем экстраполяции в нефизическую область наблюдаемого сечения процесса (5.217) определить сечение пион-пионного рассеяния. На основе их метода было проделано множество измерений сечения пион-пионного рассеяния. Более подробно этот метод будет рассмотрен в § 12 этой главы.

1. ρ-мезон. Стремясь объяснить наличие второго максимума в полном сечении рассеяния отрицательных пионов на протонах, Дайсон [44] и Такеда [45] еще в 1955 г. высказали предположение о существовании резонансных состояний в пион-пионном рассеянии соответственно при $I=0$ и $I=1$. В связи с предположениями, высказанными при теоретическом анализе нуклонных формфакторов, вновь оживился интерес экспериментаторов к процессу (5.217) и благодаря экстраполяционному методу Чу — Лоу было измерено сечение рассеяния пионов на пионах [46—49]. Анализ энергетической и угловой зависимости сечения пион-пионного рассеяния позволил установить существование резонанса в состоянии с $I=J=1$, или, другими словами, существование ρ-мезона. Масса ρ-мезона и его ширина соответственно равны

$$m_\rho = 725\ \textit{Мэв}, \qquad \Gamma_\rho \approx 100\ \textit{Мэв}. \tag{5.218}$$

2. ω-мезон. Для наблюдений ω-мезона или изоскалярного резонанса мы не можем воспользоваться процессом (5.217), поскольку G-четности двухпионной системы и ω-мезона противоположны: у двухпионной системы она положительна, а у ω-мезона отрицательна.

Существование ω-мезона впервые установили Маглик с сотр. [50], исследовав с помощью пучка антипротонов с импульсами 1,61 *Гэв/с* распределение полной массы системы $(\pi^+\pi^0\pi^-)$ в процессе

$$\bar{p} + p \to 2\pi^+ + 2\pi^- + \pi^0. \tag{5.219}$$

Эти исследования обнаружили острый пик вблизи 780 *Мэв*, заметно отклоняющийся от статистического распределения. Этот пик можно приписать резонансу. Так как ни при каких других комбинациях зарядов трех пионов пиков обнаружено не было, изоспин ω-мезона следует считать равным нулю. Интересно также, что в аннигиляционном процессе (5.219) образование пионов происходит главным образом через промежуточные ω- и ρ-мезоны:

$$\bar{p} + p \to \begin{cases} \rho^0 + 3\pi & 36\%, \\ \rho^\pm + 3\pi & 25\%, \\ \omega^0 + 2\pi & 10\%, \end{cases} \tag{5.220}$$

однако при этом не было обнаружено рождения пар ρ-мезонов или смешанных ρω-пар.

Анализ процесса

$$\bar{p} + p \to 7\pi \tag{5.221}$$

также подтвердил существование ω-мезона [51]. Оказалось, что приблизительно 33±8% всех аннигиляций происходит через промежуточный ω-мезон. Вопрос о том, какие значения спина и четности следует приписать ω-мезону, решался с помощью фазовых диаграмм Далитца (см. [51]), которые мы обсудим в § 2 гл. 7. Было найдено, что предположение о векторном характере ω-мезона, как и следовало ожидать, наилучшим образом согласуется с данными эксперимента.

3. η-мезон. Во время поисков трехпионных резонансов Певзнер с сотр. [52] обнаружили в процессе

$$\pi^+ + d \to p + p + \pi^+ + \pi^- + \pi^0 \qquad (5.222)$$

новый резонанс. Они использовали пучок положительных пионов с импульсами 1,23 *Гэв/с*. В распределении масс систем трех пионов в дополнение к пику, обусловленному ω-мезоном, был обнаружен вблизи 550 *Мэв* новый пик. Отношение частоты рождений ω- и η-мезонов составляло 4 : 1.

Используя пучок K^--мезонов с импульсами 760 *Мэв/с*, Бастьен с сотр. [53] исследовали процесс

$$K^- + p \to \Lambda^0 + \eta^0. \qquad (5.223)$$

Этот процесс очень удобен для изучения свойств η-мезонов, так как здесь в конечном состоянии имеются всего две частицы. Результаты этих авторов можно резюмировать следующим образом:

а.
$$\sigma(K^- + p \to \Lambda + \eta)_{760\ Мэв/с} = (0{,}63 \pm 0{,}11)\ мб,$$
$$\sigma(K^- + p \to \Lambda + \eta)_{850\ Мэв/с} \lesssim 0{,}04\ мб.$$

б. Относительная вероятность распадов η-мезона на заряженные и нейтральные частицы равна

$$\frac{\eta \to \pi^+ + \pi^0 + \pi^-}{\eta \to \text{нейтральные частицы}} \approx 0{,}31 \pm 0{,}11. \qquad (5.224)$$

в. Диаграмма Далица для распадов η-мезонов показывает, что η-мезон — псевдоскалярная частица. Чтобы определить его спин, четность и *G*-четность, было проведено много исследований. Розенфельд, Кармони и Ван де Валль [54] пытались обнаружить распад

$$\rho \to \eta + \pi \qquad (5.225)$$

и установили, что верхняя граница вероятности этой схемы распада равна 0,6%. Ксуонг и Линч [51] для относительной вероят-

ности распадов дали значение

$$\frac{(\rho^\pm \to \pi^\pm + \eta^0, \text{ причем } \eta^0 \to \pi^+ + \pi^- + \pi^0)}{(\rho^\pm \to \pi^\pm + \pi^0)} = 1{,}2 \pm 2{,}0\% . \qquad (5.226)$$

Весьма важна задача установления нейтральных схем распада η-мезона, так как такие распады оказываются преобладающими. Були с сотр. [55] обнаружили распад η-мезона на два γ-кванта. Исследуя процесс

$$\pi^- + p \to n + \eta^0, \quad \eta^0 \to 2\gamma, \qquad (5.227)$$

они установили, что двухфотонный распад η-мезона имеет приблизительно ту же вероятность, что и распады по всем другим нейтральным схемам.

На основании представленных выше экспериментальных данных можно выяснить, к какому типу частиц принадлежит η-мезон. Наличие трехпионного распада, как мы увидим в § 2 гл. 7, свидетельствует о том, что η-мезон не может быть скалярной частицей, а фазовая диаграмма Далитца исключает высшие значения спина. С другой стороны, значение спина 1 исключается наличием двухфотонной схемы распада, поэтому наиболее вероятно, что η-мезон — псевдоскалярная частица. Так как эксперимент обнаружил только нейтральные η-мезоны, изоспин η-мезона должен быть равен нулю; поэтому его G-четность положительна; другими словами, η-мезон является четной частицей как по отношению к зарядовому сопряжению, так и по отношению к преобразованию зарядовой симметрии. Таким образом, при трехпионном распаде η-мезона

$$\eta^0 \to \pi^+ + \pi^0 + \pi^- \qquad (5.228)$$

G-четность не сохраняется или, что эквивалентно, не сохраняется изоспин. Это служит качественным объяснением того факта, почему процесс $\eta^0 \to 2\gamma$, представляющий электромагнитный процесс второго порядка, может конкурировать с распадом (5.228). Иначе говоря, строго зарядово-независимые взаимодействия не могут привести к распаду η-мезона. Необнаруженный процесс (5.225) запрещен в силу сохранения G-четности. Нейтральные схемы распада η-мезона, отличные от процесса (5.227), пока не обнаружены.

4. Другие резонансы. В дополнение к ρ-, ω- и η-мезонам сообщалось об открытии многих других резонансов.

а. Двухпионные резонансы

395 *Мэв*, 520 *Мэв* (Самиос с сотр. [56]),

420 *Мэв* (Ричардсон с сотр. [57]),

575 *Мэв* (Барлутанд с сотр. [58] и Секи Зорн [59]),
1250 *Мэв* (Селов с сотр. [60] и Вейе с сотр. [61]).

Резонанс при 575 *Мэв*, называемый ζ-мезоном, был обнаружен в процессе

$$\pi^{\pm} + p \to p + \pi^{\pm} + \pi^0,$$

но в процессе $\pi^- + p \to n + \pi^+ + \pi^-$ его не оказалось.

Имеются указания на то, что спин резонанса при 1250 *Мэв* равен 2, а изоспин — 0, так что, возможно, этот резонанс принадлежит к траектории Померанчука — Редже, предсказанной Чу и Фраучи на основании гипотезы, согласно которой элементарные частицы рассматриваются как полюса Редже [62].

б. Трехпионные резонансы

Пикап, Робинсон и Салан [63], исследовавшие реакции

$$p + p \begin{cases} \nearrow p + p + \pi^+ + \pi^- + \pi^0, \\ \searrow p + n + \pi^+ + \pi^0 + \pi^0 \end{cases}$$

(энергия протонов в падающем пучке составляла 2 *Гэв*), обнаружили при 625 *Мэв* резонанс, названный α-мезоном. В последнем из приведенных процессов был обнаружен лишь α-пик; пики же, обусловленные ω- и η-мезонами, не наблюдались. Поэтому возможно, что α-мезон — изовекторная частица.

Альф с сотр. [64] изучали взаимодействие π^+-мезонов с протонами при 2,34; 2,62; 2,90 *Гэв/с*. Оказалось, что ρ-мезоны образуются приблизительно в 40% столкновений, идущих по однопионному и двухпионному каналам, в то время как примерно в 5% столкновений, сопровождавшихся образованием триплета $(\pi^+\pi^0\pi^-)$, имеет место рождение η-мезонов, а в 50% столкновений — ω-мезонов. Кроме того, оказалось, что эти процессы сопровождаются сильным возбуждением нуклонов отдачи. Однако каких-либо доказательств в пользу существования других резонансов обнаружено не было. Те же авторы исследовали диаграмму Далица для 1100 случаев распада ω-мезонов (фон по оценкам составлял 34%); полученные результаты свидетельствуют в пользу того, что ω-мезон — векторная частица. Из анализа диаграммы Далица не вытекает никаких указаний о наличии сильного пион-пионного взаимодействия в конечном состоянии с $I=1$ в области 280 *Мэв* $\leqslant M \leqslant$ 650 *Мэв* (M — полная энергия двухпионной системы в системе центра инерции).

Диаграмма Далица для 90 η-мезонов позволяет заключить, что η-мезон — псевдоскалярная частица (эта диаграмма очень похожа на диаграмму Далица для τ-мезона, которую мы обсу-

дим в § 2 гл. 7). Кроме того, авторы [64] проанализировали процесс

$$\pi^+ + p \to p + \pi^+ + X^0 \tag{5.229}$$

с целью найти распределение масс недостающей нейтральной частицы X^0, а также получили оценку относительной вероятности нейтральных распадов η-мезона:

$$\frac{(\eta^0 \to \text{Нейтральные частицы})}{(\eta^0 \to \pi^+ + \pi^0 + \pi^-)} = 2{,}5 \pm 0{,}5, \tag{5.230}$$

что согласуется с оценкой (5.224). По данным Альфа с сотр., относительная вероятность нейтральных распадов ω-мезона составляет

$$\frac{(\omega^0 \to \text{Нейтральные частицы})}{(\omega^0 \to \pi^+ + \pi^0 + \pi^-)} = 0{,}10 \pm 0{,}04, \tag{5.231}$$

а верхняя граница вероятности нарушающего G-четность двухпионного распада $\omega^0 \to 2\pi$ равна 2%.

Результаты этой работы в основном свидетельствуют против большинства новых резонансов, об открытии которых сообщалось в последнее время. Резюме этих результатов приведено в табл. 13.

Таблица 13

Массы и ширины многопионных резонансов [64]

Масса, *Мэв*	Полная ширина по уровню 0,5 *Мэв*
ρ^+ 770±10	130±10
ρ^0 750±10	100±10
ω^0 780±1	⩽20
η^0 548±1	⩽10

Кроме резонансов, перечисленных выше, известны еще некоторые другие резонансы. Баттон с сотр. [65] обнаружили наличие двух близкорасположенных пиков вблизи от того значения энергии, которое соответствует массе ρ-мезона для $\pi^+\pi^-$-системы, тогда как для системы $\pi^\pm\pi^0$ наблюдается только один пик. Таким образом, имеются две массы, приписываемые пику, обусловленному ρ^0-мезоном:

$$m_{\rho_1} = 720 \pm 10 \text{ Мэв} \approx m_{\rho^\pm},$$
$$m_{\rho_2} = 780 \pm 35 \text{ Мэв} \approx m_\omega.$$

Абашиан, Бутс и Крау [66] обнаружили в процессе

$$p + d \to He^3 + \pi^+ + \pi^- \qquad (5.232)$$

другое явление, подобное резонансу и известное как «ABC-частица». Изоспин ABC-частицы равен нулю, поскольку она никак не проявляет себя в процессе [67]:

$$p + d \to H^3 + \pi^+ + \pi^0. \qquad (5.233)$$

Тем самым подразумевается наличие сильного взаимодействия у двухпионной системы в состоянии с $I = J = 0$ при 320 *Мэв*. Этот ABC-резонанс не считается истинным резонансом, хотя и весьма близок к нему: для его объяснения требуется, чтобы длина рассеяния в этом состоянии была очень большой. Однако Закс и Сакита [68] выдвинули возражение против сильного взаимодействия пары пионов в рассматриваемом состоянии, указав, что оно противоречит диаграмме Далитца для распадов τ-мезона.

§ 11. Роль векторных мезонов в физике пионов

Векторные мезоны ρ и ω, предсказанные на основании теоретического анализа нуклонных формфакторов, действительно наблюдались на эксперименте. Поскольку существование этих векторных мезонов уже установлено, представляется поучительным выяснить теперь их роль в физике пионов в области низких энергий. Впервые этот вопрос был изучен Сакураи, который показал, что учет векторных мезонов весьма важен для понимания закономерностей физики пионов при низких энергиях [69]. Теория векторных мезонов была сформулирована Фуджи [70], исходившего из аналогии с квантовой электродинамикой, и получила дальнейшее развитие в работах Сакураи.

В электродинамике потенциал A_μ связан с сохраняющимся электрическим током, поэтому Сакураи предположил, что векторные поля, соответствующие ρ- и ω-мезонам, также связаны с сохраняющимися токами: ρ-мезон — с изотопическим током, а ω-мезон — с барионным током. Взаимодействие ρ-мезонов с пионами и нуклонами описывается лагранжианом

$$\mathscr{L} = if_{\rho NN}\hat{\rho}_\mu \bar{\psi}_N \gamma_\mu \frac{\hat{\tau}}{2} \psi_N + f_{\rho\pi\pi}\hat{\rho}_\mu \left(\hat{\varphi} \times \frac{\partial \hat{\varphi}}{\partial x_\mu}\right). \qquad (5.234)$$

В случае, если ρ-мезонное поле связано с сохраняющимся изотопическим током, следует ожидать, что константы взаимодействия $f_{\rho\pi\pi}$ и $f_{\rho NN}$ равны друг другу.

Выясним теперь, как влияет связь такого рода на пион-нуклонное рассеяние в S-состоянии при низких энергиях. Фазы рассеяния пионов на нуклонах в S-состоянии при низких энергиях приближенно даются формулами (4.34) и (4.36):

$$\alpha_1 = (0{,}205 \pm 0{,}005)\frac{k}{\mu c}, \qquad \alpha_3 = (-0{,}115 \pm 0{,}003)\frac{k}{\mu c}, \tag{5.235}$$

где α_1 и α_3 — фазы рассеяния соответственно при $I = {}^1/_2$ и $I = {}^3/_2$, а k — импульс пиона в системе центра инерции.

В рамках наивной теории Юкавы очень трудно понять изотопическую зависимость фаз рассеяния в S-состоянии. Возьмем взаимодействие типа Юкавы

$$\mathscr{H} = iG\bar{\psi}\gamma_5\hat{\tau}\psi \cdot \hat{\varphi} \tag{5.236}$$

и запишем его в нерелятивистском приближении [71, 72]:

$$\mathscr{H}_{NR} = \frac{G}{2M}\psi^{+}\sigma\hat{\tau}\psi \cdot \operatorname{grad}\hat{\varphi} + \frac{G^2}{2M}\psi^{+}\psi(\hat{\varphi})^2. \tag{5.237}$$

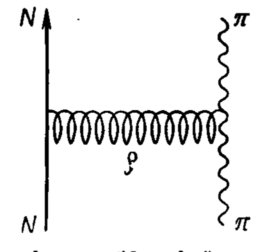
Первый член в этом гамильтониане обусловливает рассеяние пионов на нуклонах в P-состоянии, а второй — рассеяние в S-состоянии. Оператор ψ в (5.237) есть нерелятивистский двухкомпонентный спинор. Обсудим S-рассеяние, для чего рассмотрим одно второе слагаемое. Ясно, что в этом случае изоспин пиона и изоспин нуклона сохраняются порознь, так что рассеяние с перезарядкой невозможно. Но тогда из формул (3.112) и (3.115) следует, что

$$R_{1/2} = R_{3/2}. \tag{5.238}$$

Поэтому, в частности, должно выполняться равенство

$$\alpha_1 = \alpha_3. \tag{5.239}$$

Этот результат, очевидно, противоречит соотношениям (5.235).



Фиг. 56. Фейнмановская диаграмма для рассеяния пионов на нуклонах, обусловленного обменом одним ρ-мезоном.

Слабое место приведенного рассуждения — это пренебрежение пион-пионным взаимодействием, как известно, сильным. Однако количественный учет эффектов, обусловленных этим взаимодействием, — далеко не простая задача, поэтому в качестве «представителя» таких эффектов мы рассмотрим обмен ρ-мезоном между пионом и нуклоном. Соответствующая диаграмма Фейнмана показана на фиг. 56. Чтобы оценить влияние

такого обмена, выпишем эффективный потенциал взаимодействия для этого процесса. Если бы масса ρ-мезона была равна нулю, то эффективный потенциал имел бы кулоновский вид; однако масса ρ-мезона не равна нулю, поэтому эффективный потенциал определяется выражением типа Юкавы

$$V_{\pi N} \approx \frac{f_{\rho NN} f_{\rho\pi\pi}}{4\pi} \left(\frac{\hat{\tau}}{2} \cdot \hat{\omega} \right) \frac{e^{-m_\omega r}}{r}, \tag{5.240}$$

где $\hat{\omega}$ — изоспин пиона. Это выражение не следует принимать слишком серьезно, так как, записывая «потенциал», мы пренебрегали отдачей пиона, однако оно вполне пригодно для грубого качественного описания рассматриваемых сил. Собственные значения оператора $(\hat{\tau}/2 \cdot \hat{\omega})$ соответственно равны

$$\left(\frac{\hat{\tau}}{2} \cdot \hat{\omega} \right) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{для} \quad I = \frac{3}{2}, \\ -1 & \text{для} \quad I = \frac{1}{2}. \end{cases} \tag{5.241}$$

Таким образом, если константы $f_{\rho NN}$ и $f_{\rho\pi\pi}$ одного знака, то силы, действующие между пионом и нуклоном, будут силами отталкивания при параллельных изоспинах и силами притяжения при антипараллельных изоспинах. Эта ситуация аналогична случаю кулоновских сил, когда одноименные заряды отталкиваются, а разноименные притягиваются. Знаки пион-нуклонного потенциала для состояний с $I = 1/2$ и $I = 3/2$ согласуются со знаками соответствующих фаз рассеяния в выражении (5.235); более того, даже их отношение имеет нужную величину

$$\alpha_1/\alpha_3 \approx V_{\pi N} \left(I = \frac{1}{2} \right) \Big/ V_{\pi N} \left(I = \frac{3}{2} \right) = -2. \tag{5.242}$$

Таким образом, качественно нам удалось понять изотопическую зависимость фаз рассеяния пионов на нуклонах в S-состоянии.

Численная оценка произведения констант $f_{\rho NN} f_{\rho\pi\pi}$ была выполнена Баукоком, Коттингемом и Лурье [73], а также Гамильтоном, Спирманом и Вулкоком [74]. Их результаты соответственно равны

$$\frac{f_{\rho\pi\pi} f_{\rho NN}}{4\pi} = 2{,}5, \tag{5.243}$$

$$\frac{f_{\rho\pi\pi} f_{\rho NN}}{4\pi} = 2{,}1 \pm 0{,}3. \tag{5.244}$$

Зная ширину ρ-мезонного резонанса, можно оценить константу связи $f^2_{\rho\pi\pi}$, так же как в § 8 гл. 4. Для значения $\Gamma_\rho \approx 100$ —

—125 *Мэв* получаем

$$\frac{f^2_{\rho\pi\pi}}{4\pi} = 2{,}0 - 2{,}5. \tag{5.245}$$

Следовательно,

$$f_{\rho\pi\pi} \approx f_{\rho NN}, \tag{5.246}$$

как и предполагал Сакураи.

Обмен ρ-мезоном определяет также многие характерные особенности реакций с участием странных частиц, но здесь мы ограничимся рассмотрением только процессов, в которых участвуют лишь не странные частицы.

Рассмотрим, например, взаимодействие пары пионов в S-состоянии. Известно, что это взаимодействие сравнительно велико при $I=0$, на что указывает присутствие ABC-резонанса. С другой стороны, как показали Кирц, Шварц и Трипп [75], оно невелико в состоянии с $I=2$. Обмен ρ-мезоном и в этом случае приводит к возникновению эффективного потенциала, который пропорционален скалярному произведению изоспинов пионов

$$(\hat{\omega}_1 \cdot \hat{\omega}_2) = \frac{I(I+1)}{2} - 2. \tag{5.247}$$

Это произведение равно —2 при $I=0$ и $+1$ при $I=2$, следовательно, между двумя пионами в S-состоянии действуют большие силы притяжения при $I=0$ и слабые силы отталкивания при $I=2$, чем и объясняются результаты упомянутых выше наблюдений.

Обмен ω-мезоном приводит к появлению потенциала, аналогичного кулоновскому, но короткодействующего; между двумя нуклонами действуют силы отталкивания, а между нуклоном и антинуклоном — силы притяжения. Этими силами частично обусловлен твердый керн нуклон-нуклонного взаимодействия и большая величина сечения аннигиляции нуклон-антинуклонных пар.

В процессе превращения нуклон-антинуклонных пар в пионы среднее число образующихся пионов больше, чем следовало бы ожидать на основании статистической теории. Это обстоятельство можно объяснить, предположив, что в процессе аннигиляции сначала образуются векторные мезоны, которые распадаются затем на пионы. Как показывают соотношения (5.220), такая интерпретация, по-видимому, правдоподобна.

Выше мы видели, что введение векторных мезонов позволяет, по крайней мере качественно, разрешить многие загадки наивной теории Юкавы; в этой связи было бы, по-видимому, поучительным использовать представление о векторных мезонах для оценок пион-пионных взаимодействий. Попытки понять

пион-пионное взаимодействие с помощью дисперсионных соотношений предпринимались неоднократно; за соответствующими подробностями мы отсылаем читателя к монографии Чу [42].

§ 12. Предельные теоремы для низких энергий и экстраполяционный метод Чу — Лоу

Иногда оказывается, что в пределе низких энергий борновское приближение дает точные амплитуды многих простых процессов. Например, в пределе нулевой энергии фотона точное выражение для сечения комптоновского рассеяния дается классической формулой Томсона. Утверждения такого рода называют предельными теоремами для низких энергий. Иногда их удается использовать для определения различных констант связи.

С точки зрения дисперсионных соотношений такие теоремы выглядят следующим образом. Для многих простых процессов амплитуды рассеяния или амплитуды реакций удовлетворяют дисперсионным соотношениям вида

$$T(\omega) = T_{\text{борн}}(\omega) + \frac{1}{\pi}\int d\omega' \frac{\operatorname{Im} T(\omega')}{\omega' - \omega - i\varepsilon}, \qquad (5.248)$$

где $T_{\text{борн}}$ — борновская амплитуда, которую записывают как

$$T_{\text{борн}}(\omega) = \pm \frac{g^2}{\omega_0 - \omega} \qquad (5.249)$$

или в несколько более общем виде, а g^2 — перенормированная константа связи, умноженная на тривиальный числовой коэффициент. Амплитуда $T(\omega)$ при $\omega = \omega_0$ имеет полюс, поэтому вблизи ω_0 борновский член играет определяющую роль. Если же пороговое значение энергии очень близко или даже случайно равно ω_0, то, поскольку в окрестности ω_0 амплитуда будет определяться борновским членом, измерение сечения реакции при низких энергиях позволит вычислить перенормированную константу связи. По кинематическим причинам именно такова ситуация в случае реакций с участием фотонов, таких, как комптоновское рассеяние [76—78] и фоторождение пионов [79].

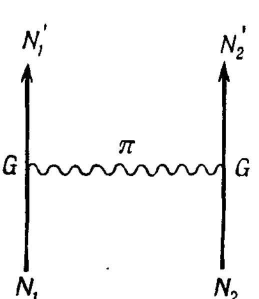
Выше мы считали амплитуды функциями энергии ω. Однако в некоторых случаях их удобнее рассматривать как функции передаваемого импульса. В качестве примера возьмем рассеяние нуклонов на нуклонах. На больших расстояниях рассеяние в основном определяется однопионным обменом, поэтому, анализируя данные по нуклон-нуклонному рассеянию, можно найти

константу связи пион-нуклонного взаимодействия [80]. Эту особенность нуклон-нуклонного рассеяния можно перевести на язык дисперсионной теории. Пионная функция распространения в матричном элементе, отвечающем диаграмме Фейнмана фиг. 57, имеет полюс при $\Delta^2+\mu^2=0$. Следовательно, вблизи $\Delta^2=-\mu^2$ эта диаграмма вносит преобладающий вклад в нуклон-нуклонное рассеяние, и вычет в рассматриваемом полюсе непосредственно связан с константой пион-нуклонного взаимодействия G^2. Пусть k — импульс любого из нуклонов в системе центра инерции; тогда

$$\Delta^2=2k^2(1-\cos\theta), \qquad (5.250)$$

где θ — угол рассеяния в системе центра инерции. При фиксированном значении k амплитуда, рассматриваемая как функция $\cos\theta$, будет иметь полюс при

$$\cos\theta=1-\frac{\Delta^2}{2k^2}=1+\frac{\mu^2}{2k^2}. \qquad (5.251)$$



Фиг. 57. Фейнмановская диаграмма для рассеяния нуклона на нуклоне с обменом одиночным виртуальным пионом.

Таким образом, если продолжить сечение нуклон-нуклонного рассеяния из физической области $1\geqslant\cos\theta\geqslant-1$ в нефизическую, оно должно будет иметь полюс при $\cos\theta=1+\mu^2/2k^2$, а вычет в этом полюсе будет пропорционален G^2. Осуществляя аналитическое продолжение углового распределения в нефизическую область, удобнее работать с величиной

$$\left[\cos\theta-\left(1+\frac{\mu^2}{2k^2}\right)\right]^2\frac{d\sigma}{d\Omega}, \qquad (5.252)$$

которая не имеет особенности при $\cos\theta=1+\mu^2/2k^2$ и, следовательно, может считаться гладкой функцией $\cos\theta$ даже в окрестности рассматриваемого полюса. Эту возможность экстраполировать величину (5.252) в полюс и тем самым определить константу пион-нуклонного взаимодействия заметил Чу [81]. Сразу же возникает теоретический вопрос, можно ли фактически продолжить амплитуду рассеяния как аналитическую функцию Δ^2 в точку $\Delta^2=-\mu^2$. Представление Мандельстама позволяет утвердительно ответить на этот вопрос.

Мы обсудили различные методы определения константы пион-нуклонного взаимодействия. Различные эксперименты в согласии друг с другом приводят к значению

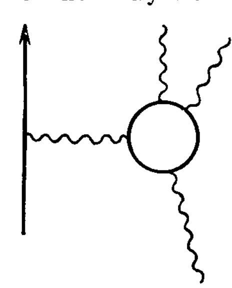
$$\frac{f^2}{4\pi}=0{,}08 \quad \text{или} \quad \frac{G^2}{4\pi}=14\approx 15, \qquad (5.253)$$

где f — константа эффективного псевдовекторного взаимодействия, определяемая соотношением

$$f=\frac{\mu}{2M}G.$$

Чу и Лоу заметили, что метод, изложенный выше применительно к нуклон-нуклонному рассеянию, можно распространить на более сложные процессы. Они предложили дальнейшее обобщение этого экстраполяционного метода [82]. Рассмотрим в качестве примера процесс

$$\pi+N\to N+\pi+\pi. \qquad (5.254)$$



Фиг. 58. Фейнмановская диаграмма для процесса $\pi+N\to N+2\pi$, обусловленного обменом одиночным виртуальным пионом.

Точно так же, как и в предыдущем случае, вклад в этот процесс от диаграммы Фейнмана, показанной на фиг. 58, имеет полюс при $\Delta^2=-\mu^2$, где Δ — импульс, переданный нуклону. Вычет в этом полюсе равен произведению константы связи пион-нуклонного взаимодействия G на амплитуду пион-пионного рассеяния. Если бы теперь удалось продолжить дифференциальное сечение процесса (5.254), то можно было бы определить сечение пион-пионного рассеяния, недоступное прямому измерению. Возьмем, например, процесс

$$\pi^+ + p\to p+\pi^+ + \pi^0. \qquad (5.255)$$

Экстраполяционная формула в этом случае гласит

$$\lim_{\Delta^2\to-\mu^2}(\Delta^2+\mu^2)^2\frac{d^2\sigma}{d\Delta^2\,dw^2}=\left(\frac{f^2}{2\pi}\right)\left(\frac{\Delta^2}{\mu^2}\right)\frac{w\left(\frac{w^2}{4}-\mu^2\right)^{1/2}}{q_{1L}^2}\sigma_{\pi^+\pi^0}(w), \qquad (5.256)$$

где w — полная энергия пары пионов (π^+, π^0) в системе центра инерции в конечном состоянии, q_{1L} — импульс падающего пиона в лабораторной системе, а $\sigma_{\pi^+\pi^0}(w)$ — полное сечение рассеяния для процесса

$$\pi^+ + \pi^0\to\pi^0+\pi^+. \qquad (5.257)$$

Полезно вспомнить, что

$$\Delta^2=2MT_{2L}, \qquad (5.258)$$

где M — масса нуклона, а T_{2L} — кинетическая энергия протона отдачи в лабораторной системе. Кинематику этого процесса подробно обсуждали Чу и Лоу, и по поводу вывода соотношения (5.256) мы отсылаем читателя к их работе. Как уже упомина-

лось в § 10 настоящей главы, этот метод был использован для определения сечения пион-пионного рассеяния.

Применение этого метода к реальным задачам опять-таки связано с исследованием вопроса о продолжении амплитуды реакции в полюс. Если теоретически такое продолжение возможно, то метод может быть использован для анализа экспериментов со «сложными» мишенями в целях определения элементарных сечений, свободных от поправок, обусловленных наличием связи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bethe H. A., de Hoffmann F., Mesons and Fields, vol. II Evanston, 1955. (Имеется перевод: Г. Бете, Ф. Гоффман: Мезоны и поля, том II, ИЛ, 1957).
2. Chew, Goldberger, Low, Nambu, Phys. Rev., **106**, 1337 (1957).
3. Oehme R., Phys. Rev., **100**, 1503 (1955); **102**, 1174 (1956). (Имеются переводы в сборнике «Проблемы современной физики» № 2, 167, 194 (1957).)
4. Orear J., Phys. Rev., **100**, 288 (1955).
5. Chew G. F., Low F. E., Phys. Rev., **101**, 1570 (1956).
6. Chew, Goldberger, Low, Nambu, Phys. Rev., **106**, 1345 (1957).
7. Chew G. F., Low F. E., **101**, 1579 (1956).
8. Wick G. C., Rev. Mod. Phys., **27**, 53 (1955).
9. McKinley J. M., Thesis Ph. D., University of Illinois, 1962.
10. Балдин А. М., Proc. Intern. Conf. High Energy Phys., Rochester, 1960, p. 325.
11. Drell S. D., Zachariasen F., Electromagnetic Structure of Nucleons, London, 1961. (Имеется перевод: С. Дрелл, Ф. Захариазен, Электромагнитная структура нуклонов, ИЛ, 1962.)
12. Yennie, Lévy, Ravenhall, Rev. Mod. Phys., **29**, 144 (1957).
13. Lehmann, Symanzik, Zimmermann, Nuovo Cimento, **1**, 205 (1955).
14. de Vries, Hofstadter, Herman, Phys. Rev. Letters, 8, 381 (1962).
15. Hofstadter R., Herman R., Phys. Rev. Letters, **6**, 293 (1961).
16. Olson, Schapper, Wilson, Phys. Rev. Letters, **6**, 286 (1961).
17. Bergia et al., Phys. Rev. Letters, **6**, 367 (1961).
18. Bergia S., Stanghellini A., Nuovo Cimento, **21**, 155 (1961).
19. Rosenbluth M. N., Phys. Rev., **79**, 615 (1950).
20. Schwinger J., Phys. Rev., **76**, 790 (1949).
21. Foldy L. L., Rev. Mod. Phys., **30**, 471 (1958).
22. Jankus V. Z., Phys. Rev., **102**, 1586 (1956).
23. Goldberg A., Phys. Rev., **112**, 618 (1958).
24. Durand L., III, Phys. Rev., **115**, 1020 (1959); **123**, 1393 (1961).

25. Fubini, Nambu, Wataghin, Phys. Rev., **111**, 329 (1958).
26. Blankenbecler et al., Nuovo Cimento, **17**, 775 (1960).
27. Chew, Karplus, Gasiorowicz, Zachariasen, Phys. Rev., **110**, 265 (1958).
28. Federbush, Goldberger, Treiman, Phys. Rev., **112**, 642 (1958).
29. Schwinger J., Phys. Rev., **76**, 790 (1949).
30. Miyazawa H., Phys. Rev., **101**, 1564 (1956).
31. Fubini S., Nuovo Cimento, **3**, 1425 (1956).
32. Zachariasen F., Phys. Rev., **102**, 295 (1956).
33. Salzman G., Phys. Rev., **105**, 1076 (1957).
34. Treiman S., Sachs R., Phys. Rev., **103**, 435 (1956).
35. Muskhelishvili N. I., Singular Integral Equations, Groningen, Holland, 1953.
36. Omnès R., Nuovo Cimento, **8**, 316 (1958).
37. Frazer W. R., Fulco J. R., Phys. Rev., **117**, 1603 (1960).
38. Frazer W. R., Fulco J. R., Phys. Rev., **117**, 1609 (1960).
39. Nambu Y., Phys. Rev., **106**, 1366 (1957).
40. Chew G. F., Phys. Rev. Letters, **4**, 142 (1960).
41. Mandelstam S., Phys. Rev., **112**, 1344 (1958). (Имеется перевод в сборнике «Новый метод в теории сильных взаимодействий», ИЛ, 1960, стр. 87.)
42. Chew G. F., S-Matrix Theory of Strong Interactions, New York, 1961.
43. Chew G. F., Low F. E., Phys. Rev., **113**, 1640 (1959).
44. Dyson F. J., Phys. Rev., **99**, 1037 (1955).
45. Takeda G., Phys. Rev., **100**, 440 (1955).
46. Anderson et al., Phys. Rev. Letters, **6**, 365 (1961).
47. Erwin et al., Phys. Rev. Letters, **6**, 628 (1961).
48. Pickup, Robinson, Salant, Phys. Rev. Letters, **7**, 192 (1962).
49. Carmony D. D., Van de Walle R. T., Phys. Rev. Letters, **8**, **73** (1962).
50. Maglić et al., Phys. Rev. Letters, **7**, 178 (1961).
51. Xuong N. H., Lynch G. R., Phys. Rev. Letters, **7**, 327 (1961), Phys. Rev., **128**, 1849 (1962).
52. Pevsner et al., Phys. Rev. Letters, **7**, 421 (1961).
53. Bastien et al., Phys. Rev. Letters, **8**, 114 (1962).
54. Rosenfeld, Carmony, Van de Walle, Phys. Rev. Letters, **8**, 293 (1962).
55 Bulos et al., Phys. Rev. Letters, **9**, 127 (1962).
56. Samios et al., Phys. Rev. Letters, **9**, 139 (1962).
57. Richardson et al., Proc. Intern. Conf. High Energy Phys., Geneva, 1962.
58. Barloutand et al., Phys. Rev. Letters, **8**, 32 (1962).
59. Sechi Zorn B., Phys. Rev. Letters, **8**, 282 (1962).
60. Selove et al., Phys. Rev. Letters, **9**, 272 (1962).
61. Veillet et al., Phys. Rev. Letters, **10**, 29 (1963).

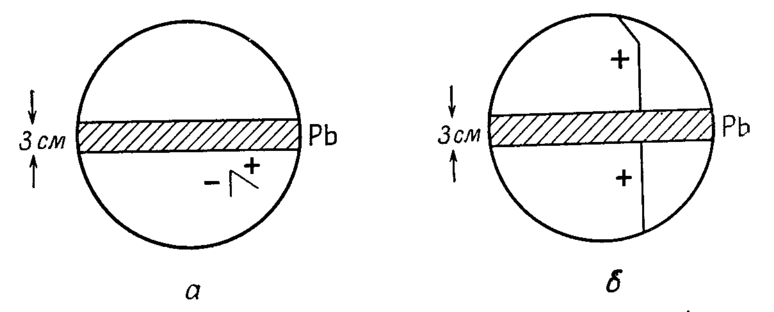
62. Chew G. F., Frautsch S. C., Phys. Rev. Letters, **8**, 41 (1962).
63. Pickup, Robinson, Salant, Phys. Rev. Letters, 8, 329 (1962).
64. Alff et al., Phys. Rev. Letters, **9**, 322, 325 (1962).
65. Button et al., Phys. Rev., **126**, 1858 (1962).
66. Abashian, Booth, Crowe, Phys. Rev. Letters, **5**, 258 (1960).
67. Booth, Abashian, Crowe, Phys. Rev. Letters, **7**, 35 (1961).
68. Sachs R. G., Sakita B., Phys. Rev. Letters, **6**, 306 (1961).
69. Sakurai J. J., Ann. Phys. (N. Y.), **11**, 1 (1960). (Имеется перевод в сборнике «Элементарные частицы и компенсирующие поля», ИЛ, 1963.)
70. Fujii Y., Progr. Theoret. Phys. (Kyoto), **21**, 232 (1959).
71. Dyson F. J., Phys. Rev., **73**, 929 (1948).
72. Case K. M., Phys. Rev., **76**, 1, 14 (1949).
73. Bowcock, Cottingham Lurié, Nuovo Cimento, **16**, 918 (1960).
74. Hamilton, Spearman, Woolcock, Ann. Phys. (N. Y.), **17**, 1 (1962).
75. Kirz, Schwarz, Tripp, Phys. Rev., **126**, 763 (1962).
76. Thirring W., Phil. Mag., **41**, 1193 (1950).
77. Low F. E., Phys. Rev., **96**, 1428 (1954).
78. Gell-Mann M., Goldberger M. L., Phys. Rev., **96**, 1433 (1954).
79. Kroll N. M., Ruderman M. A., Phys. Rev., **93**, 233 (1954). (Имеется перевод в сборнике «Проблемы современной физики» № 3, стр. 167, 1955.)
80. Suppl. Progr. Theoret. Phys. (Kyoto), No. 3 (1956).
81. Chew G. F., Phys. Rev., **112**, 1380 (1958).
82. Chew G. F., Low F. E., Phys. Rev., **113**, 1640 (1959).

СТРАННЫЕ ЧАСТИЦЫ И ГИПЕРЪЯДРА

В предшествующих главах были рассмотрены свойства пион-нуклонных взаимодействий. В этой главе мы познакомимся с новыми членами семейства элементарных частиц. Количественная теория странных частиц до сих пор носит весьма предварительный характер, поэтому мы ограничимся обсуждением качественной стороны проблемы.

§ 1. Экспериментальное открытие странных частиц

Первые наблюдения странных частиц относятся еще к 1944 г., когда Лепренс-Ренге обнаружил тяжелый мезон в опытах с



Фиг. 59. Первые V-частицы, обнаруженные в 1947 г. Рочестером и Батлером. *а*. Распад нейтральной V-частицы сопровождается рождением вторичных заряженных частиц; магнитное поле 3500 *гаусс*, $p_- = (3{,}5 \pm 1{,}5) \cdot 10^8$ *эв/с*, $p_+ = (3{,}4 \pm 1{,}0) \cdot 10^8$ *эв/с*, угол между треками вторичных частиц равен 66,6°. *б*. Распад положительной V-частицы на заряженную и нейтральную вторичные частицы; магнитное поле 7200 *гаусс*, $p_{\text{верх}} = (6{,}0 \pm 3{,}0) \times 10^8$ *эв/с*, $p_{\text{нижн}} = (7{,}7 + 1{,}0) \cdot 10^8$ *эв/с*, угол отклонения равен 161,1°.

камерой Вильсона. Однако распад этого мезона в камере Вильсона не был обнаружен. В 1947 г. Рочестер и Батлер, исследуя с помощью камеры Вильсона проникающие ливни, вновь открыли тяжелые мезоны этого типа. Среди 50 полученных фотографий они обнаружили 2, схематически показанные на фиг. 59. В результате тщательного анализа они пришли к

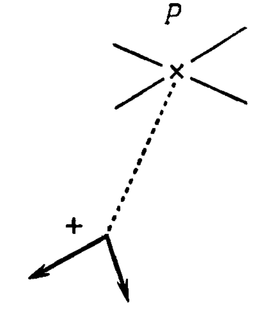
выводу, что фотография *а* представляет распад нейтральной частицы, а фотография *б* — распад заряженной частицы. В предположении, что указанные распады являются двухчастичными, были оценены массы распадающихся частиц; по порядку величины они оказались равными 1000 m_e и, следовательно, не совпали ни с массой μ-мезона, ни с массой π-мезона. Опыты продолжались еще в течение двух лет, но не принесли успеха.

В 1951 г. Пасаденская группа обнаружила 30 случаев типа *а* и 4 случая типа *б* в результате исследований, выполненных на значительной высоте над уровнем моря (Вайт-Маунтин — 3200 *м*, Пасадена — 230 *м*). Вскоре после этого Манчестерская группа также обнаружила большое число подобных случаев в результате опытов, выполненных на горе Пик дю Миди (2867 *м*). Экспериментаторы называли тогда эти частицы V-частицами по виду треков вторичных частиц. Среди случаев распада нейтральных V-частиц были обнаружены следующие основные схемы распадов:

$$V_1^0 \to p + \pi^-, \tag{6.1}$$

$$V_2^0 \to \pi^+ + \pi^-. \tag{6.2}$$

Двухчастичный характер распада определяли различными способами: 1) проверкой компланарности; 2) проверкой равенства поперечных компонент импульсов; 3) проверкой постоянства величины Q.



Фиг. 60. Проверка компланарности. Если распад нейтральной V-частицы идет по двухчастичной схеме, то точка P, где произошло рождение V^0-частицы, должна лежать в плоскости распада.

1. **Компланарность.** Предположим, что точка P, в которой имело место рождение V^0-частицы, известна. Пусть V^0-частица распадается на две вторичные частицы; тогда точка P должна лежать в плоскости распада, которая определяется двумя треками вторичных частиц, как это показано на фиг. 60. Условие компланарности надлежит проверить прежде всего.

2. **Равенство поперечных компонент импульсов.** Пусть измеряются поперечные составляющие импульсов вторичных частиц (т. е. компоненты импульсов, перпендикулярные к направлению импульса V^0-частицы); тогда необходимо, чтобы их сумма равнялась нулю:

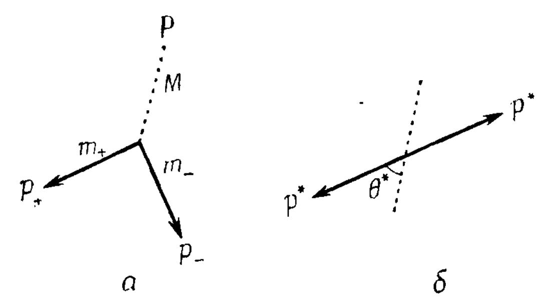
$$p_T^+ + p_T^- = 0. \tag{6.3}$$

3. Величина Q. При двухчастичном распаде, не сопровождаемом эмиссией нейтральных частиц, энергия вторичных частиц должна быть постоянной для всех распадов данного вида. Чтобы проверить это положение, необходимо различать два вида нейтральных V-частиц. С этой целью Манчестерская группа ввела величину α:

$$\alpha = \frac{p_+^2 - p_-^2}{P^2} = \frac{m_+^2 - m_-^2}{M^2} +$$

$$+ 2p^* \cos\theta^* \left(\frac{1}{M^2} + \frac{1}{P^2}\right)^{1/2} = \alpha^0 + f(P, \cos\theta^*). \quad (6.4)$$

где P — импульс исходной V^0-частицы: p_+ и p_- — импульсы положительной и отрицательной вторичных частиц соответственно



Фиг. 61. Распад нейтральной V-частицы на две вторичные заряженные частицы. *а* — лабораторная система; *б* — система покоя.

(фиг. 61, *а*), p^* — импульс вторичной частицы в системе покоя V^0-частицы, а θ^* — угол между направлением движения вторичной частицы и направлением движения исходной V^0-частицы (фиг. 61, *б*).

В системе покоя V^0-частицы среднее значение $\cos\theta^*$ должно равняться нулю:

$$\langle\cos\theta^*\rangle = 0, \quad (6.5)$$

поэтому

$$\langle\alpha\rangle = \alpha^0 = \frac{m_+^2 - m_-^2}{M^2}. \quad (6.6)$$

Исследования Манчестерской группы показали, что распределение величины α имеет два или более максимума. С помощью средних значений величины α для каждой из указанных групп результатов был определен параметр α^0 и тем самым масса соответствующих первичных частиц. Таким образом была найдена

величина Q для V_1^0-частицы, или, в современных обозначениях, Λ^0-частицы:

$$\Lambda^0 \to p + \pi^- + 37 \text{ Мэв}. \qquad (6.7)$$

Масса V_2^0-частицы, или, в современных обозначениях, θ^0-частицы, была определена в 1953 г. Томсоном с сотр.; оказалось, что

$$\theta^0 \to \pi^+ + \pi^- + 214 \text{ Мэв}. \qquad (6.8)$$

На долю процессов, сопровождающихся образованием нейтральных V-частиц, приходится приблизительно несколько процентов числа всех процессов, вызванных высокоэнергетичными частицами с начальной энергией порядка 10 *Гэв* и сопровождающихся образованием пионов. Относительно высокая распространенность V-частиц свидетельствует в пользу того, что эти частицы сильно взаимодействующие; что же касается значения начальной энергии, то оно определяется характеристиками камер Вильсона, на которых проводились опыты.

В 1953 г. сотрудник Пасаденской группы Коуэн обнаружил процессы нового типа. В камере Вильсона частица с массой, превышающей массу нуклона, распадалась на нейтральную частицу и отрицательный пион, а затем нейтральная частица также распадалась на отрицательный пион и протон, как показано на фиг. 62. Очевидно, эта частица претерпевает двухступенчатый или каскадный распад следующего вида:

$$\Xi^- \to \Lambda^0 + \pi^- + (67 \pm 12) \text{ Мэв}. \qquad (6.9)$$
$$\hookrightarrow p + \pi^-$$

Фиг. 62. Первая каскадная частица, обнаруженная в 1953 г. Коуэном.

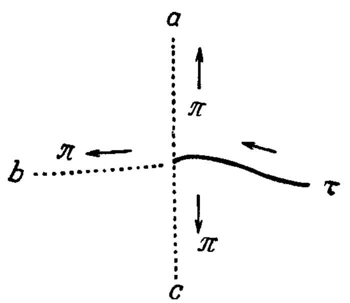
Ее назвали Ξ-частицей, и, как мы увидим впоследствии, сам факт ее существования имеет решающее значение для построения феноменологической теории странных частиц.

Бристольская группа положила начало исследованиям странных частиц с помощью ядерных эмульсий, что позволило получить более обширную информацию. В 1949 г. эта группа обнаружила тяжелый мезон, распадающийся на три пиона. Вслед за тем было зарегистрировано большое число таких мезонов — их называют τ-мезонами. Типичный распад τ-мезона схематически показан на фиг. 63.

Чтобы убедиться в трехпионном характере распада, необходимо проверить выполнение целого ряда условий.

1. Если распадающийся τ-мезон покоится, то треки вторичных пионов должны лежать в одной плоскости (компланарность).

2. Сумма трех импульсов вторичных пионов должна равняться нулю. С помощью эмульсий измеряется не импульс p, а скорость v. Условие равенства нулю суммы импульсов можно выразить следующим образом:



Фиг. 63. Типичная картина распада τ-мезона в ядерной эмульсии.

$$\frac{p_a}{\sin \varphi_{bc}} = \frac{p_b}{\sin \varphi_{ca}} = \frac{p_c}{\sin \varphi_{ab}}. \qquad (6.10)$$

Измеряя плотность зерен эмульсии, можно определить скорость частицы в эмульсии, т. е.

$$\frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} = \text{Функция плотности зерен} \equiv f(g). \qquad (6.11)$$

Поэтому мы можем написать

$$m_a : m_b : m_c = \frac{\sin \varphi_{bc}}{f(g_a)} : \frac{\sin \varphi_{ca}}{f(g_b)} : \frac{\sin \varphi_{ab}}{f(g_c)}, \qquad (6.12)$$

где m_a — масса покоя частицы a, φ_{bc} — угол, образуемый треками частиц b и c, и т. д. Результаты измерений показали, что

$$m_a = m_b = m_c. \qquad (6.13)$$

Тот из вторичных мезонов, который вызывает образование звезды, был идентифицирован как π^--мезон; непосредственные измерения массы подтвердили этот вывод. Таким образом, схема распада τ-мезона имеет вид

$$\tau^+ \to \pi^+ + \pi^+ + \pi^-. \qquad (6.14)$$

Масса τ-мезона равна 966 m_e.

Следующей частицей, которую открыла Бристольская группа, был $\varkappa$-мезон. В 1951 г. О'Силлей обнаружил трек, который выглядел так, как изображено на фиг. 64. Он соответствовал распаду

Фиг. 64. Типичная картина распада $\varkappa$-мезона в ядерной эмульсии.

$$\varkappa^+ \to \mu^+ + ?^0 + ?^0. \qquad (6.15)$$

Оказалось, что импульс μ^--мезона — непостоянная величина, и, следовательно, распады этого типа не могут быть двухчастичными.

В 1954 г. Круссард, Кэплон, Кларманн и Нун обнаружили тяжелый мезон, распадающийся с образованием пиона непостоянной энергии. В том же 1954 г. группы исследователей, работающие на камерах Вильсона, также обнаружили новые схемы распадов:

Тяжелый мезон $\rightarrow \mu^+ + ?^0$ (Парижская группа),

Тяжелый мезон $\rightarrow \pi^+ + ?^0$ (Принстонская группа).

В 1955 г. Бристольская группа установила существование распада

Тяжелый мезон $\rightarrow e^+ + ?^0 + ?^0$.

Кроме того, в 1953 г. Миланская группа открыла заряженную частицу с массой, превышающей массу нуклона; наблюдавшиеся распады соответствовали схемам

$$\Sigma^+ \rightarrow p + \pi^0, \tag{6.16}$$

$$\Sigma^\pm \rightarrow n + \pi^\pm. \tag{6.17}$$

О существовании положительной тяжелой частицы было известно и Пасаденской группе.

Фаулер, Шатт, Торндайк и Вайтмор были первыми исследователями, получившими странные частицы в лабораторных условиях. В 1954 г., используя пучок пионов от Брукхейвенского космотрона с начальной энергией 1,5 *Гэв*, они наблюдали реакции

$$\pi^- + p \rightarrow \Lambda^0 + \theta^0, \tag{6.18}$$

$$\pi^- + p \rightarrow \Sigma^- + K^+ \tag{6.19}$$

$$\hookrightarrow n + \pi^-$$

В дальнейшем все частицы с массами больше массы нуклона мы будем называть гиперонами или барионами, а все тяжелые мезоны — K-мезонами. При энергии 1,5 *Гэв* полное сечение процесса $\pi^- + p$ оказалось равным 34 ± 3 *мб*, сечение же процессов, сопровождающихся образованием странных частиц, равнялось приблизительно 1 *мб*. Это указывает на очень большую величину ядерного взаимодействия странных частиц.

Важность последнего эксперимента состояла в том, что он отчетливо подтвердил существование Σ^--частицы; кроме того, в этом эксперименте был установлен ассоциативный характер рождения странных частиц.

В заключение сделаем замечание общего характера. В эмульсионных исследованиях тяжелых мезонов обнаружилось примечательное преобладание числа положительных мезонов над

отрицательными; так, все обнаруженные к тому времени τ-мезоны несли положительный заряд. Этот же избыток положительных частиц был обнаружен группой исследователей из Массачусетского технологического института, наблюдавших остановку и распад странных частиц с помощью многопластиночной камеры Вильсона.

§ 2. *Чем странны странные частицы?*

Гипероны и K-мезоны обладают целым рядом специфических особенностей. Так, например, время их жизни с точки зрения ядерных масштабов весьма велико (оно составляет 10^{-8}—10^{-10} *сек*), поэтому взаимодействие, ответственное за распад этих частиц, должно быть слабым. Однако гипероны и K-мезоны образуются в больших количествах, поэтому они должны сильно взаимодействовать с ядрами. Возьмем в качестве примера распад

$$\Lambda^0 \to p + \pi^- \tag{6.20}$$

и предположим, что распадное взаимодействие имеет вид

$$\mathscr{H}_{\text{расп}} = if\bar{\psi}_p\gamma_5\psi_\Lambda\varphi_\pi + \text{Эрм. сопр.} \tag{6.21}$$

Расчет, основанный на теории возмущений, показывает, что константа взаимодействия $f^2/4\pi$ чрезвычайно мала:

$$\frac{f^2}{4\pi} \approx 10^{-11}, \tag{6.22}$$

что в 10^{12} раз меньше константы пион-нуклонного взаимодействия. Поэтому указанное взаимодействие не может объяснить большую вероятность рождения странных частиц. С другой стороны, положение, очевидно, нельзя поправить и путем увеличения константы f^2, так как при этом время жизни Λ^0-частицы окажется слишком малым, скажем, порядка 10^{-21}—10^{-22} *сек.*

Эти трудности напоминают проблему μ-мезона: μ-мезоны образуются в больших количествах и все-таки взаимодействуют с ядрами слабо. В случае μ-мезонов эту трудность удалось устранить в двухмезонной теории; можно было бы подумать, что и в данном случае возможно подобное решение. Однако здесь дело обстоит иначе. Допустим, что Λ^0-частица взаимодействует с нуклонами слабо и что она является дочерней частицей другой тяжелой частицы X, способной к сильному ядерному взаимодействию. В случае π- и μ-мезонов ситуация именно такова; вероятно, могло бы показаться, что и в случае Λ^0-частицы возможен такой путь. Однако это неверно. В самом деле, предположим,

что X-частица образуется в процессе вида

$$\left.\begin{matrix}\pi\\ N\end{matrix}\right\}+N\xrightarrow[\text{взаимодействие}]{\text{Сильное}}X+a+b+\ldots\ \text{(Обильное порождение)},\tag{6.23}$$

а распадается по схеме

$$X\xrightarrow[\text{взаимодействие}]{\text{Слабое}}\Lambda^0+\ \ldots\ .\tag{6.24}$$

Распад происходит посредством слабого взаимодействия, поэтому Λ^0-частица сильно с нуклонами не взаимодействует. Частицы a, b, ... должны быть нуклонами, пионами или, возможно, фотонами. Но в таком случае X-частица может распадаться посредством одних сильных взаимодействий:

$$X\xrightarrow[\text{взаимодействия}]{\text{Сильные}}\left.\begin{matrix}\pi\\ N\end{matrix}\right\}+N+\bar{a}+\bar{b}+\ \ldots\xrightarrow[\text{взаимодействия}]{\text{Сильные}}N+\pi\ \text{или}\ \gamma.\tag{6.25}$$

Таким образом, у X-частицы нет шансов распасться на Λ^0-частицы через слабое взаимодействие.

Как мы уже упоминали, очень трудно объяснить природу Λ^0-частиц, предполагая, что они рождаются поодиночке. Стремясь преодолеть указанную трудность, Намбу, Нишиджима и Ямагучи, а также Онеда выдвинули в 1951 г. гипотезу о парном рождении странных частиц. Аналогичное предположение в 1952 г. высказал Пайс. Во всех этих теориях предполагалось, что странные частицы рождаются парами, поэтому сильные взаимодействия включают четное число странных частиц. Ясно, что в таком случае распад странных частиц на обыкновенные частицы оказывается запрещенным, поскольку в сильных взаимодействиях число странных частиц может измениться лишь на 2, 4 и т. д. Относительно же слабых взаимодействий, вызывающих распад, предполагалось, что они могут включать нечетное число странных частиц. Однако в справедливости гипотезы парного рождения нельзя было убедиться экспериментально до тех пор, пока пары странных частиц не удалось получить на Брукхейвенском космотроне.

§ 3. Гипотеза о зарядовой независимости

Хотя гипотеза о парном рождении странных частиц с успехом объяснила, почему они образуются в больших количествах и имеют большое время жизни, остался еще целый ряд нерешенных вопросов.

1. Гипотеза парного рождения не объяснила замечательную стабильность каскадной Ξ-частицы по отношению к распаду, сопровождающемуся образованием другой странной частицы — Λ^0-гиперона.

2. Не была выяснена причина избытка положительных *К*-мезонов, обнаруженного как в ядерных эмульсиях, так и в многопластиночной камере Вильсона.

3. Не было понятно, почему при энергиях порядка 1 *Гэв* странные частицы легче образуются в пион-нуклонных столкновениях, чем при столкновениях нуклонов с нуклонами.

В дальнейшем мы увидим, что все эти особенности очень тесно связаны между собой.

а. Чтобы выяснить эти вопросы, вспомним принцип зарядовой независимости, который был установлен для взаимодействия пионов с нуклонами, а также для ядерных сил при низких энергиях порядка 10^2 *Мэв*. Этот принцип в отличие от калибровочной инвариантности или инвариантности относительно поворотов носит нестрогий характер, и нет уверенности, что его можно распространить на область высоких энергий, скажем, порядка 1 *Гэв*, при которых начинают рождаться странные частицы. Однако представляется разумным предположить, что ему подчиняются не только пион-нуклонные взаимодействия, но и взаимодействия странных частиц, поскольку эти последние через виртуальные состояния входят во взаимодействия пионов с нуклонами. Если бы взаимодействия странных частиц нарушали принцип зарядовой независимости, то это нарушение через виртуальные состояния сказывалось бы и на пион-нуклонных системах. Из эксперимента известно, что в области энергий порядка 10^2 *Мэв* нарушения принципа зарядовой независимости не превышают нескольких процентов, хотя это зависит от того, какая именно величина измеряется. Например, различие в длинах рассеяния для системы двух протонов и системы из протона и нейтрона в ^1S-состояниях достаточно велико, но мы знаем, что длина рассеяния очень чувствительна к электромагнитным эффектам. В большинстве другие величины гораздо менее чувствительны к таким эффектам (см. гл. 3), поэтому, грубо говоря, можно считать, что отклонения от принципа зарядовой независимости не превышают нескольких процентов. Таким образом, если взаимодействия странных частиц относятся к классу сильных взаимодействий, то они не могут нарушать этого принципа, так как верхний предел отклонений от него уже установлен.

Из опытов на космотроне при энергии 1,5 *Гэв* мы знаем, что

$$\sigma(\pi^- + p \to \text{Странные частицы}) \approx 1 \text{ мб}. \qquad (6.26)$$

Вероятно, приемлемую оценку взаимодействий странных частиц можно получить, определив отношение

$$\frac{\sigma(\pi^- + p \to \text{Странные частицы})}{\sigma(\pi^- + p \to p + \pi^-, \text{упругое рассеяние})} \approx 10^{-1}. \qquad (6.27)$$

Величина этого отношения указывает, что при энергиях порядка 1 *Гэв* взаимодействия странных частиц столь же сильны, как и взаимодействия пионов с нуклонами. Это обстоятельство можно рассматривать как гарантию того, что ядерные взаимодействия странных частиц действительно зарядово независимы. Обобщая приведенные выше рассуждения, можно заключить, что взаимодействия, сила которых сравнима с силой пион-нуклонных взаимодействий, зарядово независимы.

б. Принцип зарядовой независимости — нестрогий принцип, в противном случае были бы невозможны прежде всего столь существенные различия между компонентами зарядовых мультиплетов, такие, какие существуют между положительным, нейтральным и отрицательным пионами, да и сам принцип не носил бы такого названия.

Насколько нам известно, небольшие отклонения от принципа зарядовой независимости при энергиях порядка 10^2 *Мэв* могут быть отнесены за счет электромагнитных взаимодействий и небольшого различия между массами, которое в свою очередь, возможно, имеет электромагнитное происхождение. Следовательно, можно считать гарантированным, что среди взаимодействий, нарушающих принцип зарядовой независимости, электромагнитное взаимодействие — наиболее сильное. В присутствии электромагнитного взаимодействия полный изоспин системы не сохраняется — сохраняющейся величиной является только его третья компонента:

$$[I_3, \mathcal{H}_{\text{эл. м.}}] = 0. \qquad (6.28)$$

Хотя в низшем порядке по электромагнитному взаимодействию изоспин и не сохраняется, тем не менее его изменения должны подчиняться правилам отбора

$$\Delta I = 0, \ \pm 1. \qquad (6.29)$$

Этот вопрос уже обсуждался в гл. 3.

в. Наконец, перейдем к слабым взаимодействиям. Очевидно, все взаимодействия, кроме двух рассмотренных выше, должны быть более слабыми. В общем случае в слабых взаимодействиях не сохраняются ни полный изоспин, ни его третья компонента. К этой категории принадлежат различные взаимодействия (такие, как взаимодействие Ферми), обусловливающие многочисленные наблюдаемые на эксперименте распадные процессы.

Более того, в процессах с участием лептонов мы даже не можем определить изотопический спин. Интересно, что такого рода взаимодействия приблизительно на 12 порядков слабее зарядово независимых взаимодействий. До сих пор мы еще не знаем причины такого большого разрыва в силе различных взаимодействий. Возможно, это связано с экспериментальными трудностями обнаружения промежуточных по силе взаимодействий, если, конечно, таковые вообще существуют. Подобные «промежуточные» взаимодействия в процессах рождения и рассеяния приводили бы к слишком малым сечениям, а в процессах распада — к слишком коротким временам жизни, чтобы их удалось обнаружить экспериментально.

Разделив взаимодействия на три категории, вернемся теперь к обсуждению зарядовой независимости применительно к странным частицам. Прежде всего следует заняться вопросом об изоспине этих частиц.

1. Гипероны. Приписывая то или иное значение изоспина Λ^0-гиперону, мы должны ответить на вопрос: существуют ли заряженные частицы, принадлежащие к тому же зарядовому мультиплету, к которому принадлежит Λ^0-гиперон? Если бы такие частицы существовали, они должны были бы иметь примерно такую же массу, как Λ^0-гиперон, а вероятность их образования была бы столь же велика. На эксперименте были обнаружены заряженные гипероны $\Sigma^{\pm}$, однако они значительно тяжелее Λ^0:

$$\Lambda^0 \to p + \pi^- + 37\ \textit{Мэв},$$

$$\Sigma^+ \to \begin{cases} p + \pi^0 + 116\ \textit{Мэв}, \\ n + \pi^+ + 110\ \textit{Мэв}, \end{cases}$$

$$\Sigma^- \to n + \pi^- + 117\ \textit{Мэв}.$$

Из приведенных уравнений ясно, что Σ-частицы приблизительно на 80 *Мэв* тяжелее Λ^0-гиперона. Это различие слишком велико, чтобы его можно было отнести за счет электромагнитных эффектов. Поэтому представляется разумным предположить, что

$$I(\Lambda^0) = 0. \qquad (6.30)$$

Естественно также считать, что Σ^+- и Σ^--гипероны принадлежат к одному зарядовому мультиплету. В этом случае следует предположить, что существует Σ^0-частица, а изоспин Σ-гиперонов равен

$$I(\Sigma) = 1 \qquad (6.31)$$

(разумеется, при условии, что все эти частицы, Σ^+, Σ^0 и Σ^-, существуют и что они образуют зарядовый триплет). Кажущееся отсутствие Σ^0-гиперона можно отнести за счет быстрого ненаблюдаемого распада

$$\Sigma^0 \to \Lambda^0 + \gamma, \tag{6.32}$$

для которого выполняется правило отбора $\Delta I = -1$. Когда в какой-либо реакции рождается Σ^0-гиперон, он немедленно распадается на Λ^0-гиперон и фотон, и наблюдатель воспринимает эту реакцию, как если бы в ней Λ^0-гиперон рождался непосредственно. Это обстоятельство делает оценку вероятности образования Σ^0-гиперона чрезвычайно трудной, однако если импульсы частиц, участвующих в процессах с образованием Σ^0 и Λ^0-гиперона, известны точно, то различие между процессами

$$\begin{array}{l}\pi^- + p \to \Sigma^0 + K^0 \\ \qquad\qquad \lfloor\!\!\to \Lambda^0 + \gamma\end{array}$$

и

$$\pi^- + p \to \Lambda^0 + K^0$$

можно обнаружить. Процесс распада

$$\Sigma^{+,\,0,\,-} \to \Lambda^0 + \pi^{+,\,0,\,-} \tag{6.33}$$

не противоречит закону сохранения изоспина, однако он запрещен законом сохранения энергии. По этой причине $\Sigma^{\pm}$-гипероны не могут распадаться только за счет одних сильных взаимодействий. Если бы вышеприведенный процесс распада энергетически был возможен, то Σ-частицы проявляли бы себя как резонансные состояния. Вопрос об изоспине Ξ^--гиперона мы обсудим в одном из последующих параграфов.

2. Тяжелые мезоны. Чтобы выяснить, какое значение изоспина следует приписать тяжелым мезонам, мы воспользуемся результатами экспериментов, выполненных на космотроне:

$$\begin{array}{lccccc} & \pi^- & + \; p & \to \Lambda^0 & + \; \theta^0. & \\ I\colon & 1 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \text{ или } \frac{3}{2} \\ I_3\colon & -1 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \end{array} \tag{6.34}$$

Если выбрать $I(\theta) = {}^3/_2$, то должны существовать θ^{++}, θ^+, θ^0 и θ^- в соответствии с четырьмя значениями проекции изоспина $I_3 = {}^3/_2, {}^1/_2, -{}^1/_2, -{}^3/_2$. Насколько нам известно, тяжелый мезон с двойным зарядом, вероятность рождения которого была бы

сравнима с вероятностью рождения θ^0-мезона, не существует. Следовательно, можно предположить, что

$$I(\theta) = \frac{1}{2}. \tag{6.35}$$

Соответствующая $I_3 = {}^1/_2$ заряженная частица того же мультиплета, что и θ^0, должна иметь заряд $+e$. Таким образом, θ^+ и θ^0 образуют зарядовый дублет точно так же, как протон и нейтрон. Позже мы увидим, что имеется лишь один тип тяжелых мезонов, масса которых равна массе θ-мезона. Однако на ранней стадии развития физики странных частиц этот тяжелый мезон (K-мезон) называли по-разному, в зависимости от той или иной схемы его распада. В соответствии со сказанным процесс, обсуждавшийся выше, можно обобщить следующим образом:

$$\pi^- + p \to \begin{cases} \Lambda + K, \\ \Sigma + K. \end{cases} \tag{6.36}$$

Как мы уже указали, на эксперименте наблюдались различные типы распада K-мезонов, образовавшихся при указанных выше реакциях. Это значит, что изоспин K-мезонов равен ${}^1/_2$ независимо от того, сколько различных видов их существует.

Позже мы увидим, что K^0-мезон и его античастицу $\overline{K}^0$-мезон следует отличать друг от друга. Эта ситуация в корне отлична от существующей в случае фотона и π^0-мезона, когда частицы и соответствующие античастицы тождественны между собой. $\overline{K}^0$- и K^--мезоны также образуют зарядовый дублет. Для странных частиц сферические гармоники или базисные векторы в зарядовом пространстве даются выражениями

$$\Lambda^0, \quad \begin{pmatrix} -\Sigma^+ \\ \Sigma^0 \\ \Sigma^- \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} K^+ \\ K^0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \overline{K}^0 \\ -K^- \end{pmatrix}. \tag{6.37}$$

§ 4. *Стабильность материи*

Мы определили гипероны как частицы, масса которых больше массы нуклона. Это определение нестрогое, так как все атомные ядра также тяжелее нуклона. Чтобы отличить ядра от гиперонов, необходимо ввести новое квантовое число.

Рассмотрим прежде всего вопрос о стабильности материи. В качестве примера рассмотрим атом водорода в основном состоянии. Почему этот атом стабилен? Почему он не распадается на более легкие частицы, такие, например, как пионы? Почему

невозможен, скажем, процесс

$$e^- + p \to \pi^+ + \pi^- ? \tag{6.38}$$

Этот процесс не противоречит ни одному из известных законов сохранения. Для предотвращения такого нежелательного распада должно существовать запрещающее его правило отбора или закон сохранения. В качестве одной из возможностей можно предположить, что сохраняется число нуклонов; в таком случае атом водорода, конечно, будет стабильным. Согласно теории Дирака, возможны процессы рождения и аннигиляции нуклон-антинуклонных пар, поэтому соответствующий закон сохранения формулируется следующим образом:

n(Нуклонное число) = Число нуклонов — Число антинуклонов = Интеграл движения (6.39)

Однако этот закон сохранения нарушается в процессе

$$\Lambda^0 \to p + \pi^-,$$

и, следовательно, его необходимо модифицировать. Простейший способ обобщить его состоит в том, чтобы переопределить нуклонное число:

n = (Число нуклонов и Λ-, Σ-, Ξ-гиперонов) — — (Число антинуклонов, анти-Λ-, анти-Σ-, анти-Ξ-гиперонов). (6.40)

Эта величина сохраняется во всех известных реакциях. Определенное таким образом число n называют нуклонным или барионным числом, а частицы, для которых $n=1$, иногда называют барионами; те же частицы, для которых $n=-1$, — антибарионами. Нуклоны — наиболее легкие из барионов, поэтому они стабильны, или, более строго, протон — наилегчайший барион, следовательно, он стабилен. Нуклонное число можно выразить через полевые операторы:

$$n = \int \psi_N^\dagger \psi_N \, d^3x + \int \hat{\psi}_\Sigma^\dagger \hat{\psi}_\Sigma d^3x + \int \psi_\Lambda^\dagger \psi_\Lambda \, d^3x + \int \psi_\Xi^\dagger \psi_\Xi \, d^3x, \tag{6.41}$$

где $\psi^\dagger \psi$ фактически означает нормальное произведение.

§ 5. Введение странности

В § 3 этой главы мы приписали каждой из странных частиц определенное значение изоспина. Это приводит к целому ряду следствий, которые мы теперь обсудим.

1. Гипероны и тяжелые мезоны не могут быть построены из нуклонов и пионов. Как обычный, так и изотопический спины являются целыми у пионов и полуцелыми у нуклонов, поэтому и изоспин, и спин системы пионов и нуклонов были бы либо целыми, либо полуцелыми одновременно. Однако в случае странных частиц положение иное.

2. K^+- и K^0-мезоны образуют зарядовый дублет, поэтому в зарядовом пространстве их трансформационные свойства аналогичны свойствам протон-нейтронного дублета: сопоставленный этим частицам полевой оператор в зарядовом пространстве ведет себя как спинор. Отсюда следует, что K^0-мезон должен описываться комплексной волновой функцией, или, говоря точнее, K^0-мезон в отличие от нейтрального пиона должен описываться неэрмитовым оператором. Но это означает, что K^0-мезон не совпадает со своей античастицей — $\bar{K}^0$-мезоном.

В случае пионов возможны три зарядовых состояния, образующих зарядовый триплет ($I=1$), а три базисных вектора π^+, π^0 и π^- при поворотах в зарядовом пространстве преобразуются друг через друга согласно трехмерному неприводимому представлению группы вращений. В этом представлении (ср. с § 3 гл. 3) π^0-мезон описывается действительной волновой функцией (эрмитовым оператором), поэтому в результате зарядового сопряжения он преобразуется сам в себя. С другой стороны, в случае K-мезона два набора базисных векторов (K^+, K^0) и ($\bar{K}^0$, K^-) при поворотах не смешиваются друг с другом, так как каждый из них образует неприводимое представление. Эти два набора базисных векторов переходят друг в друга в результате зарядового сопряжения. В дальнейшем обозначение $\bar{K}$ будет относиться как к $\bar{K}^0$-, так и к K^--мезонам.

3. Для изучения качественных особенностей странных частиц удобно ввести понятие странности. В гл. 3 уже обсуждался вопрос о тесной взаимосвязи третьей компоненты изотопического спина I_3 и заряда q. Так, например,

$$q=\begin{cases} eI_3 & \text{для пионов,} \\ e\left(I_3+\frac{1}{2}\right) & \text{для нуклонов,} \\ e\left(I_3-\frac{1}{2}\right) & \text{для антинуклонов,} \end{cases}$$

Эти соотношения можно записать с помощью единой формулы:

$$q=e\left(I_3+\frac{n}{2}\right). \tag{6.42}$$

Однако область применимости соотношения (6.42) слишком ограничена, и, чтобы включить в рассмотрение странные частицы, мы обобщим его следующим образом:

$$q = e\left(I_3 + \frac{n}{2} + \frac{s}{2}\right). \tag{6.43}$$

Если теперь приписать каждому зарядовому мультиплету подходящее значение s, то все известные нам частицы будут удовлетворять этому соотношению. Величина s, характеризующая данный зарядовый мультиплет, называется странностью. Для нестранных частиц, таких, как нуклоны и пионы, s должна равняться нулю, что непосредственно ясно из сравнения формул (6.42) и (6.43). Различным странным частицам приписывают следующие значения странности:

$$\begin{aligned} &s(\Lambda) = s(\Sigma) = s(\overline{K}) = -1, \\ &s(K) = 1. \end{aligned} \tag{6.44}$$

Вопрос о странности Ξ-гиперона мы обсудим позднее.

В сильных и электромагнитных взаимодействиях величины q, n и I_3, а следовательно, и странность s сохраняются. Таким образом, закон сохранения странности управляет процессами рождения странных частиц. Так как q, I_3 и n антикоммутируют с $\mathcal{C}$, мы имеем для s-соотношения

$$\mathcal{C} s \mathcal{C}^{-1} = -s. \tag{6.45}$$

Оно означает, что странности частиц и соответствующих им античастиц совпадают по величине, но различаются знаком. Квантовое число странности s было введено Гелл-Манном и независимо Нишиджимой.

4. Тот факт, что странные частицы рождаются парами, является следствием закона сохранения странности.

В процессах рождения странных частиц начальное состояние содержит лишь частицы, не обладающие странностью, такие, как π-мезоны и нуклоны, следовательно,

$$s_i = 0.$$

Сохранение странности в процессах рождения требует, чтобы

$$s_f = 0.$$

Поэтому возможно образование только четного числа странных частиц, половина из которых имеет странность $s = +1$, а другая половина — $s = -1$.

Что касается каскадного гиперона Ξ, то, по-видимому, разумно приписать ему значение странности $s=-2$. В пользу такого предположения свидетельствует наблюдавшийся экспериментально [2] процесс

$$\text{Космические лучи} + \text{Атомные ядра} \to \Xi^- + 2\theta^0 + \ldots . \qquad (6.46)$$

Поскольку $s(\theta^0)=1$, отсюда вытекает, что $s(\Xi)=-2$; поэтому

$$q = e\left(I_3 - \frac{1}{2}\right) \text{ для } \Xi\text{-гиперона} \qquad (6.47)$$

и, следовательно, Ξ^0 и Ξ^- образуют зарядовый дублет.

Если приписанное выше значение изоспина правильно, то Ξ-гипероны можно было бы получать с помощью реакций

$$\begin{aligned} K^- + p &\to \Xi^- + K^+, \\ K^- + p &\to \Xi^0 + K^0. \end{aligned} \qquad (6.48)$$

Эксперименты на бэватроне в Беркли показали, что такие процессы действительно имеют место [3, 4].

В качестве следующего шага выясним, все ли странные частицы стабильны по отношению к распадам, обусловленным сильными взаимодействиями. Перечислим процессы, разрешенные с точки зрения сохранения странности:

$$\Lambda \to N + \overline{K},$$
$$\Sigma \to N + \overline{K},$$
$$\Xi \to \Lambda + \overline{K},$$
$$\Xi \to \Sigma + \overline{K},$$

а

$$\Sigma \to \Lambda + \pi.$$

Оказывается, что все эти процессы невозможны в силу энергетических соображений. Единственный разрешенный процесс — это распад

$$\Sigma^0 \to \Lambda^0 + \gamma.$$

5. Четность странных частиц с нечетной странностью по отношению к обычным частицам (нуклонам и пионам) определить невозможно. Будем рассматривать только сильные взаимодействия, и пусть a, b, ... — странные частицы с нечетной странностью. Предположим далее, что сильные взаимодействия инвариантны относительно пространственных отражений, причем соответствующие четности равны

$$\varepsilon_a, \ \varepsilon_b, \ \ldots . \qquad (6.49)$$

Тогда из сохранения странности следует, что гамильтониан сильных взаимодействий $\mathscr{H}_{\text{сильн}}$ останется инвариантным также и в том случае, если этим частицам приписать противоположную четность:

$$\varepsilon'_a = -\varepsilon_a, \quad \varepsilon'_b = -\varepsilon_b, \ \ldots, \tag{6.50}$$

ибо для сохранения странности необходимо, чтобы каждый член гамильтониана $\mathscr{H}_{\text{сильн}}$ содержал четное число операторов частиц с нечетной странностью. Таким образом, наше утверждение доказано. По-видимому, следует отметить, что из невозможности определить относительную четность странных частиц и, скажем, пион-нуклонной системы вытекает невозможность взаимных переходов между ними. Переходы такого рода называются сверхзапрещенными [5].

Рассматривать слабые взаимодействия для определения четности странных частиц совершенно бесполезно, так как в слабых взаимодействиях странность не сохраняется.

Приведенные выше рассуждения не применимы в случае странных частиц с четным значением странности. Возьмем в качестве примера реакцию

$$\Xi^- + p \to \Lambda^0 + \Lambda^0. \tag{6.51}$$

Сохранение четности требует, чтобы

$$(-1)^{l_i}\,\varepsilon(\Xi^-)\,\varepsilon(p) = (-1)^{l_f}\,\varepsilon(\Lambda^0)\,\varepsilon(\Lambda^0),$$

или

$$\varepsilon(\Xi^-) = (-1)^{l_i+l_f}\,\varepsilon(p). \tag{6.52}$$

Здесь l_i и l_f — орбитальные моменты в начальном и конечном состояниях соответственно. Обычно принимается, что $\varepsilon(p) = 1$, поэтому четность $\varepsilon(\Xi^-)$ можно определить однозначно, если существует какая-либо возможность измерить l_i и l_f экспериментально. Иными словами, относительную четность протона и Ξ^--гиперона можно определить совершенно недвусмысленным образом. В отношении странных частиц с нечетной странностью обычно придерживаются соглашения $\varepsilon(\Lambda^0) = 1$, которое необходимо для определения четности K-мезона. Таким образом, экспериментальному определению подлежат следующие относительные четности:

а) четность K-мезона по отношению к нуклону и Λ^0-гиперону;

б) четность Σ-гиперона по отношению к Λ^0;

в) четность Ξ-гиперона по отношению к нуклону.

Коль скоро $\varepsilon(\Lambda^0)$ фиксировано, преобразование (6.50) перестает быть допустимым, поэтому внутренние четности частиц с нечетной странностью можно определить вполне однозначно. Изложенные соображения представляют одну из причин, в силу которых постулируется $\varepsilon(\Lambda^0)=1$.

6. Сохранение странности s объясняет многие особенности странных частиц, не объяснимые на основе только гипотезы парного рождения. Вернемся в этой связи к вопросу, который был поставлен в начале § 3 этой главы.

Почему при энергиях порядка нескольких *Гэв* странные частицы легче образуются в пион-нуклонных столкновениях, чем при столкновениях нуклонов с нуклонами? Чтобы выяснить, в чем здесь дело, рассмотрим вопрос об энергетических порогах различных реакций рождения странных частиц. Соответствую-

Таблица 14

Пороговые энергии рождения странных частиц

Реакция рождения	Порог реакции, *Гэв*
$N+N\to\Lambda+K+N$	1,57
$\Sigma+K+N$	1,80
$N+N+K+\bar{K}$	2,50
$\Xi+2K+N$	3,74
$\Lambda+\Lambda$	0,77 (запрещен)
$\Sigma+\Sigma$	1,16 (запрещен)
$\pi+N\to\Lambda+K$	0,76
$\Sigma+K$	0,90
$N+K+\bar{K}$	1,36
$\Xi+2K$	2,23

щие значения энергий в лабораторной системе приведены в табл. 14. Процесс рождения пары Λ-гиперонов

$$\begin{array}{ccccc} & N+N\to & \Lambda & + & \Lambda \\ s & 0 \quad\; 0 & -1 & & -1 \end{array} \tag{6.53}$$

имеет очень низкий порог и кажется наиболее легко осуществимым, однако он запрещен законом сохранения странности. В случае столкновений нуклонов с нуклонами самым низким порогом среди разрешенных процессов обладает процесс

$$\begin{array}{cccccc} & N+N\to & \Lambda & +K & +N & (1{,}57\ \textit{Гэв}). \\ s & 0 \quad\; 0 & -1 & 1 & 0 & \end{array} \tag{6.54}$$

При пион-нуклонных столкновениях наиболее низкий порог имеет реакция

$$\begin{matrix} \pi + N \to \Lambda + K & (0{,}76\ \textit{Гэв}). \\ s\ \ 0\quad 0\quad -1\quad 1 & \end{matrix} \tag{6.55}$$

Такая разница пороговых значений энергии ведет к заметному различию в эффективных сечениях соответствующих реакций в случае, когда начальные энергии по порядку величины составляют несколько *Гэв* (космотронные энергии).

Другой вопрос касается избытка положительных K-мезонов. Можно сразу же понять, почему он имеет место, если обратить внимание на то, что, во-первых, K^+- и K^--мезоны принадлежат к различным зарядовым мультиплетам и, во-вторых, K^+- и K^0-мезоны суть единственные частицы с положительной странностью. В самом деле, если энергии исходных частиц сравнительно невелики, то в реакциях образования странных частиц антибарионы рождаться не могут.

Закон сохранения s требует, чтобы странные частицы с положительной странностью рождались всегда вместе с барионами, странность которых отрицательна. С другой стороны, $\overline{K}$-мезоны могут образовываться лишь совместно с K^+- или K^0-мезонами, причем соответствующие энергии, как видно из табл. 14, сравнительно велики.

7. Принцип зарядовой независимости позволяет установить целый ряд соотношений между сечениями реакций с участием странных частиц.

В случае пион-нуклонной системы соотношение

$$\frac{d\sigma/d\Omega\,(p + p \to d + \pi^+)}{d\sigma/d\Omega\,(n + p \to d + \pi^0)} = 2$$

представляется наиболее удобным для проверки принципа зарядовой независимости. Что это соотношение действительно имеет место, подтвердили Гилдебранд [6] и Шултер [7].

В случае реакций с участием странных частиц ситуация не такая определенная. Имеется целый ряд соотношений, которые можно получить, исходя лишь из принципа зарядовой симметрии, однако здесь мы приведем лишь те соотношения, которые не удается вывести таким путем:

$$\frac{\sigma(K^- + d \to \Sigma^- + p)}{\sigma(K^- + d \to \Sigma^0 + n)} = 2,$$

$$\frac{\sigma(K^- + d \to \Lambda^0 + p + \pi^-)}{\sigma(K^- + d \to \Lambda^0 + n + \pi^0)} = 2,$$

$$\frac{\sigma(K^- + d \to \Sigma^0 + p + \pi^-)}{\sigma(K^- + d \to \Sigma^- + p + \pi^0)} = 1,$$

$$\frac{\sigma(K^- + n \to \Lambda^0 + \pi^-)}{\sigma(K^- + p \to \Lambda^0 + \pi^0)} = 2.$$

Обширный обзор соотношений такого рода приведен в работе Фелдмана [8]. Большой недостаток этих соотношений в смысле их проверки заключается в том, что большинство соответствующих реакций включает ненаблюдаемые нейтральные частицы. Так, в частности, весьма трудно обнаружить Σ^0-гиперон. Чтобы преодолеть эту трудность, можно воспользоваться следующим приемом: «добавить» к обеим частям уравнения реакции дейтрон так, чтобы нейтральные частицы «сократились». Например, применив этот прием к последнему из выписанных выше соотношений, получим

$$\frac{\sigma(K^- + {}^3\mathrm{H} \to {}_\Lambda\mathrm{H}^3 + \pi^-)}{\sigma(K^- + {}^3\mathrm{He} \to {}_\Lambda\mathrm{H}^3 + \pi^0)} = 2,$$

где ${}_\Lambda\mathrm{H}^3$ представляет связанную систему, состоящую из нейтрона, протона и Λ^0-гиперона.

На этом мы закончим обсуждение соотношений этого класса и перейдем к вопросу о некоторых неравенствах, вытекающих из требований зарядовой независимости.

В качестве примера рассмотрим три следующие реакции:

$$\begin{aligned} &\pi^+ + p \to \Sigma^+ + K^+ \quad (\text{амплитуда } R_+),\\ &\pi^- + p \to \Sigma^0 + K^0 \quad (\text{амплитуда } R_0),\\ &\pi^- + p \to \Sigma^- + K^+ \quad (\text{амплитуда } R_-). \end{aligned} \tag{6.56}$$

Поскольку речь идет об изотопической структуре, эти реакции можно сравнить с реакциями

$$\begin{aligned} &\pi^+ + p \to \pi^+ + p,\\ &\pi^- + p \to \pi^0 + n,\\ &\pi^- + p \to \pi^- + p. \end{aligned} \tag{6.57}$$

Благодаря этому можно воспользоваться равенством, полученным для рассеяния пионов на нуклонах:

$$R_+ = R_- + \sqrt{2}\,R_0, \tag{6.58}$$

или

$$\sqrt{2}\,R_0 = R_+ - R_-.$$

Из последнего соотношения можно вывести «неравенство треугольника»:

$$\sqrt{2}\,|R_0| = |R_+ - R_-| \leqslant |R_+| + |R_-|,$$

или

$$\sqrt{2\frac{d\sigma_0}{d\Omega}} \leqslant \sqrt{\frac{d\sigma_+}{d\Omega}} + \sqrt{\frac{d\sigma_-}{d\Omega}}. \tag{6.59}$$

Как указал Сакураи [9], экспериментальные данные Мичиганской группы [10][1]) резко противоречат соотношению (6.59), когда образующиеся Σ-гипероны вылетают под углами, близкими к 180°. Таким образом, гипотеза зарядовой независимости оказалась под угрозой. Этот эксперимент был повторно выполнен в Беркли [11][2]). Результаты новых измерений $d\sigma_0/d\Omega$ и $d\sigma_-/d\Omega$ существенно отличались от прежних результатов Мичиганской группы [10]. Оказалось, что для углов, близких к 180°, экспериментально найденные сечения приближенно удовлетворяют соотношению

$$\sqrt{2\frac{d\sigma_0}{d\Omega}} \approx \sqrt{\frac{d\sigma_+}{d\Omega}} + \sqrt{\frac{d\sigma_-}{d\Omega}}. \qquad (6.60)$$

Для полных сечений были получены значения

$$\sigma_0 = 0{,}39 \pm 0{,}037 \text{ мб},$$
$$\sigma_- = 0{,}27 \pm 0{,}028 \text{ мб}.$$

По данным группы, работающей в Сакле, при 1,15 *Гэв/с*

$$\sigma_+ = 0{,}26 \pm 0{,}05 \text{ мб}.$$

Из экспериментальных данных следует, что

$$|R_+| \approx |R_-|.$$

Это означает, что в 88% случаев пары ($\Sigma^0 K^0$) рождаются в состоянии с $I = 1/2$, а рождение пары ($\Sigma^- K^+$) в состоянии с $I = 1/2$ происходит в 96% случаев. Основная причина различий в экспериментальных данных в известной мере определяется трудностями, связанными с идентификацией Σ^0-гиперона.

По-видимому, стоит отметить, что аппарат странности продолжает работать даже в том случае, когда зарядовая независимость нарушается не только электромагнитными, но и некоторыми сильными взаимодействиями (при условии, что третья компонента изоспина I_3 сохраняется).

8. В процессах, обусловленных слабыми взаимодействиями, таких, как распады странных частиц, сохранение странности не обязательно, в противном случае распады были бы невозможны. Наблюдавшиеся схемы распадов позволяют заключить, что для слабых взаимодействий справедливо правило отбора

$$\Delta s = 0, \pm 1. \qquad (6.61)$$

---

[1]) В этом эксперименте использовались пионы с начальной энергией 1,1 *Гэв* и 12-дюймовая пропановая пузырьковая камера без магнитного поля.

[2]) Группа, работавшая в Беркли, пользовалась π-мезонами с энергией $1{,}09 + 0{,}01$ *Гэв* (1,22 *Гэв/с*) и 10-дюймовой пузырьковой камерой Альвареца с жидким водородом; магнитное поле равнялось 11 *кгс*.

Лептонам нельзя приписать какой-либо изотопический спин, но тем не менее удобно считать, что лептоны имеют нулевую странность:

$$s\,(\text{лептона}) = 0. \tag{6.62}$$

Правило отбора (6.61) согласуется с таким предположением. Ниже мы приводим примеры, иллюстрирующие правило отбора (6.61):

$$\begin{array}{lllll} & K \to & 2\pi \text{ или} & 3\pi & \\ s & 1 & 0 & 0 & \Delta s = -1, \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l}\Lambda\\ \Sigma\end{array}\right\} \to N + \pi$$

$$\begin{array}{lllll} s & -1 & 0 & 0 & \Delta s = 1, \end{array}$$

$$\Xi \to \Lambda + \pi$$

$$\begin{array}{lllll} s & -2 & -1 & 0 & \Delta s = 1, \end{array}$$

$$\pi^+ \to \mu^+ + \nu$$

$$\begin{array}{lllll} s & 0 & 0 & 0 & \Delta s = 0. \end{array}$$

Интересно, в частности, отметить, что Ξ-гиперон не распадается на нуклон и пион, несмотря на более предпочтительную кинематику (большое значение величины Q), так как при этом переходе должно быть $\Delta s = 2$, что запрещено правилом отбора. Лучшее и более надежное свидетельство в пользу указанного правила отбора можно получить, анализируя распад K^0-мезона, что будет сделано немного позже.

В том случае, когда все частицы, участвующие в процессе распада, имеют определенные изоспины, правило отбора $\Delta s = \pm 1$ эквивалентно правилу $\Delta I_3 = \mp {}^1/_2$, что предполагает изменение полного изоспина, $\Delta I \neq 0$. Из правила отбора по странности вытекает, что ΔI — полуцелое число.

Дальнейшее уточнение этого положения мы отложим до одного из последующих параграфов.

9. Так как K^+ и K^0 образуют зарядовый дублет, представляющий собой единственный зарядовый мультиплет с положительной странностью, то можно предсказать, что при низких энергиях взаимодействие пучка K^+-мезонов с нуклонами будет носить исключительно характер либо упругого рассеяния, либо рассеяния с перезарядкой:

$$\begin{array}{lll} K^+ + p \to p + K^+, & & R_1, \\ & \nearrow n + K^+, & \frac{1}{2}(R_1 + R_0), \\ K^+ + n & & \\ & \searrow p + K^0, & \frac{1}{2}(R_1 - R_0), \end{array} \tag{6.63}$$

где R_I — амплитуда рассеяния в состоянии с заданным значением изоспина I. Предполагая, что при низких энергиях важен лишь вклад S-волн, получаем

$$\begin{aligned} \sigma(K^+ + p \to p + K^+) &= 4\pi a_1^2 = \sigma_1, \\ \sigma(K^+ + n, \text{ полное}) &= 4\pi \frac{a_0^2 + a_1^2}{2} = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_0). \end{aligned} \tag{6.64}$$

Здесь a_1 и a_0 — длины рассеяния в состояниях с $I=1$ и $I=0$ соответственно. Столкновения K^+-мезонов с протонами изучались Геттингенской и Падуанской группами в 1956 г. По выполненным ими оценкам эффективное сечение, не зависящее, как предполагалось, от энергии, составляет 15 ± 3 *мб*. Поскольку величина этого взаимодействия достаточно мала, интерференционные эффекты, обусловленные кулоновским взаимодействием, можно оценить даже при углах рассеяния 20—30°. Экспериментальные результаты указывают на положительность интерференционного члена, и, следовательно, при K^+p-взаимодействии в S-состоянии имеет место отталкивание. Этот вывод согласуется с тем, что у системы K^++*ядро* отсутствуют связанные состояния.

Недавно группа исследователей, работающая в Беркли [12], измерила сечение рассеяния K^+-мезонов на протонах в области 140—642 *Мэв/с*. Использовалась водородная пузырьковая камера; полученные результаты показывают, что сечение заметно меньше, чем следует из более ранних измерений, в которых применялись счетчики. Для импульсов, не превышающих 300 *Мэв/с*, существенно лишь S-рассеяние, а формула эффективного радиуса взаимодействия в S-состоянии согласуется с экспериментальными данными вплоть до 642 *Мэв/с*. Упомянутая формула имеет вид

$$k \operatorname{ctg} \delta = \frac{1}{a} + \frac{1}{2} r_0 k^2, \tag{6.65}$$

где

$$\begin{aligned} a &= (-0{,}29 \pm 0{,}015) \cdot 10^{-13} \ \text{см}, \\ r_0 &= (0{,}5 \pm 0{,}15) \cdot 10^{-13} \ \text{см}. \end{aligned} \tag{6.66}$$

Эти данные согласуются также с предположением о том, что потенциал имеет твердый керн, радиус которого $r_c = (0{,}31 \pm \pm 0{,}01) \cdot 10^{-13}$ *см*. В области более высоких энергий, когда импульс превышает 1 *Гэв/с*, сечение рассеяния уже неизотропно и становится существенным вклад высших парциальных волн.

10. Взаимодействие K^--мезонов с протонами тщательно исследовалось с помощью водородной пузырьковой камеры в Беркли. Так как странность K^--мезонов отрицательна, их взаимодействия существенно отличаются от взаимодействий

K^+-мезонов. В частности, при захвате K^--мезона покоящимся протоном могут произойти следующие реакции:

$$K^- + p \to \begin{cases} \Sigma^- + \pi^+ & 8, \\ \Sigma^0 + \pi^0 & 4, \\ \Sigma^+ + \pi^- & 4, \\ \Lambda^0 + \pi^0 & 1. \end{cases} \qquad \text{Отношение сечений} \tag{6.67}$$

Начальное состояние представляет собой смесь состояний с $I=0$ и $I=1$. Обозначим отвечающие процессу $\overline{K}+N\to\Sigma+\pi$ амплитуды перехода для состояний с $I=0$ и $I=1$ через M_0 и M_1 соответственно; тогда относительные вероятности приведенных выше реакций можно представить в виде

$$\left|\frac{M_0}{\sqrt{6}}+\frac{M_1}{2}\right|^2 : \frac{|M_0|^2}{6} : \left|\frac{M_0}{\sqrt{6}}-\frac{M_1}{2}\right|^2 : \frac{|N_1|^2}{2}, \tag{6.68}$$

где N_1 — амплитуда перехода для процесса $\overline{K}+N\to\Lambda+\pi$ (при $I=1$), или, точнее, для процесса $K^-+n\to\Lambda^0+\pi^-$. У Λ^0-гиперонов, образующихся в последней реакции или при распаде $\Sigma^0\to\Lambda^0+\gamma$, следующем сразу за второй реакцией, кинетическая энергия достаточно мала (29 *Мэв* в первом случае и 9,5 *Мэв* во втором). Поэтому весьма вероятно, что распад $\Lambda^0\to p+\pi^-$ произойдет внутри камеры.

Для анализа упругого рассеяния

$$\overline{K}+N\to N+\overline{K}. \tag{6.69}$$

Джексон, Равенхол и Уайлд [13] воспользовались феноменологическим описанием фаз рассеяния в рамках теории нулевого эффективного радиуса взаимодействия. Имеется два канала $I=0$ и $I=1$; соответствующие фазы рассеяния в s-состоянии обозначаются через δ_0 и δ_1. Эти фазы комплексные, так как неупругие каналы открыты даже при низких энергиях. Эффективные сечения процессов

$$K^- + p\to p + K^- \tag{6.70}$$

и

$$K^- + p\to n + K^0 \tag{6.71}$$

даются соответственно формулами

$$\sigma_{\text{упр}} = \frac{\pi}{k^2}\,|\sin\delta_0\cdot e^{i\delta_0}+\sin\delta_1\cdot e^{i\delta_1}|^2, \tag{6.72}$$

$$\sigma_{\text{перезарядки}} = \frac{\pi}{k^2}\,|\sin\delta_0\cdot e^{i\delta_0}-\sin\delta_1\cdot e^{i\delta_1}|^2, \tag{6.73}$$

где k — относительный импульс частиц в системе центра инерции. В приближении эффективного радиуса взаимодействия

$$k \operatorname{ctg} \delta_I = \frac{1}{A_I} + \frac{1}{2} R_I k^2 + \ldots \quad (I = 0,\ 1). \tag{6.74}$$

Были высказаны соображения о том, что эффективный радиус по порядку величины должен равняться комптоновской длине волны K-мезона, поэтому при энергиях меньше 100 *Мэв* в лабораторной системе вторым членом в (6.74) можно пренебречь.

Поскольку и фазы δ_I и соответствующие длины рассеяния A_I — комплексные, мы можем написать

$$\delta_I = \alpha_I + i\beta_I, \tag{6.75}$$

$$A_I = a_I + ib_I. \tag{6.76}$$

Мнимая часть фазы рассеяния характеризует меру неупругости. Для неупругих каналов реакций $\bar{K}+N \to \Sigma+\pi$ и $\bar{K}+N \to \Lambda+\pi$ имеем соответственно

$$\sigma_{\text{неупр}}(I=0) = \frac{\pi}{k^2}(1-\eta_0^2) = 6\sigma(\Sigma^0), \tag{6.77}$$

$$\sigma_{\text{неупр}}(I=1) = \frac{\pi}{k^2}(1-\eta_1^2) = \\ = 2\sigma(\Lambda) + 2\sigma(\Sigma^+) + 2\sigma(\Sigma^-) - 4\sigma(\Sigma^0), \tag{6.78}$$

где $\eta_I = \exp(-2\beta_I)$, причем $\beta_I > 0$. Сечения упругих процессов даются формулами

$$\sigma_{\text{упр}} = \frac{\pi}{4k^2} \left| \eta_0 e^{2i\alpha_0} + \eta_1 e^{2i\alpha_1} - 2 \right|^2, \tag{6.79}$$

$$\sigma_{\text{перезарядки}} = \frac{\pi}{4k^2} \left| \eta_0 e^{2i\alpha_0} - \eta_1 e^{2i\alpha_1} \right|^2. \tag{6.80}$$

Основываясь на данных, полученных с помощью пузырьковой камеры, Далитц и Туан [14] нашли четыре решения:

(a^+): $A_0 = (0{,}20 + 0{,}78i) \cdot 10^{-13}$ *см*, $A_1 = (1{,}62 + 0{,}39i) \cdot 10^{-13}$ *см*,

(b^+): $A_0 = (1{,}88 + 0{,}82i) \cdot 10^{-13}$ *см*, $A_1 = (0{,}40 + 0{,}41i) \cdot 10^{-13}$ *см*.

Решения (a^-) и (b^-) получаются из решений (a^+) и (b^+) обращением знаков действительных частей длин рассеяния A_0 и A_1.

Интересно отметить, что, взяв решение (a^-), можно предсказать существование у системы $\bar{K}N$ связанного состояния при $I=1$, однако это состояние нестабильно по отношению к распаду на Λ^0-гиперон и пион. Положение и ширина указанного

резонанса определяются уравнением

$$\operatorname{ctg} \delta_l = i. \tag{6.81}$$

Это уравнение определяет k и, следовательно, массу связанного состояния. Подобный вопрос уже обсуждался в гл. 4 в связи с проблемой дейтрона. Пусть W — полная энергия системы, соответствующая решению уравнения (6.81); тогда

$\operatorname{Re} W$ — масса резонанса,

$-\operatorname{Im} W$ — полуширина резонанса,

и мы имеем

$$W = M_R - \frac{i}{2} \Gamma_R. \tag{6.82}$$

Такой $\Lambda\pi$-резонанс действительно был обнаружен при исследовании процесса [15]

$$K^- + p \to \Lambda^0 + \pi^+ + \pi^-, \tag{6.83}$$

а также процесса [16]

$$K_2^0 + p \to \Lambda^0 + \pi^+ + \pi^0. \tag{6.84}$$

Однако пока мы не имеем уверенности, действительно ли эти резонансы представляют собой резонансы типа Далица — Туана, поскольку спин частицы Y^*, т. е. $\Lambda\pi$-резонанса, не известен. Теория Далица — Туана предсказывает для спина этого резонанса значение $^1/_2$.

Для анализа поглощения K^--мезонов ядрами очень важно знать, происходит ли оно из S- или из P-состояния, однако здесь мы не будем обсуждать эту трудную проблему [1]).

§ 6. Проблема нейтральных K-мезонов

В связи с нейтральными K-мезонами возникает один специфический вопрос из области квантовой механики, к которому мы теперь и перейдем. Обращаясь к изучению этого нового члена семейства элементарных частиц, следует весьма осторожно подходить к ряду фундаментальных вопросов теории, таких, например, как вопрос о том, что характеризует элементарную частицу. Существует большое число различных квантовых чисел, с помощью которых можно отличить одну частицу от другой. Все такие квантовые числа тесно связаны с законами сохранения, действующими в теории поля, поскольку лишь инте-

---

[1]) По этому поводу см., например, обзорный доклад Сноу на Рочестерской конференции 1960 г. [17].

гралы движения могут служить отличительными признаками той или иной частицы. Ниже приведены примеры законов сохранения и соответствующие им отличительные признаки:

Закон сохранения		Отличительный признак
Энергии-импульса	⇄	Масса (время жизни)
Момента количества движения	⇄	Спин

а. Первый из этих признаков — масса покоя частицы. Точно ее можно определить только в том случае, когда частица стабильна. Если же частица нестабильна, то ее масса покоя определяется лишь с «определенной» неопределенностью, которая связана со временем жизни частицы. Частицы различных видов отличаются друг от друга временем жизни, обратно пропорциональным мнимой части массы покоя. Когда время жизни нестабильной частицы очень мало, ее корпускулярная природа будет проявляться неотчетливо.

б. Относительная четность в сильных взаимодействиях сохраняется, и ее можно использовать в качестве одной из возможных характеристик частицы, но лишь в рамках ограниченного класса нейтральных частиц. Выражаясь кратко, для характеристики частицы необходимо использовать собственные значения полного набора наблюдаемых. Иногда оказывается, что такой набор невозможно задать однозначно; тогда вопрос о подходящем выборе наблюдаемых должен решаться сообразно с теми экспериментальными условиями, в которых происходит наблюдение частицы.

в. Сильно взаимодействующим частицам можно приписать изотопический спин. Эта величина играет весьма важную роль в сильных взаимодействиях.

Чтобы полностью охарактеризовать частицу, мы должны взять подходящий полный набор взаимно коммутирующих операторов. Вот некоторые примеры некоммутирующих операторов:

$$\begin{aligned} \mathcal{C} q \mathcal{C}^{-1} &= -q, \\ \mathcal{C} I_3 \mathcal{C}^{-1} &= -I_3, \\ \mathcal{C} n \mathcal{C}^{-1} &= -n. \end{aligned} \tag{6.85}$$

Эти примеры показывают, что зарядовую четность можно использовать в качестве отличительного признака частицы лишь в том случае, когда $q=I_3=n=0$ (если, конечно, I_3 возможно определить). Частицы π^0, γ и позитроний в ^3S и ^1S-состояниях

дают примеры таких частиц, однако I_3 можно определить только для π^0-мезона.

Хотя правила сверхзапрета требуют, чтобы q и n были диагональны при любых измерениях, выбор полного набора наблюдаемых в общем случае зависит от условий эксперимента. Эти соображения важно иметь в виду, рассматривая вопрос о нейтральных K-мезонах.

1. Рождение K^0-мезонов. Пусть K^0-мезоны образуются в результате реакции

$$\pi^- + p \rightarrow K^0 + \Lambda^0. \qquad (6.86)$$

Следует считать, что этот процесс идет только через сильные взаимодействия, поэтому странность, или, что то же самое, I_3, сохраняется. На основании закона сохранения энергии-импульса можно заключить, что образующийся мезон должен быть либо K^0-мезоном, либо $\bar{K}^0$-мезоном. В этом процессе мы измеряем заряд или компоненту I_3 каждой из частиц π^-, p и Λ^0. Следовательно, известным оказывается I_3, или странность K^0-мезона. Так как странность s этого нейтрального мезона должна равняться $+1$, то эта нейтральная частица обязана быть K^0-мезоном, а не $\bar{K}^0$-мезоном. Другими словами, в таком опыте I_3 или s должна принадлежать к полному набору наблюдаемых.

2. Распад K^0-мезонов. Так как K^0-мезон — нейтральная частица, его распад наблюдается косвенным образом: мы измеряем энергию-импульс продуктов распада, например в реакции

$$K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-. \qquad (6.87)$$

Иначе говоря, измеряются квантовые числа системы $(\pi^+\pi^-)$ вместо квантовых чисел самого K^0-мезона. Распад K^0-мезона обусловлен слабыми взаимодействиями, поэтому, очевидно, ни I_3, ни s не могут быть измеряемыми величинами. Для того чтобы приписать K^0-мезону подходящие квантовые числа, необходимо знать, какие из величин сохраняются в слабых взаимодействиях. Предположим, что, кроме тривиальных законов сохранения энергии, импульса и спина, в слабых взаимодействиях сохраняется комбинированная $\mathcal{C}\Pi$-четность. Как мы увидим в следующей главе, ни Π, ни $\mathcal{C}$ не сохраняются в слабых взаимодействиях, однако весьма вероятно, что произведение $\mathcal{C}\Pi$ является сохраняющейся величиной. В таком случае наблюдение продуктов распада позволяет определить это квантовое число. Как было выяснено в § 11 гл. 2 в системе центра масс волновая функция пары $\pi^+ + \pi^-$ является собственной функцией $\mathcal{C}\Pi$ с собственным значением $\mathcal{C}\Pi = +1$. Таким образом, тот из нейтральных K-мезонов, который распадается на $\pi^+ + \pi^-$, опи-

сывается собственным вектором оператора $\mathcal{C}\Pi$, причем соответствующее собственное значение $\mathcal{C}\Pi = +1$.

Следует заметить, что $\mathcal{C}\Pi$ и I_3 не коммутируют между собой:

$$(\mathcal{C}\Pi) I_3 (\mathcal{C}\Pi)^{-1} = -I_3, \tag{6.88}$$

поэтому в случаях рождения и распада K^0-мезона используются различные полные наборы наблюдаемых. Следовательно, нейтральный K-мезон, распадающийся на $\pi^+ + \pi^-$, не совпадает ни с K^0-мезоном, ни с $\bar{K}^0$-мезоном; этот мезон называют K_1^0-мезоном.

3. K_1^0 и K_2^0-мезоны. Сразу же возникает вопрос, каким образом K_1^0 связан с K^0 и $\bar{K}^0$. Пусть Φ — оператор, отвечающий K^0-мезону; тогда $\Phi^\dagger$ будет описывать $\bar{K}^0$-мезон. Предположим, что K-мезон покоится (только в этом случае квантовое число Π имеет смысл); тогда

$$(\mathcal{C}\Pi)\, \Phi(\mathbf{x})\, (\mathcal{C}\Pi)^{-1} = e^{2i\delta} \Phi^\dagger(-\mathbf{x}), \tag{6.89}$$

где δ — фаза, являющаяся c-числом. Изменив подходящим образом фазу Φ, т. е. выполнив фазовое преобразование

$$\Phi \to \Phi' = \Phi e^{-i\delta}, \tag{6.90}$$

мы можем избавиться в определенных таким образом новых операторах Φ' и $\Phi'^\dagger$ от фазового множителя $e^{2i\delta}$ в формуле (6.89). Будем теперь вместо Φ' и $\Phi'^\dagger$ писать просто Φ и $\Phi^\dagger$; тогда вместо равенства (6.89) получим:

$$(\mathcal{C}\Pi)\, \Phi(\mathbf{x})\, (\mathcal{C}\Pi)^{-1} = \Phi^\dagger(-\mathbf{x}). \tag{6.91}$$

В качестве следующего шага введем операторы

$$\begin{aligned} \Phi(\mathbf{x}) &= \frac{\Phi_1(\mathbf{x}) - i\Phi_2(\mathbf{x})}{\sqrt{2}}, \\ \Phi^\dagger(\mathbf{x}) &= \frac{\Phi_1(\mathbf{x}) + i\Phi_2(\mathbf{x})}{\sqrt{2}}, \end{aligned} \tag{6.92}$$

где и Φ_1, и Φ_2 — эрмитовы. При $\mathcal{C}\Pi$-преобразовании эти операторы ведут себя следующим образом:

$$\begin{aligned} (\mathcal{C}\Pi)\, \Phi_1(\mathbf{x})\, (\mathcal{C}\Pi)^{-1} &= \Phi_1(-\mathbf{x}), \\ (\mathcal{C}\Pi)\, \Phi_2(\mathbf{x})\, (\mathcal{C}\Pi)^{-1} &= -\Phi_2(-\mathbf{x}). \end{aligned} \tag{6.93}$$

Из этих равенств ясно, что Φ_1 описывает нейтральный мезон, соответствующий K_1^0-мезону ($\mathcal{C}\Pi = +1$), а Φ_2 описывает другой нейтральный мезон, K_2^0, для которого $\mathcal{C}\Pi = -1$.

Эти соотношения, выраженные с помощью векторов состояний, имеют вид

$$\begin{aligned} |K^0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|K_1^0\rangle + i|K_2^0\rangle), \\ |\bar{K}^0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|K_1^0\rangle - i|K_2^0\rangle). \end{aligned} \tag{6.94}$$

Итак, образование K^0-мезона соответствует равновероятному рождению K_1^0- и K_2^0-мезонов, что же касается относительной фазы, то она также определяется соотношениями (6.94). Схемы распада K_1^0- и K_2^0-мезонов различны, так как эти процессы подчиняются различным правилам отбора. Кроме того, поскольку операторы Φ_1 и Φ_2 эрмитовы, соответствующие мезоны идентичны своим античастицам. $\mathcal{C}\Pi$-инвариантность запрещает распад K_2^0-мезона на $\pi^+ + \pi^-$. Изложенная теория нейтральных K-мезонов была предложена Гелл-Манном и Пайсом [18].

4. Изолированная система нейтральных K-мезонов. Предположим, что нейтральный K-мезон образуется в результате сильных взаимодействий; тогда он должен находиться в состоянии K^0. Это состояние, так же как и состояние $\bar{K}^0$, совершенно стабильно, по крайней мере до тех пор, пока мы пренебрегаем слабыми взаимодействиями. В рамках теории сильных взаимодействий оба состояния, $|K^0\rangle$ и $|\bar{K}^0\rangle$, вырождены, т. е.

$$\begin{aligned} H_{\text{сильн}}|K^0\rangle &= M|K^0\rangle, \\ H_{\text{сильн}}|\bar{K}^0\rangle &= M|\bar{K}^0\rangle, \end{aligned} \tag{6.95}$$

если оба мезона, K^0 и $\bar{K}^0$, покоятся. Здесь M— массы покоя. При включении слабых взаимодействий вырождение снимается. Рассматривая слабые взаимодействия как возмущение, можно установить связь между этими состояниями с помощью теории возмущений для вырожденных систем. Действительные собственные состояния полного гамильтониана получаются путем диагонализации матрицы

$$\begin{pmatrix} \langle K^0|H_{\text{сл}}^{(1)}|K^0\rangle & \langle K^0|H_{\text{сл}}^{(1)}|\bar{K}^0\rangle \\ \langle \bar{K}^0|H_{\text{сл}}^{(1)}|K^0\rangle & \langle \bar{K}^0|H_{\text{сл}}^{(1)}|\bar{K}^0\rangle \end{pmatrix}. \tag{6.96}$$

Даже когда действует правило отбора $\Delta s = 0, \pm 1$, эта матрица остается диагональной, и вырождение не снимается, так как

$$(\mathcal{C}\Pi)H_{\text{сл}}^{(1)}(\mathcal{C}\Pi)^{-1} = H_{\text{сл}}^{(1)} \tag{6.97}$$

и

$$(\mathcal{C}\Pi)|K^0\rangle = |\bar{K}^0\rangle. \tag{6.98}$$

Чтобы устранить вырождение, следует учесть второй порядок теории возмущений, заменив $H^{(1)}_{\text{сл}}$ на гамильтониан $H^{(2)}_{\text{сл}}$, который определяется выражением

$$\langle b | H^{(2)}_{\text{сл}} | a \rangle = \sum_n \frac{\langle b | H^{(1)}_{\text{сл}} | n \rangle \langle n | H^{(1)}_{\text{сл}} | a \rangle}{E_a - E_n + i\varepsilon}. \quad (6.99)$$

В силу $\mathcal{C}\Pi$-инвариантности имеем:

$$\begin{aligned} \langle K^0 | H^{(2)}_{\text{сл}} | K^0 \rangle &= \langle \overline{K}^0 | H^{(2)}_{\text{сл}} | \overline{K}^0 \rangle \equiv a, \\ \langle K^0 | H^{(2)}_{\text{сл}} | \overline{K}^0 \rangle &= \langle \overline{K}^0 | H^{(2)}_{\text{сл}} | K^0 \rangle \equiv b. \end{aligned} \quad (6.100)$$

Таким образом, диагонализации подлежит матрица вида

$$\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}. \quad (6.101)$$

Собственные векторы определяются соотношениями

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} &= | K^0 \rangle + | \overline{K}^0 \rangle \sim | K^0_1 \rangle, \\ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} &= | K^0 \rangle - | \overline{K}^0 \rangle \sim | K^0_2 \rangle, \end{aligned} \quad (6.102)$$

а соответствующие собственные значения равны $a+b$ и $a-b$. Очевидно, что разность масс равна $2b$. Следовательно, для изолированного K-мезона векторы $|K^0_1\rangle$ и $|K^0_2\rangle$ суть собственные векторы, соответствующие различным массам покоя. Эти два состояния не связаны между собой, так как принадлежат различным собственным значениям оператора $\mathcal{C}\Pi$, а $\mathcal{C}\Pi$, как предполагается, — строго сохраняющаяся величина. Если справедливо правило отбора $\Delta s = 0, \pm 1$, то разность масс $M(K^0_1) - M(K^0_2)$ есть величина второго порядка по слабым взаимодействиям; в противном случае (когда разрешены переходы с $\Delta s = \pm 2$) эта разность масс должна быть первого порядка по слабым взаимодействиям. Таким образом, измеряя разность масс, можно проверить правило отбора $\Delta s = 0, \pm 1$.

Строго говоря, массы покоя K_1- и K_2-мезонов нельзя определить точно, так как эти частицы нестабильны, и, следовательно, их массы суть комплексные величины:

$$\mathfrak{M}(K^0_1) - \mathfrak{M}(K^0_2) \equiv \Delta \mathfrak{M} = \Delta M - \frac{i}{2} \Delta \Gamma, \quad (6.103)$$

где $\Gamma = \hbar / \tau$. Так как возникновение ΔM и $\Delta \Gamma$ обусловлено одним и тем же механизмом, по порядку величины они должны

быть одинаковы (на чем мы подробно остановимся позже):

$$\Delta M \sim \Delta\Gamma = \frac{\hbar}{\tau_1} - \frac{\hbar}{\tau_2}, \qquad (6.104)$$

где τ_1 и τ_2 — времена жизни K_1- и K_2-мезонов соответственно. В силу ряда причин, которые мы обсудим в следующем параграфе, $\tau_2 \gg \tau_1$ и, следовательно,

$$\Delta M \sim \frac{\hbar}{\tau_1} \sim 10^{-5} \text{ эв}. \qquad (6.105)$$

Это соотношение представляет собой следствие правила отбора $\Delta s = 0, \pm 1$.

Если разрешены переходы с $\Delta s = \pm 2$, то разность ΔM должна быть величиной первого порядка по слабым взаимодействиям. Именно, она должна приблизительно в $g_{\text{сл.}}^{-1} \approx \sqrt{10^{12}} = 10^6$ раз превышать таковую в предыдущем случае; другими словами, ΔM должно было бы быть порядка нескольких *эв*. Этими соображениями мы обязаны Окуню и Понтекорво [19]. По данным эксперимента [20, 21 [1]],

$$\Delta M \approx 1{,}5 \frac{\hbar}{\tau_1}, \qquad (6.105')$$

что находится в согласии с правилом отбора $\Delta s = 0, \pm 1$. Однако это не исключает возможности переходов с $\Delta s = \pm 2$ в реакциях с участием лептонов.

5. Временна́я зависимость состояний нейтрального *K*-мезона [22, 23]. Предположим, что в реакции рождается K^0-мезон. Его вектор состояний в начальный момент имеет вид

$$|K^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|K_1^0\rangle + i\, |K_2^0\rangle \right). \qquad (6.106)$$

Слабые взаимодействия учитываются как малое возмущение, поэтому временна́я зависимость этого состояния в представлении квазивзаимодействия определяется выражением

$$\Psi(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(e^{-\lambda_1 t/2} |K_1^0\rangle + i e^{-(\lambda_2 t/2) + i\,\Delta M t} |K_2^0\rangle \right), \qquad (6.107)$$

где

$$\Delta M = M_1 - M_2 = 2\,\mathrm{Re}\, b.$$

---

[1]) Авторы работы [21] использовали регенерацию нейтральных *K*-мезонов; их результат

$$\Delta M = \left(0{,}84^{+0{,}29}_{-0{,}22}\right) \times \frac{\hbar}{\tau_1}$$

согласуется с данными работы [20] [см. соотношение (6.105')].

Кроме того, выше мы опустили множитель

$$e^{i\Delta M_1 t} = e^{i\,\mathrm{Re}\,(a+b)\,t},$$

обусловленный массой K_1^0- мезона, так как этот фазовый множитель одинаков для обоих слагаемых:

$$\lambda_1 = \frac{\Gamma_1}{\hbar} = \frac{1}{\tau_1}, \quad \lambda_2 = \frac{\Gamma_2}{\hbar} = \frac{1}{\tau_2}, \quad \lambda_1 \gg \lambda_2. \tag{6.108}$$

С учетом соотношений

$$K_1^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(K^0 + \bar{K}^0), \quad K_2^0 = \frac{-i}{\sqrt{2}}(K^0 - \bar{K}^0) \tag{6.109}$$

для амплитуды $\bar{K}^0$ в момент времени t найдем:

$$\frac{1}{2}\left[e^{\lambda_1 t/2} - e^{-\lambda_2 t/2 + i\,\Delta M t}\right]. \tag{6.110}$$

Число $\bar{K}^0$-мезонов в пучке нейтральных K-мезонов пропорционально квадрату абсолютной величины приведенного выражения, который равен

$$1 + e^{-\lambda_1 t} - 2\cos(\Delta M \cdot t)\, e^{-\lambda_1 t/2} \tag{6.111}$$

постольку, поскольку $\lambda_2 t \ll 1$. Для исследования $\bar{K}^0$-мезонной компоненты следовало бы наблюдать реакции типа

$$\begin{array}{l} \pi^- + p \to \Lambda^0 + K^0 \\ \qquad\qquad\quad \underset{s=1}{\llcorner\!\!\to} \text{ превращается в } \underset{s=-1}{\bar{K}^0} + N \to \underset{s=-1}{Y} + \pi, \end{array} \tag{6.112}$$

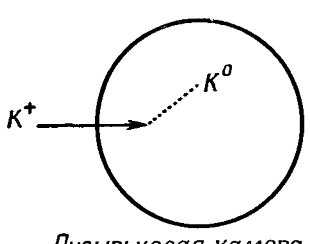
определяя зависимость числа таких реакций от времени. Выше через Y обозначен либо Λ^0, либо Σ. В приведенном процессе K^0-мезон, странность которого $s=1$, превращается в $\bar{K}^0$-мезон со странностью $s=-1$. Сопоставляя число случаев реакций (6.112) с выражением (6.111), можно определить ΔM. Величину λ_1 можно найти из наблюдений распада $K^0 \to \pi^+ + \pi^-$, так как благодаря $\mathcal{C}\Pi$-инвариантности по этой схеме распадается только K_1^0-мезон. Удобный метод получения K^0-мезонов представляет процесс рассеяния K^+-мезонов на нуклонах с перезарядкой (фиг. 65). Превращение K^0-мезонов в $\bar{K}^0$-мезоны на лету представляет важное следствие теории странных частиц. Известно большое число фактов, подтверждающих, что превращение K^0 в $\bar{K}^0$ действительно имеет место. Так, например, в Беркли наблюдались последовательные реакции (6.112) в пузырьковой камере с жидким водородом.

6. K_2^0-мезон. Мы установили, что в силу $\mathcal{C}\Pi$-инвариантности слабых взаимодействий двухпионный распад возможен только для K_1^0- мезона, а для K_2^0-мезона распад по такой схеме

запрещен. Есть основания считать, что двухпионная схема распада наиболее предпочтительна, и следовательно, время жизни K_2^0-мезона должно быть значительно больше времени жизни K_1^0-мезона. Таким образом, пучок K^0-мезонов состоит из двух компонент:

$$K^0 \sim \text{Короткоживущая } K_1^0\text{-компонента} + \\ + \text{Долгоживущая } K_2^0\text{-компонента}. \quad (6.113)$$

По прошествии некоторого времени, большего, чем τ_1, но меньшего, чем τ_2, короткоживущая компонента исчезнет, и пучок K^0-мезонов станет почти чистым пучком K_2^0-мезонов. Этот пучок будет содержать смесь состояний с $s = 1$ и $s = -1$ (веса этих состояний одинаковы); возникновение такого пучка объясняет многие явления физики странных частиц. Большое время жизни K_2^0- мезона позволяет объяснить, почему большинство исследователей, работавших с пузырьковой камерой, не наблюдали парного рождения странных частиц. Так как время жизни K_2^0- мезона достаточно велико, он может покинуть камеру, не успев распасться, и его трудно наблюдать совместно с другими короткоживущими частицами, такими, как Λ^0 или Σ. В табл. 15 перечисляются наблюдавшиеся схемы распада K_1^0- и K_2^0-мезонов.



Фиг. 65. Образование нейтральных K-мезонов в процессе рассеяния с перезарядкой положительных K-мезонов в пузырьковой камере.

Таблица 15

Наблюдавшиеся схемы распада K_1^0- и K_2^0-мезонов

Схема распада	Время жизни, *сек*
$K_1^0 \to \pi^+ + \pi^-$	$(1{,}000 + 0{,}038) \cdot 10^{-10}$
$K_1^0 \to 2\pi^0$	
$K_2^0 \to \pi^+ + \pi^- + \pi^0$	$(0{,}61^{+0{,}16}_{-0{,}11}) \cdot 10^{-7}$
$K_2^0 \to e + \nu + \pi$	
$K_2^0 \to \mu + \nu + \pi$	

Разделение нейтральных K-мезонов на K_1^0- и K_2^0-мезоны возможно лишь в том случае, когда имеет место $\mathcal{C}\Pi$-инвариантность. Таким образом, если будет обнаружен двухпионный распад долгоживущей компоненты пучка K^0-мезонов, это будет свидетельствовать о нарушении $\mathcal{C}\Pi$-инвариантности в слабых взаимодействиях[1]). Экспериментальное значение верхней границы относительной вероятности $(K_2^0 \to 2\pi)$-распадов меньше 0,3%; а отношение π^+/π^- в распадах K_2^0-мезона равно $0{,}9 \pm 0{,}23$. Эти результаты сообщались Дубненской группой [24].

Наблюдения распада $K_1^0 \to 2\pi^0$ свидетельствуют о том, что спин K-мезона четный. Спин K_1^0-мезона равен относительному моменту пары π^0-мезонов, последний же всегда четен в силу статистики Бозе. Полагают, что отсутствие распада $K^0 \to \pi^0 + \gamma$ свидетельствует в пользу нулевого значения спина K-мезона, поскольку, как мы выяснили в гл. 2, 0—0-переходы запрещены.

Нейтральные K-мезоны поставили перед теорией много интересных проблем. С их помощью можно осуществить также целый ряд любопытных экспериментов. Например, развивая теорию универсального слабого взаимодействия, многие авторы, в частности Фейнман и Гелл-Манн [25], предполагали, что в распадах странных частиц с участием лептонов должно выполняться правило отбора

$$\Delta Q = \Delta s, \qquad (6.114)$$

где ΔQ и Δs — изменения заряда и странности сильно взаимодействующих частиц, участвующих в распаде. Используя пучок K^0-мезонов, Эли с сотр. [26][2]) осуществили проверку этого правила отбора; результат проверки оказался отрицательным.

7. Регенерация нейтральных К-мезонов и разность их масс. Как мы уже выяснили, в результате взаимодействия с ядрами K_2^0-мезоны могут превращаться в K_1^0-мезоны, и наоборот. Это свойство нейтральных K-мезонов было использовано Гудом с сотр. [21] для измерения разности масс K_1^0- и K_2^0-мезонов. При распространении пучка нейтральных K-мезонов в среде составляющие его компоненты K_1^0 и K_2^0 не распадаются независимым образом, как в свободном пространстве. В среде происхо-

[1]) На Международной конференции по физике высоких энергий в Дубне (осень 1964 г.) сообщалось, что двухпионный распад K_2^0-мезонов наблюдался экспериментально. См. также [111*, 112*]. Одна из попыток теоретически объяснить нарушение $\mathcal{C}\Pi$-инвариантности в K^0-распадах была предпринята в работе [113*]. — *Прим. перев.*

[2]) По поводу теоретической интерпретации результатов работы [26] см. работу [27].

дит регенерация компоненты K_1^0 за счет долгоживущей компоненты K_2^0 [28].

Следовательно, пропуская пучок K_2^0-мезонов сквозь слой некоторого вещества, в пространстве за слоем можно наблюдать распады, характерные для K_1^0-мезонов. Можно показать [29], что интенсивность и угловое распределение регенерированного пучка K_1^0-мезонов в основном зависит от времени жизни K_1^0-мезонов, амплитуды конверсии и разности масс K_1^0- и K_2^0-мезона. Используя в качестве конверсионной среды железные пластинки, Гуд с сотр. [21] сумели измерить эту разность масс. Результаты обнаружили согласие с данными Берже и сотр. [20]. Однако и той, и другой группе удалось определить лишь абсолютное значение разности масс, знак же ее остался не определенным.

Кобзарев и Окунь [30] предложили основанный на явлении регенерации (уже использованном для измерения разности масс) метод, позволяющий экспериментально определить знак этой разности. Пусть пучок K_2^0-мезонов проходит сквозь две пластинки, сделанные из различных материалов и подходящим образом расположенные в пространстве; тогда интенсивность регенерированных K_1^0-мезонов оказывается зависящей от знака разности масс. Грубо говоря, наблюдаемая амплитуда конверсии представляет собой суперпозицию амплитуд следующих процессов:

$$K_2^0 \longrightarrow K_2^0 \longrightarrow K_1^0,$$
$$K_2^0 \longrightarrow K_1^0 \longrightarrow K_1^0.$$

1-я пластина 2-я пластина

Фазы этих двух амплитуд слегка различны, так как K^0-мезоны, распространяющиеся в двух случаях между пластинками, имеют слегка различные массы. Таким образом, знак разности масс можно определить, измеряя интенсивность пучка K_1^0-мезонов в зависимости от упомянутой выше интерференции. Вопрос о практической осуществимости подобного эксперимента рассматривали Гуд и Паули [31][1]).

8. Теория разности масс K_1^0- и K_2^0-мезонов. Рассмотрим вопрос о теоретическом значении знака разности масс. Прежде всего отметим, что в рамках сильных взаимодействий, в которых I_3 сохраняется строго, массы покоя K_1^0- и K_2^0-мезонов вы-

[1]) Более подробно с вопросом об определении знака разности масс K_1^0- и K_2^0-мезонов можно ознакомиться по книге Л. Б. Окуня [113*]. — *Прим. перев.*

рождены, поэтому разность масс возникает, как было выяснено выше, за счет слабых взаимодействий. Таким образом, задача сводится к определению собственных энергий K_1^0- и K_2^0-мезонов, обусловленных слабыми взаимодействиями.

Соответствующий оператор собственной энергии[1]) K-мезона (либо K_1^0, либо K_2^0-мезона), обязанный своим происхождением слабым взаимодействиям, будем обозначать как $\Pi^*(s)$, где $s = -p^2$ — квадрат массы виртуального K-мезона. Собственная энергия определяется соотношением

$$\delta\mathfrak{M}^2 = \Pi^*(M^2), \tag{6.115}$$

где $\delta\mathfrak{M}^2 = 2M \cdot \delta\mathfrak{M}$, а $\delta\mathfrak{M}$ представляет комплексную собственную энергию K-мезона, обусловленную слабыми взаимодействиями, и, наконец, M есть действительная часть $\mathfrak{M}$.

Энергия $\Pi^*(s)$ — аналитическая функция в плоскости комплексной переменной s с разрезом вдоль действительной оси — удовлетворяет дисперсионному соотношению

$$\operatorname{Re}\Pi^*(s) = \frac{P}{\pi}\int_0^\infty ds' \, \frac{\operatorname{Im}\Pi^*(s')}{s' - s}. \tag{6.116}$$

Исследуем физический смысл величины Π^*. Так как K-мезон — нестабильная частица, его собственная энергия — комплексная величина, и ее мнимая часть связана с временем жизни по отношению к слабым распадам (о чем говорилось в § 4 гл. 6). Определим новую функцию $m(W)$:

$$m(W) = \frac{\Pi^*(W^2)}{2W}, \tag{6.117}$$

где $W = \sqrt{s}$; тогда при $W = M$ получаем

$$m(M) = \delta M - \frac{i}{2}\Gamma = \delta\mathfrak{M}. \tag{6.118}$$

В этом и заключается точная физическая интерпретация функции $\Pi^*(s)$. Обобщая изложенное выше, можно сказать, что $\operatorname{Re} m(W)$ и $\operatorname{Im} m(W)$ означают массовый сдвиг и распадную ширину виртуального K-мезона с массой W. Если записать

$$\operatorname{Im} m(W) = -\frac{1}{2}\Gamma(W), \tag{6.119}$$

то для $m(W)$ дисперсионное соотношение принимает вид

$$W \operatorname{Re} m(W) = \frac{P}{\pi}\int_0^\infty \frac{W'^2 \Gamma(W')\, dW'}{W^2 - W'^2}. \tag{6.120}$$

[1]) По поводу определения оператора собственной энергии см. работу [32].

В частности, при $W = M$ получаем:

$$\delta M = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{W'^2 \Gamma(W')\, dW'}{M(M^2 - W'^2)}. \tag{6.121}$$

Важно отметить, что Γ — положительно определенная величина, так как она описывает распадную ширину. Если ширины K_1- и K_2-мезонов отмечать индексами 1 и 2, то в силу данных, приведенных в табл. 15, на поверхности масс должно выполняться неравенство

$$\Gamma_1(M) = \frac{\hbar}{\tau_1} \gg \Gamma_2(M) = \frac{\hbar}{\tau_2}. \tag{6.122}$$

По-видимому, не лишено оснований предположение о том, что приведенное неравенство справедливо в более широкой области энергий, т. е.

$$\Gamma_1(W) \gg \Gamma_2(W). \tag{6.123}$$

В таком случае из дисперсионного соотношения (6.121) следует, что

$$|\delta M_1| \gg |\delta M_2| \tag{6.124}$$

и, следовательно,

$$\Delta M = \delta M_1 - \delta M_2 \approx \delta M_1. \tag{6.125}$$

Более того, известно, что K_1^0-мезон преимущественно распадается на два пиона, поэтому $\Gamma_1(W)$ можно аппроксимировать шириной K_1^0-мезона, обусловленной двухпионным распадом. Виртуальный K-мезон не может распадаться на два пиона до тех пор, пока не будет выполнено условие $W > 2\mu$, определяющее нижний предел дисперсионного интеграла. Таким образом, мы приходим к формуле

$$\Delta M \approx \frac{1}{\pi} \int_{2\mu}^\infty \frac{W'^2 \Gamma_{2\pi}(W')\, dW'}{M(M^2 - W'^2)}. \tag{6.126}$$

Из нее видно, что область интегрирования от 2μ до M дает положительный вклад, а область, лежащая справа от M, — отрицательный вклад. Если бы по отношению к двухпионному распаду K_1^0-мезон был стабильным (например, было бы $2\mu > M$), то его собственная энергия была бы отрицательной; с этой точки зрения сравнительно небольшое значение величины Q для двухпионного распада, по-видимому, свидетельствует скорее в пользу отрицательного знака разности масс ΔM. К этому выводу можно прийти и несколько иным путем. Неперенормированная

масса M_0 бесспиновой частицы связана с ее наблюдаемой массой M соотношением

$$M_0^2 = M^2 - \delta M^2. \tag{6.127}$$

Во всех известных случаях δM^2 — расходящаяся величина, тогда как M^2, разумеется, величина конечная. Следовательно, достаточным условием того, что величина M_0^2 будет положительно определенной, должна быть отрицательность δM^2. Напомним, однако, что в нашем случае ситуация несколько иная, так как мы предполагали сходимость собственно энергетического интеграла (6.126).

Для дальнейшего выяснения этого вопроса необходимо знать характер взаимодействий в конечном состоянии при двухпионном распаде K_1^0-мезона. Поскольку спин K-мезона равен нулю и, как можно ожидать, рассматриваемый распад удовлетворяет правилу отбора $|\Delta I| = 1/2$ (мы обсудим этот момент в следующем параграфе), конечному двухпионному состоянию можно однозначно приписать следующие значения квантовых чисел: $I = J = 0$ и положительную четность. Энергетическая зависимость $\Gamma(W)$ определяется в основных чертах так же, как и формфактор пиона, и решение уравнения Омнеса для этой задачи приводит к следующему результату:

$$\Gamma(W) \sim \frac{\sqrt{s - 4\mu^2}}{s} \exp\left[\frac{2(s - M^2)}{\pi} \int_{4\mu^2}^{\infty} ds' \frac{\delta(s')}{(s' - M^2)(s' - s)}\right], \tag{6.128}$$

где $\delta(s)$ есть фаза пион-пионного рассеяния в состоянии с $I = J = 0$. Нормировка ширины Γ фиксируется условием

$$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau_1} \quad \text{для} \quad W = M. \tag{6.129}$$

Если при низких энергиях ($W \ll M$) взаимодействие между пионами в состоянии с $I = J = 0$ не носит характер сильного притяжения, а длина рассеяния в этом состоянии не превышает в два-три раза комптоновскую длину волны пиона, то, как следует из расчетов [33], K_2^0-мезон должен быть тяжелее K_1^0-мезона. Однако если это взаимодействие на самом деле достаточно велико, что согласовалось бы с существованием ABC-частицы, то K_1^0-мезон мог бы быть тяжелее K_2^0-мезона. В этой связи определение знака разности масс K_1^0- и K_2^0-мезонов представляется весьма интересным.

§ 7. *Правило отбора* $|\Delta I| = 1/2$

Для слабых распадов мы установили правило отбора $\Delta s = 0, \pm 1$. Из этого правила в частном случае нелептонных распадов следует правило $\Delta I_3 = \pm {}^1/_2$. Изменение I_3 неизбежно вызывает изменение полного изоспина. Это изменение должно быть полуцелым:

$$\Delta I = \pm \frac{1}{2}, \ \pm \frac{3}{2} \text{ и т. д.} \tag{6.130}$$

Гелл-Манн из эвристических соображений предположил, что величина изменения ΔI имеет наименьшее из возможных значений:

$$|\Delta I| = \frac{1}{2}. \tag{6.131}$$

Это предположение немедленно приводит к многочисленным предсказаниям, доступным экспериментальной проверке; мы приведем некоторые из полученных результатов [34, 35].

РАСПАДЫ ГИПЕРОНОВ

1. Распад Λ^0-гиперона. Возможны две схемы распада:

$$\Lambda^0 \to \begin{cases} p + \pi^-, \\ n + \pi^0. \end{cases} \tag{6.132}$$

Так как $I_i = 0$, то правило отбора требует, чтобы $I_f = {}^1/_2$. В § 3 гл. 3 было выведено выражение для собственного вектора состояний пион-нуклонной системы, отвечающего значениям $I = {}^1/_2$, $I_3 = -{}^1/_2$:

$$-\sqrt{\frac{2}{3}}\,|\pi^- p\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}}\,|\pi^0 n\rangle. \tag{6.133}$$

В силу этого амплитуды двух рассматриваемых распадов связаны соотношением

$$t(\Lambda^0 \to p + \pi^-) = -\sqrt{2}\,t(\Lambda^0 \to n + \pi^0), \tag{6.134}$$

а относительная вероятность распадов равна

$$\frac{(\Lambda^0 \to p + \pi^-)}{(\Lambda^0 \to n + \pi^0)} = 2,$$

или

$$B_\Lambda = \frac{(\Lambda^0 \to p + \pi^-)}{(\Lambda^0 \to \text{все распады})} = \frac{2}{3}. \tag{6.135}$$

Результаты экспериментального определения B_Λ приведены ниже:

$$B_\Lambda = \begin{cases} 0{,}72 \pm 0{,}08 & \text{(Лэгариджская группа; подсчитывались нейтральные распады),} \\ 0{,}65 \pm 0{,}05 & \text{(Колумбийская группа; подсчитывались заряженные распады),} \\ 0{,}63 \pm 0{,}03 & \text{(группа Альвареца; подсчитывались заряженные распады),} \\ 0{,}65 \pm 0{,}05 & \text{(группа Глезера; подсчитывались нейтральные распады).} \end{cases}$$

2. Распад Σ-гиперона. Ситуация здесь сложнее, чем в случае Λ^0-гиперона, так как из условия $|\Delta I| = 1/2$ вытекает, что I_f равен либо $1/2$, либо $3/2$. Известны три наблюдаемых вида распада:

$$\begin{aligned} \Sigma^+ &\to n + \pi^+, \\ \Sigma^+ &\to p + \pi^0, \\ \Sigma^- &\to n + \pi^-. \end{aligned} \tag{6.136}$$

Чтобы разобраться в изотопической структуре этих процессов, введем технику «шпурионов», изобретенную Вентцелем. Правило отбора $|\Delta I| = 1/2$ можно интерпретировать следующим образом. Имеется ненаблюдаемая и несуществующая частица — «шпурион», обладающая нулевым спином, нулевой энергией-импульсом, нулевым зарядом, но несущая изоспин, равный $1/2$. Эта частица сталкивается с Σ-гипероном, и в результате образуются пион и нуклон, а изоспин полной системы, включающей шпурион, сохраняется. Поскольку в действительности шпурион не наблюдается, на опыте изоспиновый баланс будет нарушен таким образом, что распад подчиняется правилу отбора $|\Delta I| = 1/2$. Эту недостающую часть полного изоспина будет привносить или уносить шпурион. При этом взаимосвязь амплитуд трех процессов (3.136) будет идентична той взаимосвязи, которая имеет место для следующих «зарядов независимых» реакций:

$$\begin{aligned} \Sigma^+ + \text{Шпурион} &\to n + \pi^+, \\ \Sigma^+ + \text{Шпурион} &\to p + \pi^0, \\ \Sigma^- + \text{Шпурион} &\to n + \pi^-. \end{aligned} \tag{6.137}$$

В смысле изоспиновых свойств эти реакции полностью аналогичны реакциям

$$\begin{aligned} &\pi^+ + n \to n + \pi^+, \\ &\pi^+ + n \to p + \pi^0, \\ &\pi^- + n \to n + \pi^-. \end{aligned} \tag{6.138}$$

Далее, реакции (6.138) связаны посредством преобразования зарядовой симметрии с реакциями

$$\begin{aligned} &\pi^- + p \to p + \pi^-, \\ &\pi^- + p \to n + \pi^0, \\ &\pi^+ + p \to p + \pi^+. \end{aligned} \tag{6.139}$$

Изотопическая структура для этого случая известна точно, именно в соответствии с результатами § 3 гл. 3 имеем:

$$\begin{aligned} &R_+ = R_{3/2}, \\ &R_- = \frac{1}{3}(R_{3/2} + 2R_{1/2}), \\ &R_0 = \frac{\sqrt{2}}{3}(R_{3/2} - R_{1/2}). \end{aligned} \tag{6.140}$$

Возвращаясь к рассеянию пионов на нейтронах (6.138), следует изменить знак амплитуды рассеяния с перезарядкой. Таким образом, для распада Σ-гиперона получаем:

$$\begin{aligned} &t(\Sigma^+ \to n + \pi^+) = \frac{1}{3}(t_{3/2} + 2t_{1/2}), \\ &t(\Sigma^+ \to p + \pi^0) = \frac{\sqrt{2}}{3}(-t_{3/2} + t_{1/2}), \\ &t(\Sigma^- \to n + \pi^-) = t_{3/2}, \end{aligned} \tag{6.141}$$

так что имеет место линейное соотношение

$$t_+ - \sqrt{2}t_0 = t_-, \tag{6.142}$$

где нижний индекс отмечает заряд пиона, образующегося в процессе распада. Из этого равенства мы можем вывести «неравенства треугольника». Ни одно из таких неравенств не противоречит эксперименту. Из эксперимента же известно, что относительная вероятность

$$\frac{(\Sigma^+ \to p + \pi^0)}{(\Sigma^+ \to n + \pi^+)} \simeq 1 \tag{6.143}$$

с точностью до нескольких процентов.

Следует упомянуть, что многие авторы придерживаются иного соглашения о знаках; так, например, равенство (6.142) часто пишут в виде

$$t_+ + \sqrt{2}t_0 = t_-. \tag{6.142'}$$

Дальнейшее экспериментальное исследование распадов гиперонов связано с параметрами асимметрии, которые мы обсудим в следующей главе.

Стоит упомянуть, что в общем случае в распадах странных частиц преобладают нелептонные распады, если только они не запрещены каким-либо правилом отбора. До последнего времени было обнаружено лишь очень небольшое число лептонных распадов гиперонов. Экспериментально установлены следующие схемы лептонных распадов [36]:

$$\begin{aligned} &\Sigma^- \to e^- + n + \bar{\nu} \quad (\sim 0{,}1\%), \\ &\Lambda^0 \to e^- + p + \bar{\nu} \quad (\sim 0{,}2\%). \end{aligned} \tag{6.144}$$

Кроме того, в опытах на пузырьковой водородной камере было обнаружено несколько случаев мюонных распадов [37, 38]

$$\Lambda^0 \to \mu^- + p + \nu. \tag{6.145}$$

Отметим, что в тех случаях, когда странная частица распадается на две вторичные частицы (причем распад подчиняется правилу отбора $|\Delta I| = 1/2$), время ее жизни имеет порядок 10^{-10} *сек*. В других же случаях ($K^{\pm}$- и K_2^0- мезоны) время жизни больше. Это замечание справедливо и для каскадного гиперона. По распаду каскадного гиперона нет надежных данных, позволяющих проверить правило отбора $|\Delta I| = 1/2$. Теория предсказывает, что

$$t(\Xi^- \to \Lambda^0 + \pi^-) = \sqrt{2}t(\Xi^0 \to \Lambda^0 + \pi^0) \tag{6.146}$$

и, следовательно,

$$\tau(\Xi^-) = \frac{1}{2}\tau(\Xi^0). \tag{6.147}$$

РАСПАДЫ K-МЕЗОНОВ

3. Распад K_1^0-мезона. Существуют две основные схемы распада K_1^0- мезона:

$$\begin{aligned} &K_1^0 \to \pi^+ + \pi^-, \\ &K_1^0 \to \pi^0 + \pi^0. \end{aligned} \tag{6.148}$$

Последняя реакция указывает, что спин K^0-мезона четный и, скорее всего, равен нулю. Так как в конечном состоянии относительный момент двух пионов четный, то в силу статистики Бозе изотопическая часть волновой функции должна быть симметричной. Когда два изотопических вектора перемножаются симметричным образом, в результате получается либо симметричный тензор второго ранга ($I=2$), либо скаляр ($I=0$), в то время как антисимметричное произведение дает вектор ($I=1$). Применение правила $|\Delta I|=1/2$ к распаду K^0-мезона ($I=1/2$) позволяет, таким образом, заключить, что $I_f=0$, и, следовательно, S-матрица для распада $K_1^0 \to 2\pi$ имеет вид

$$S(K_1^0 \to 2\pi) = \int d^4x_1 d^4x_2 d^4x f(x;\ x_1,\ x_2) \cdot \Phi_1(x) \hat{\varphi}(x_1) \cdot \hat{\varphi}(x_2) = \\ = \int d^4x_1 d^4x_2 d^4x f(x;\ x_1,\ x_2) \Phi_1(x) \times \\ \times [2\varphi(x_1)\varphi^\dagger(x_2) + \varphi_3(x_1)\varphi_3(x_2)], \qquad (6.149)$$

где f — симметричная функция переменных x_1 и x_2, а произведения операторов следует понимать как нормальные произведения. Из выражения (6.149) получаем

$$t(K_1^0 \to \pi^+ + \pi^-) = t(K_1^0 \to \pi^0 + \pi^0), \qquad (6.150)$$

где принято во внимание, что из-за симметризации амплитуда нейтрального распада удваивается. Однако относительная вероятность распадов (6.148) не равна единице, так как фазовый объем, соответствующий нейтральному распаду, вдвое меньше фазового объема для распада на заряженные частицы. Следовательно, теория предсказывает отношение

$$\frac{(K_1^0 \to \pi^+ + \pi^-)}{(K_1^0 \to \pi^0 + \pi^0)} = 2, \qquad (6.151)$$

или

$$B_K = \frac{(K_1^0 \to 2\pi^0)}{(K_1^0 \to \text{все распады})} = \frac{1}{3}. \qquad (6.152)$$

Приведем экспериментальные данные, касающиеся B_K:

$B_K =$
- $0{,}32 \pm 0{,}04$ (группа Альвареца; подсчитывались заряженные распады),
- $0{,}33 \pm 0{,}04$ (группа Глезера; подсчитывались нейтральные распады),
- $0{,}30 \pm 0{,}08$ (Колумбийская группа; подсчитывались заряженные распады),
- $0{,}26 \pm 0{,}06$ (Лэгариджская группа; подсчитывались нейтральные распады).

4. Распад $K^+ \to 2\pi$. Двухпионный распад K^+-мезона

$$K^+ \to \pi^+ + \pi^0 \tag{6.153}$$

известен уже довольно давно. Однако он не удовлетворяет правилу отбора $|\Delta I| = 1/2$. Если бы выполнялось это правило отбора, то I_f должен был бы равняться либо 0, либо 1, так как $I_i = 1/2$. Тот факт, что $(I_3)_f = 1$, исключает возможность $I_f = 0$, и, следовательно, правило отбора предсказывает значение $I_f = 1$.

Однако пространственная часть двухпионной волновой функции симметрична вследствие четного значения относительного момента, поэтому изоспиновая часть волновой функции также симметрична. Это приводит к двум возможностям: либо $I_f = 0$, либо $I_f = 2$. Тот факт, что $(I_3)_f = 1$, вновь исключает значение $I_f = 0$, поэтому должно быть $I_f = 2$, и, следовательно, в этом случае $\Delta I = 3/2$. Этот результат не удивителен, так как мы знаем, что правило отбора $|\Delta I| = 1/2$ не соблюдается строго — радиационные поправки, обусловленные зарядово зависимой частью сильных взаимодействий, модифицируют его, приводя к небольшой примеси переходов с $|\Delta I| = 3/2$ или даже с $|\Delta I| = 5/2$. Величина такой примеси должна, следовательно, иметь тот же порядок, что и отклонения сильных взаимодействий от зарядовой независимости, т. е. быть по амплитуде порядка нескольких процентов. Таким образом, мы ожидаем, что амплитуда распада $K^+ \to \pi^+ + \pi^0$ составит несколько процентов от амплитуды распада $K_1^0 \to 2\pi$. Именно такова ситуация на самом деле: распад $K^+ \to \pi^+ + \pi^0$ из-за нарушения правила отбора оказывается сильно подавленным, и фактически преобладающим является распад $K^+ \to \mu^+ + \nu$. Это частично объясняет, почему время жизни

Таблица 16

Относительные вероятности K^+-распадов

Схема распада	Значения относительных вероятностей распадов, %			
$K_{\mu 2}^+ \to \mu^+ + \nu$	58,5±3,0	56,9±2,6	—	64,2±1,3
$K_{\pi 2}^+ \to \pi^+ + \pi^0$	27,7±2,7	23,2±2,2	—	18,6±0,9
$K_{\mu 3}^+ \to \mu^+ + \pi^0 + \nu$	2,8±1,0	5,9±1,3	2,8±0,4	4,8±0,6
$K_{e3}^+ \to e^+ + \pi^0 + \nu$	3,2±1,3	5,1±1,3	—	5,0±0,5
$\tau^+ \to 2\pi^+ + \pi^-$	5,6±0,4	6,8±0,4	5,2±0,3	5,7±0,3
$\tau^{+\prime} \to 2\pi^0 + \pi^+$	2,1±0,5	2,2±0,4	1,5±0,2	1,7±0,2
Источники данных	[39]	[40]	[41]	[42]

K^+-мезона $[\tau(K^+) \sim 10^{-8}$ *сек*$]$ значительно больше времени жизни K_1^0-мезона $[\tau(K_1^0) \sim 10^{-10}$ *сек*$]$. В табл. 16 и 17 для сравнения приведены относительные вероятности различных распадов.

В табл. 16 не делается различий между ν и $\bar{\nu}$. Кроме перечисленных распадов, Коллер с сотр. [43] наблюдали очень редкий распад

$$K^+ \to \pi^+ + \pi^- + e^+ + \nu. \qquad (6.154)$$

Таблица 17

Относительные вероятности K^--распадов [44]

Схема распада	Относительная вероятность, %
$K_{\mu 2}^- \to \mu^- + \nu$	56,5±7,3
$K_{\pi 2}^- \to \pi^- + \pi^0$	26,3±6,6
$K_{\mu 3}^- \to \mu^- + \pi^0 + \nu$	9,5±4,3
$K_{e3}^- \to e^- + \pi^0 + \nu$	4,9±3,2
$\tau^- \to 2\pi^- + \pi^+$	0±2,1
$\tau^{-\prime} \to 2\pi^0 + \pi^-$	2,8±2,4

Один случай такого распада приходится на несколько тысяч τ^+-распадов.

5. Распад $K \to 3\pi$. Мы уже видели, что из всех двухпионных распадов только распад $K_1^0 \to 2\pi$ разрешен правилом отбора. Здесь мы рассмотрим трехпионные схемы распада. С точки зрения соображений относительно фазовых объемов двухпионный распад предпочтительнее трехпионного, поэтому даже разрешенные трехпионные распады имеют довольно малую вероятность.

Прежде всего имеется строго запрещенный распад

$$K_1^0 \to 3\pi^0. \qquad (6.155)$$

Поскольку все три пиона тождественны, волновая функция конечного состояния должна быть полностью симметричной, поэтому в системе, где K_1^0-мезон покоится,

$$\begin{aligned} \mathcal{C}\Pi\,|K_1^0\rangle &= |K_1^0\rangle, \\ \mathcal{C}\Pi\,|3\pi^0\rangle &= -|3\pi^0\rangle, \end{aligned} \qquad (6.156)$$

так что указанный распад запрещен $\mathcal{C}\Pi$-инвариантностью [1]).

[1]) См. примечание 1 к стр. 289. — *Прим. перев.*

В качестве следующего шага рассмотрим следствия, вытекающие из правила отбора $|\Delta I| = 1/2$. На основе аргументов, аналогичных высказанным ранее, сразу ясно, что

$$I_f = 1. \tag{6.157}$$

Поэтому перейдем к определению вида изотопической части соответствующей волновой функции. Так как каждый пион несет единичный изоспин, задача сводится к построению вектора, который зависел бы трилинейным образом от данных векторов. Имеются две комбинации такого рода.

$$\hat{\mathbf{a}}(\hat{\mathbf{b}} \cdot \hat{\mathbf{c}}) \quad \text{и} \quad \hat{\mathbf{a}} \times [\hat{\mathbf{b}} \times \hat{\mathbf{c}}]. \tag{6.158}$$

Эти векторы можно рассматривать как два базисных вектора в зарядовом пространстве. Мы должны взять симметризованное произведение зарядовой и пространственной частей волновой функции. В (6.158) второй вектор антисимметричен по отношению к $\hat{b}$ и $\hat{c}$, поэтому пространственная часть волновой функции должна быть антисимметричной по отношению к второму и третьему пионам. Однако при трехпионных распадах Q составляет всего лишь 75 *Мэв*, причем эта энергия должна распределяться между тремя пионами. При таких низких энергиях высшие парциальные волны подавляются центробежным барьером, и относительный момент пары пионов будет почти точно равен нулю. Как мы увидим в следующей главе, анализ Далитца распадов τ-мезонов подтверждает эти соображения. Поэтому здесь мы будем исходить из упрощающего предположения, считая, что пространственная часть волновой функции почти симметрична по всем трем пионам и, следовательно, изоспиновая часть волновой функции также симметрична. Но в этом случае единственно возможная изоспиновая волновая функция имеет вид

$$\hat{\mathbf{a}}(\hat{\mathbf{b}} \cdot \hat{\mathbf{c}}) + \hat{\mathbf{b}}(\hat{\mathbf{c}} \cdot \hat{\mathbf{a}}) + \hat{\mathbf{c}}(\hat{\mathbf{a}} \cdot \hat{\mathbf{b}}). \tag{6.159}$$

Для того чтобы изучить следствия, к которым приводит правило отбора, введем снова шпурион и рассмотрим вопрос об относительной вероятности двух процессов

$$K^+ + \text{Шпурион} \to 3\pi, \quad I = 1, \quad I_3 = 1, \tag{6.160}$$
$$K^0 + \text{Шпурион} \to 3\pi, \quad I = 1, \quad I_3 = 0.$$

Для баланса изоспинов шпурион должен нести изоспин $I = 1/2$, $I_3 = 1/2$. Эти «реакции» следует сравнить со следующими схемами:

$$\begin{aligned} &K^+ + p \to I = 1, \quad \text{конечное состояние,} \\ &K^0 + p \to I = 1, \quad \text{конечное состояние.} \end{aligned} \tag{6.161}$$

Амплитуды этих реакций относятся как $\sqrt{2}:1$, поэтому

$$t(K^+\to 3\pi,\ I=1)=\sqrt{2}\,t(K^0\to 3\pi,\ I=1). \tag{6.162}$$

Из этой формулы можно вывести целый ряд полезных результатов.

Прежде всего покажем, что распад

$$K_1^0\to\pi^0+\pi^++\pi^- \tag{6.163}$$

почти полностью запрещен. Волновая функция трехпионной системы в этом процессе почти полностью симметрична, так что приближенно конечное состояние совпадает с собственным состоянием оператора $\mathcal{C}\Pi$ (в системе, где K_1^0- мезон покоится):

$$\mathcal{C}\,\Pi\,|\pi^+\pi^-\pi^0\rangle\approx-\,|\pi^+\pi^-\pi^0\rangle.$$

Поэтому процесс (6.163) почти полностью запрещен. Фактически мы доказали, что существует только двухпионный распад K_1^0-мезона. Следуя приведенным выше аргументам и учитывая соображения $\mathcal{C}\Pi$-инвариантности, находим:

$$t(\mathcal{C}\,\Pi\cdot K^0\to\mathcal{C}\,\Pi\cdot 3\pi)\approx t(\bar{K}^0\to 3\pi)\times(-1)$$

и, следовательно,

$$t(K^0\to 3\pi)\approx-\,t(\bar{K}^0\to 3\pi). \tag{6.164}$$

Комбинируя соотношение (6.164) с равенством (6.162), получим:

$$\begin{aligned}t(K_2^0\to 3\pi)&=\frac{i}{\sqrt{2}}\left[t(K^0\to 3\pi)-t(\bar{K}^0\to 3\pi)\right]=\\&=i\sqrt{2}\,t(K^0\to 3\pi)=\\&=it(K^+\to 3\pi).\end{aligned} \tag{6.165}$$

Таким образом, мы предсказываем, что распады

$$K_2^0\to 3\pi\quad (I_f=1)\quad\text{и}\quad K^+\to 3\pi\quad (I_f=1)$$

должны происходить приблизительно с одинаковыми вероятностями:

$$\frac{\text{Относительная вероятность } K_2^0\to 3\pi}{\text{Время жизни } K_2^0}=\frac{\text{Относительная вероятность } K^+\to 3\pi}{\text{Время жизни } K^+}. \tag{6.166}$$

Это соотношение согласуется с известными в настоящее время данными, хотя экспериментальные результаты носят пока пред-

варительный характер:

$$\tau(K^+) = 1{,}2 \cdot 10^{-8}\ сек,$$

$$\tau(K_2^0) = 0{,}6 \cdot 10^{-7}\ сек,$$

Относительная вероятность $K^+ \to 3\pi = 0{,}08$.

Относительная вероятность распада K_2^0-мезона на $\pi^+ + \pi^- + \pi^0$ составляет 25% или несколько меньше, коль скоро учитываются лишь те из распадов, которые сопровождаются образованием заряженных частиц [24]. Оценим теперь ненаблюдаемый распад $K_2^0 \to 3\pi^0$, воспользовавшись снова правилом отбора $|\Delta I| = 1/2$. Ниже показано, что $(K_2^0 \to 3\pi^0)/(K_2^0 \to \pi^+ + \pi^- + \pi^0) = 3/2$ и, следовательно, $(K_2^0 \to 3\pi) \leqslant (5/2) \cdot 0{,}25 \approx 0{,}6$. Однако, если учесть нейтральные распады, необходимо перенормировать относительную вероятность; поэтому относительная вероятность распада $K_2^0 \to 3\pi$ равна

$$\frac{\left(\frac{5}{2} \cdot 0{,}25\right)}{\left(1 + \frac{3}{2} \cdot 0{,}25\right)} \approx 0{,}45 \text{ или меньше.} \qquad (6.167)$$

Таким образом,

Вероятность распада $K_2^0 \to 3\pi = 0{,}75 \cdot 10^7\ сек^{-1}$ или меньше,

Вероятность распада $K^+ \to 3\pi = 0{,}67 \cdot 10^7\ сек^{-1}$.

Эти значения приблизительно одинаковы. Если к правилу отбора относиться с полной серьезностью, то относительная вероятность (6.167) окажется равной 0,4.

В заключение рассмотрим вопрос об относительных вероятностях различных схем распадов, для которых конечные состояния в зарядовом пространстве неодинаковы. Используя полученную ранее изотопическую волновую функцию и применяя технику шпурионов, S-матрицу для распада $K \to 3\pi$ можно записать как

$$S(K \to 3\pi) = \int d^4x_1 d^4x_2 d^4x_3 d^4x f(x;\ x_1,\ x_2,\ x_3) \times$$
$$\times \left[-\sqrt{2}\Phi_+(x)\varphi^+(x_1) + \Phi_0(x)\varphi_3(x_1)\right]\hat{\varphi}(x_2)\hat{\varphi}(x_3), \qquad (6.168)$$

где Φ_+, Φ_0 и $\hat{\varphi}$ — операторы полей, сопоставленных K^+-, K^0- и π-мезонам соответственно. В нашем приближении функция f симметрична по переменным x_1, x_2 и x_3.

Из этой же формулы можно вывести выражение S-матрицы для распада $K_2^0 \to 3\pi$. Отношения вероятностей различных

распадов равны

$$(K^+ \to 2\pi^+ + \pi^-) : (K^+ \to 2\pi^0 + \pi^+) :$$
$$: (K_2^0 \to \pi^+ + \pi^- + \pi^0) : (K_2^0 \to 3\pi^0) =$$
$$= 4 \; : \; 1 \; : \; 2 \; : \; 3. \qquad (6.169)$$

Мы видим, что отношение $\tau' : \tau = 0{,}25$ согласуется с отношением, найденным экспериментально (см. табл. 16), если вспомнить, что вследствие поправок, связанных с фазовым объемом, предсказываемое значение несколько больше 0,25. Таким образом, можно сделать вывод, что все известные экспериментальные результаты пока согласуются с правилом отбора $|\Delta I| = 1/2$. Мы обсуждали это правило отбора так обстоятельно ввиду того, что оно представляет собой один из немногих экспериментально установленных результатов, касающихся слабых взаимодействий [1]).

Воспользовавшись тем, что функция f симметрична по переменным x_1, x_2 и x_3, можно следующим образом получить отношения между вероятностями распадов (6.169). С точностью до общего множителя конечные состояния для K^+- и K_2^0-распадов имеют вид

$$\varphi^\dagger (2\varphi\varphi^\dagger + \varphi_3^2)|0\rangle \text{ для } K^+\text{-распада,}$$
$$\varphi_3 (2\varphi\varphi^\dagger + \varphi_3^2)|0\rangle \text{ для } K_2^0\text{-распада.}$$

Возьмем теперь квадраты приведенных выражений и подсчитаем число возможных спариваний пионных операторов:

$$K^+ \to \pi^+ + \pi^+ + \pi^-,$$
$$\langle \varphi (2\varphi\varphi^\dagger),\ \varphi^\dagger (2\varphi\varphi^\dagger) \rangle \to 4 \times 2;$$
$$K^+ \to \pi^0 + \pi^0 + \pi^+,$$
$$\langle \varphi\varphi_3^2,\ \varphi^\dagger\varphi_3^2 \rangle \to 2;$$
$$K_2^0 \to \pi^+ + \pi^- + \pi^0,$$
$$\langle \varphi_3 (2\varphi\varphi^\dagger),\ \varphi_3 (2\varphi\varphi^\dagger) \rangle \to 4 \times 1;$$
$$K_2^0 \to 3\pi^0,$$
$$\langle \varphi_3^3,\ \varphi_3^3 \rangle \to 6.$$

---

[1]) Александер с сотр. [45] получили данные, противоречащие предсказаниям относительно вероятностей K_2^0-распадов, вытекающим из правила отбора $|\Delta I| = 1/2$. Было бы желательно повторить измерения относительных вероятностей, с тем чтобы выводы основывались на более полной статистике.

Полученный результат приводит к соотношению (6.169) для вероятностей распадов K-мезона.

Относительные вероятности различных распадов K_2^0-мезона установлены еще не достаточно хорошо: по грубым оценкам

$$K_2^0 \to 3\pi \quad \sim 30\text{—}40\%;$$
$$K_2^0 \to e + \pi + \nu \quad \sim 30\%,$$
$$K_2^0 \to \mu + \pi + \nu \quad \sim 30\%.$$

6. Лептонные распады странных частиц. До сих пор, как мы видели, лептонные распады странных частиц обнаруживаются в тех случаях, когда в нелептонных распадах нарушается правило отбора $|\Delta I| = 1/2$. Использование этого правила в целях предсказания относительных вероятностей оказывается столь успешным, что можно было бы заподозрить существование подобного правила и для нелептонных распадов. Возьмем, например, распад K^+-мезона. Наиболее вероятна схема

$$K^+ \to \mu^+ + \nu. \tag{6.170}$$

Если рассматривать только сильновзаимодействующие частицы, то в этом процессе выполняются следующие правила отбора:

$$I_i = \frac{1}{2} \quad I_f = 0,$$
$$s_i = 1 \quad s_f = 0.$$
$$Q_i = 1 \quad Q_f = 0.$$

Некоторые авторы [46] предполагали, что правило отбора $|\Delta I| = 1/2$ остается справедливым и для лептонных распадов, но, кроме того, эти распады подчиняются еще дополнительному правилу

$$\Delta s = \Delta Q \tag{6.171}$$

(в обозначениях § 6 этой главы). Однако при измерениях разности масс K_1^0- и K_2^0- мезонов попутно было установлено существование распада [26]

$$K^0 \to e^- + \pi^+ + \nu. \tag{6.172}$$

Этот процесс требует, чтобы

$$\Delta s = -\Delta Q, \quad \Delta I = \frac{3}{2}.$$

Таким образом, в случае распадов с участием лептонов не существует простого правила отбора[1]), подобного правилу $|\Delta I| = 1/2$.

§ 8. Гиперъядра

Существование гиперъядер представляет собой одно из самых замечательных явлений физики странных частиц. В 1953 г. Даниж и Пниевский обнаружили спонтанный распад ядер бора, образовавшихся в качестве фрагментов при расщеплении ядер серебра или ядер брома. Несмотря на сравнительно большое значение Q (около 50 *Мэв*), ядра бора распадались лишь в конце пробега, по прошествии приблизительно $3 \cdot 10^{-12}$ *сек.* Если бы ядро бора находилось в сильно возбужденном состоянии, оно распалось бы значительно быстрее, за время порядка 10^{-22} *сек.* Даниж и Пниевский предположили, что этот фрагмент представляет собой связанную систему, состоящую из ядра и Λ^0-гиперона. Было накоплено большое число фактов, подтверждающих такую интерпретацию, и теперь это явление считается твердо установленным. Таким образом, гиперъядро есть ядро со странностью —1. Факты, говорящие в пользу приведенной выше интерпретации, можно суммировать следующим образом.

1. Время жизни гиперъядер, грубо говоря, того же порядка, что и время жизни Λ^0-гиперона.

2. Значения Q для распадов гиперъядер и Λ^0-гиперона почти одинаковы. Небольшие отклонения, имеющие порядок нескольких *Мэв*, можно отнести за счет энергии связи Λ^0-гиперона в гиперъядрах.

Ниже приведены примеры легких гиперъядер и некоторых схем их распадов:

$$
{}_\Lambda H^3 \to \begin{cases} He^3 + \pi^-, \\ d + p + \pi^-; \end{cases}
$$

$$
{}_\Lambda He^4 \to \begin{cases} He^3 + p + \pi^-, \\ 2p + 2n; \end{cases}
$$

$$
{}_\Lambda H^4 \to He^4 + \pi^-,
$$

$$
{}_\Lambda H^5 \to He^4 + p + \pi^- \text{ и т. д.}
$$

---

[1]) *Примечание автора к русскому изданию.* Выполненные в последнее время измерения указывают на отсутствие процесса (6.172); правила отбора $\Delta s = \Delta Q$ и $|\Delta I| = 1/2$ для распадов странных частиц с участием лептонов, по-видимому, согласуются с экспериментом.

Распады, среди продуктов которых имеется реальный пион, называют «мезонными распадами», а в противном случае — «немезонными распадами». Используемые для гиперъядер обозначения самоочевидны. Для измерения значений Q используются мезонные распады, так как они ведут к меньшему высвобождению энергии. Используя значение $Q_\Lambda = 36{,}9 \pm 0{,}2$ *Мэв*, Леви-Сетти, Слэтер и Телегди [47] проанализировали мезонные распады и оценили энергию связи Λ^0-гиперона в различных гиперъядрах:

$${}_\Lambda H^3: \quad 0{,}02 \pm 0{,}24 \ \textit{Мэв},$$
$${}_\Lambda H^4: \quad 1{,}44 \pm 0{,}20 \ \textit{Мэв},$$
$${}_\Lambda He^4: \quad 1{,}70 \pm 0{,}24 \ \textit{Мэв},$$
$${}_\Lambda He^5: \quad 2{,}56 \pm 0{,}17 \ \textit{Мэв},$$
$${}_\Lambda Li^7: \quad 4{,}4 \ \pm 1{,}0 \ \textit{Мэв},$$
$${}_\Lambda Be^9: \quad 6{,}5 \ \pm 0{,}6 \ \textit{Мэв}.$$

Грубо говоря, энергия связи B_Λ пропорциональна нуклонному числу гиперъядра, что указывает на отсутствие насыщения. Это можно объяснить тем обстоятельством, что к Λ^0-гиперону в гиперъядре не применим принцип Паули.

3. При образовании гиперъядер странность сохраняется. Это дает возможность вполне однозначно приписать гиперъядрам определенное значение странности:

$$s\ (\text{гиперъядро}) = -1. \tag{6.173}$$

Образование гиперъядер происходит одновременно с образованием K-мезонов при столкновениях космических лучей высокой энергии с атомными ядрами. Кроме того, гиперъядра образуются при ядерном поглощении K^--мезонов или Σ^--гиперонов. Эти процессы изучались многими авторами [48—50].

Перейдем теперь к качественному обсуждению свойств гиперъядер.

4. Ни Ξ-, ни Σ-гиперон не могут быть связаны с атомным ядром и, следовательно, не могут образовывать гиперъядер. Мы знаем, что изолированные Σ- и Ξ-гипероны метастабильны, но в присутствии ядерной материи они утрачивают это свойство. Изучение процессов образования странных частиц указывает на очень большую величину виртуального взаимодействия

$$\Sigma \rightleftarrows \Lambda + \pi. \tag{6.174}$$

При наличии ядерного вещества виртуальный мезон может быть поглощен нуклоном, тогда сразу же возникает следующая

экзоэнергетическая реакция:

$$\Sigma + N \to N + \Lambda^0. \tag{6.175}$$

Величина Q для этого процесса достигает 80 *Мэв*, и он оказывается разрешенным, если только это не связано с нарушением какого-нибудь правила отбора. В качестве примера правил отбора, запрещающих процесс (6.175), укажем, что

$$\Sigma^+ + p \quad \text{и} \quad \Sigma^- + n$$

не могут распадаться на нуклон и Λ^0-гиперон в силу закона сохранения заряда. До сих пор не было обнаружено никаких фактов, свидетельствующих о существовании связанных состояний у системы Σ + ядро.

Аналогично Ξ-гиперон нестабилен по отношению к реакции

$$\Xi + N \to 2\Lambda^0, \tag{6.176}$$

для которой величина Q приблизительно составляет 30 *Мэв*.

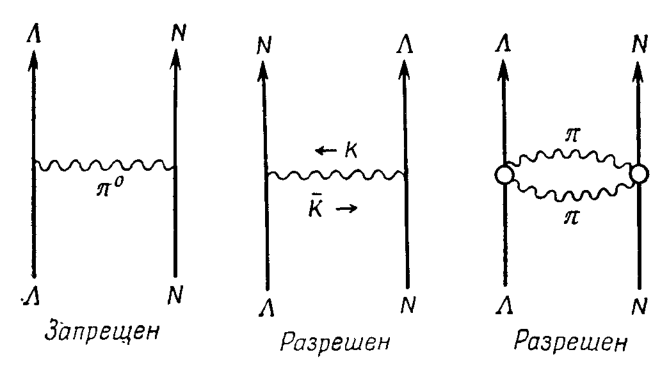
Эти процессы могли бы оказаться запрещенными в том случае, когда Σ- или Ξ-гиперон взаимодействует с одним-единственным нуклоном, однако при наличии множества нуклонов такой запрет вряд ли имеет место. Короче говоря, гипероны, более тяжелые, чем Λ^0, очень быстро исчезают в ядерном веществе. В этой связи следует отметить, что K-мезоны (но не $\bar{K}$-мезоны) могли бы образовывать гиперъядра со странностью $+1$, если бы взаимодействие K-мезонов с ядрами носило характер притяжения, однако такая возможность, как мы выяснили в § 5 этой главы, по-видимому, не осуществляется.

Свойства гиперъядер позволяют предположить, что два Λ^0-гиперона и ядро могли бы образовать гиперъядро со странностью $s = -2$. Такого рода двойные гиперъядра пока что не обнаружены; от обычных гиперъядер они отличались бы характерным двухступенчатым или каскадным распадом.

5. Многие свойства ядер, вытекающие из зарядовой симметрии или из зарядовой независимости, присущи также и гиперъядрам. Здесь мы только упомянем, что на основании существования гиперъядра ${}_{\Lambda}He^4$ Далиц предсказал существование зеркального гиперъядра ${}_{\Lambda}H^4$, которое было вскоре обнаружено.

6. Так как прямые наблюдения взаимодействий Λ-гиперонов с нуклонами имеют весьма предварительный характер, изучение гиперъядер служит почти единственным источником информации о силах, которые действуют между нуклонами и Λ-гиперонами. Основываясь на гипотезе зарядовой независимости, можно заключить, что $\Lambda - N$-силы имеют короткодействующий характер. Так как в виртуальном процессе $\Lambda^0 \to \Lambda^0 + \pi^0$ изоспин

не сохраняется, однопионный обмен между Λ^0-гипероном и нуклоном запрещен. (Механизм, обусловливающий $\Lambda^0 - N$-силы, иллюстрируется фиг. 66.) Таким образом, необходимо, чтобы при $\Lambda - N$-взаимодействиях происходил обмен по крайней мере двумя пионами или одним K-мезоном. Отсюда следует, что радиус действия $\Lambda - N$-сил не превышает половины комптонов-



Фиг. 66. Диаграммы Фейнмана для типичных процессов, приводящих к ΛN-силам.

ской длины волны пиона. Данные о $\Lambda - N$-взаимодействиях, которыми мы располагаем в настоящее время, приведены в табл. 18 [51].

Таблица 18

	p_Λ (лаб.), *Мэв/с*	σ, *мб*
$\Lambda + p \to p + \Lambda$	400—1000	22,3±5,9
	400—638	24,7±9,3
	638—1000	20,4±7,7
$\Lambda + p \to p + \Sigma^0$	638—1000	8,5±4,9

Гиперъядро ${}_\Lambda H^3$ — самое легкое из гиперъядер, поэтому изучение его позволяет определить нижнюю границу величины $\Lambda - N$-сил. Мы рассмотрим качественно этот вопрос. Гиперъядро ${}_\Lambda H^3$ состоит из n, p и Λ. Если допустимо пренебречь трехчастичными силами, то гамильтониан этой системы можно записать следующим образом:

$$H_f = H({}_\Lambda H^3) = T_n + T_p + T_\Lambda + V_{np} + V_{\Lambda p} + V_{\Lambda n}, \quad (6.177)$$

где T_n, T_p и T_Λ суть кинетические энергии соответствующих частиц. Волновая функция Ψ_f, описывающая гипертритий в

системе покоя, удовлетворяет уравнению

$$H_f\Psi_f = -(B_d + B_\Lambda)\Psi_f, \tag{6.178}$$

где B_Λ — энергия связи Λ^0-гиперона в гипертритии, а B_d — энергия связи дейтрона.

Пусть Min (A) означает низшее собственное значение некоторого оператора A; тогда

$$\mathrm{Min}(H_f) = -(B_d + B_\Lambda), \tag{6.179}$$

$$\mathrm{Min}(T_n + T_p + V_{np}) = -B_d. \tag{6.180}$$

Кроме того, имеет место неравенство

$$\mathrm{Min}(A + B) \geqslant \mathrm{Min}(A) + \mathrm{Min}(B). \tag{6.181}$$

Так как мы пользуемся системой покоя, то

$$\mathbf{P}_p + \mathbf{P}_n + \mathbf{P}_\Lambda = 0. \tag{6.182}$$

Часть гамильтониана, соответствующую кинетической энергии, можно преобразовать к виду

$$\frac{\mathbf{P}_n^2}{2M} + \frac{\mathbf{P}_p^2}{2M} + \frac{\mathbf{P}_\Lambda^2}{2M_\Lambda} = \frac{1}{M}\left(\frac{\mathbf{P}_n - \mathbf{P}_p}{2}\right)^2 + \frac{1}{4M}(\mathbf{P}_n + \mathbf{P}_p)^2 + \frac{1}{2M_\Lambda}\mathbf{P}_\Lambda^2 = \frac{1}{M}\left(\frac{\mathbf{P}_n - \mathbf{P}_p}{2}\right)^2 + \frac{M_\Lambda + 2M}{4MM_\Lambda}\mathbf{P}_\Lambda^2. \tag{6.183}$$

Тогда из формул (6.179) и (6.181) следует, что

$$-(B_d + B_\Lambda) = \mathrm{Min}(H_f) \geqslant \mathrm{Min}\left[\frac{1}{M}\left(\frac{\mathbf{P}_n - \mathbf{P}_p}{2}\right)^2 + V_{np}\right] + \mathrm{Min}\left[\frac{M_\Lambda + 2M}{4MM_\Lambda}\mathbf{P}_\Lambda^2 + V_{n\Lambda} + V_{p\Lambda}\right] \geqslant \mathrm{Min}\left[\frac{1}{M}\left(\frac{\mathbf{P}_n - \mathbf{P}_p}{2}\right)^2 + V_{np}\right] + 2\,\mathrm{Min}\left[\frac{M_\Lambda + 2M}{8MM_\Lambda}\mathbf{P}_\Lambda^2 + V_{N\Lambda}\right], \tag{6.184}$$

причем здесь предполагалось, что $V_{n\Lambda} = V_{p\Lambda} \equiv V_{N\Lambda}$.

Первый член в правой части формулы (6.184) в силу соотношения (6.180) равен $-B_d$, поэтому

$$-B_\Lambda \geqslant 2\,\mathrm{Min}\left[\frac{M_\Lambda + 2M}{8MM_\Lambda}\mathbf{P}_\Lambda^2 + V_{N\Lambda}\right],$$

или

$$0 > -\frac{2(M+M_\Lambda)}{2M+M_\Lambda} B_\Lambda \geqslant \operatorname{Min}\left[\frac{M+M_\Lambda}{2MM_\Lambda}\mathbf{P}_\Lambda^2 + \frac{4(M+M_\Lambda)}{2M+M_\Lambda} V_{N\Lambda}\right]. \qquad (6.185)$$

Это означает, что у системы из Λ-гиперона и нуклона может появиться связанное состояние, если заменить потенциал $V_{N\Lambda}$ на

$$\frac{4(M+M_\Lambda)}{2M+M_\Lambda} V_{N\Lambda}.$$

Отсюда можно заключить, что параметр s, характеризующий глубину потенциальной ямы [52], в случае ΛN-потенциала превышает 0,36. В самом деле,

$$s \geqslant \frac{2M+M_\Lambda}{4(M+M_\Lambda)} \approx 0{,}36. \qquad (6.186)$$

Эта оценка нижней границы параметра s довольно осторожна, так что фактическое его значение больше 0,36. Эти соображения высказали Нишиджима [53], а также Далиц и Даунс [54].

Таким образом, мы приходим к заключению, что $\Lambda - N$-силы носят короткодействующий характер, но имеют очень большую величину. Это предполагает, что Λ^0-гиперон, связанный в гиперъядре, в основном находится в S-состоянии.

Феноменологическое исследование $\Lambda - N$-потенциала выполнили Далиц и Даунс [54]. Взаимодействие Λ-гиперона с ядром описывается потенциалом

$$V(\mathbf{r}_\Lambda) = \sum_{s=1}^{A} V_{N\Lambda}(\mathbf{r}_\Lambda - \mathbf{r}_s). \qquad (6.187)$$

Если аппроксимировать ядро ядерным веществом, то этот потенциал можно привести к виду

$$V = \rho \int V_{N\Lambda}(\mathbf{r}_\Lambda - \mathbf{r})\, d\mathbf{r} \equiv \rho \bar{V}_{N\Lambda}, \qquad (6.188)$$

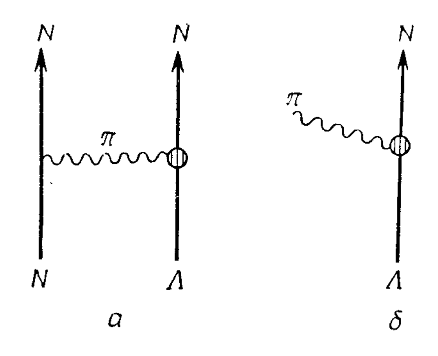
где ρ — плотность нуклонов в ядерном веществе. Далиц предположил, что эффективный потенциал имеет вид

$$V(\mathbf{r}) = \rho(\mathbf{r})\, \bar{V}_{N\Lambda}, \qquad (6.189)$$

где $\rho(\mathbf{r})$ — плотность нуклонов в реальных ядрах. Основываясь на этом приближении, Далиц построил феноменологическую теорию гиперъядер, в частности исследовал спиновую зависимость $\Lambda - N$-потенциала. В дальнейшем Далиц и Даунс, используя вариационные методы, рассмотрели вопрос о механизме образования связанных состояний. В рамках ядерной физики низких энергий гиперъядра ставят целый ряд проблем, которые еще ждут своего решения.

7. Анализируя распады гиперъядер, можно получить некоторые сведения о спине Λ^0-гиперона.

У гиперъядер с $Z \leqslant 2$ преобладают мезонные распады; более тяжелые гиперъядра распадаются преимущественно по немезонным схемам. Большая вероятность немезонных распадов наводит на мысль, что пион, возникающий при распаде Λ^0 в результате сильного взаимодействия с нуклонами гиперъядра, оказывается поглощенным раньше, чем успевает покинуть гиперъядро. Как мы знаем, при таких низких энергиях сильное πN-взаимодействие возможно лишь в S- и P-состояниях. Таким образом, экспериментальные данные показывают, что относительный момент пиона и начального Λ^0-гиперона должен быть небольшим, скажем, равняться 0 или 1. Отсюда следует, что, по всей вероятности, спин Λ^0-гиперона равен $^1/_2$ или $^3/_2$. Этот вывод важен в свете выдвинутого в свое время Ферми и Фейнманом предположения, согласно которому спины странных частиц могут быть велики. Изложенные выше соображения, принадлежащие Нишиджиме [53], позволили существенно ограничить разнообразие допустимых моделей странных частиц, хотя впоследствии Ли и Янг в связи с несохранением четности предложили новый, прямой метод определения спина Λ^0-гиперона. Подробный расчет немезонной схемы распада был выполнен Рудерманом и Карплусом [55]. Мы изложим основные моменты этой дискуссии с некоторыми упрощениями.



Фиг. 67. Элементарные процессы, происходящие при распадах гиперъядер. *а* — немезонный распад; *б* — мезонный распад.

Пусть H_d описывает слабое взаимодействие, ответственное за распад

$$\Lambda \to N + \pi.$$

Как мезонные, так и немезонные распады описываются диаграммами Фейнмана, изображенными на фиг. 67. Амплитуда мезонного распада дается первым порядком теории возмущений

$$T_{\text{мезон}} \sim \langle f | H_d | i \rangle, \qquad (6.190)$$

амплитуда же немезонного распада определяется матричным элементом

$$T_{\text{немезон}} \sim \sum_n \frac{\langle f | H_{\pi N} | n \rangle \langle n | H_d | i \rangle}{E_i - E_n}, \qquad (6.191)$$

где $H_{\pi N}$ — пион-нуклонное взаимодействие, ответственное за поглощение пиона, возникшего при распаде Λ^0-гиперона. Предположим, что относительный момент пиона и нуклона при Λ^0-распаде равен l. Тогда зависимость H_d от k имеет вид

$$H_d \sim k^l. \qquad (6.192)$$

Здесь k — импульс реального или виртуального пиона, возникшего в результате распада Λ^0-гиперона.

Пусть, далее, R есть отношение вероятностей немезонного и мезонного распадов:

$$R = \frac{\text{Немезонный распад}}{\text{Мезонный распад}}. \qquad (6.193)$$

Это отношение можно представить в виде произведения двух сомножителей, один из которых определяется структурой ядра (зависит от $H_{\pi N}$), а второй зависит только от l:

$$R = D(A,\ Z)\left(\frac{k_{\text{виртуальное}}}{k_{\text{реальное}}}\right)^{2l}. \qquad (6.194)$$

Величины $k_{\text{виртуальное}}$ и $k_{\text{реальное}}$ определяются соотношениями

$$k_{\text{виртуальное}} \approx 420\ \textit{Мэв/c},$$
$$k_{\text{реальное}} \approx 95\ \textit{Мэв/c} \qquad (6.195)$$

и, следовательно,

$$R \simeq D \cdot (17)^l. \qquad (6.196)$$

Множитель D оценил Примаков [56]; согласно его оценкам,

$$\begin{aligned} &\text{а)}\ D \approx 40, && Z \geqslant 3, \\ &\text{б)}\ D \approx 0{,}6\sqrt{B_\Lambda\,(\textit{Мэв})}, && Z \leqslant 2. \end{aligned} \qquad (6.197)$$

В последнем случае скорость поглощения связана с радиусом гиперъядра, на что указывает входящая в выражение для D энергия связи. При $l > 0$ и больших значениях Z мезонный распад практически не имеет места. Отметим, что в случае «а» справедливо неравенство

$$\text{Радиус ядра} > \text{Размер } \Lambda^0,$$

а в случае «б» — неравенство

$$\text{Размер } \Lambda^0 \gtrsim \text{Радиус ядра}.$$

Для гиперъядра гелия $R \approx 1$, поэтому, возможно, $l=0$ есть единственное приемлемое значение момента; однако и возможность $l=1$ не исключена. Позже мы увидим, что действительному положению вещей соответствует комбинация значений $l=0$ и $l=1$.

В этой связи интересно также отметить, что, как сообщил Шнепс, обнаружен случай реакции, которую можно интерпретировать либо как

$$_{\Lambda}\mathrm{Li}^7 \to n + \pi^+ + \mathrm{He}^6,$$

либо как

$$_{\Lambda}\mathrm{Be}^7 \to n + \pi^+ + \mathrm{Li}^6.$$

Это указывает на сильное взаимодействие между испущенным π-мезоном (либо отрицательным, либо нейтральным) и дочерним ядром в конечном состоянии. Приведенный выше вывод отношения R носит, конечно, весьма упрощенный характер; обнаружение записанной выше реакции указывает на необходимость использовать теорию многократного рассеяния [1]).

8. Наблюдая некоторые реакции образования гиперъядер, можно определить четность K-мезона по отношению к Λ^0-гиперону и нуклону. В качестве реакции, позволяющей определить относительную четность K-мезона, Далиц предложил реакцию

$$K^- + \mathrm{He}^4 \to {}_{\Lambda}\mathrm{H}^4 + \pi^0. \qquad (6.198)$$

Как мы уже видели, короткодействующий характер ΛN-сил гарантирует, что Λ^0-гиперон, связанный с ядром H^3, будет находиться в S-состоянии. Поэтому для сохранения четности в этой реакции требуется, чтобы

$$\varepsilon(K)(-1)^{l_i} = \varepsilon(\pi)(-1)^{l_f}, \qquad (6.199)$$

где учтено соглашение $\varepsilon(N) = \varepsilon(\Lambda) = +1$. Если спин гиперъядра $_{\Lambda}\mathrm{H}^4$ равен нулю, то закон сохранения момента требует (в предположении, что спин К-мезона также равен нулю), чтобы выполнялось соотношение

$$l_i = l_f. \qquad (6.200)$$

Отсюда для четности K-мезона сразу же получаем:

$$\varepsilon(K) = \varepsilon(\pi) = -1. \qquad (6.201)$$

Следовательно, *если спин $_{\Lambda}H^4$ равен нулю*, то реакция поглощения K^--мезонов разрешена при отрицательной четности K-мезонов и запрещена, если их четность положительна. В этой связи изучение спиновой зависимости $\Lambda - N$-сил представляется крайне необходимым. Отсутствие точной информации на этот счет вызвало целую серию довольно сложных проверок. Известно, что при ΛN-взаимодействии наиболее сильное притяжение имеет место в ^1S-состоянии. Основываясь на феноменологическом ана-

---

1) Относительно теории многократного рассеяния см. [57].

лизе ΛN-сил, де-Суорт и Дюллемонд [58] получили следующий набор длин рассеяния:

$$\begin{aligned} {}^1S: &\quad a_0 = (3{,}6^{+3,6}_{-1,8}) \cdot 10^{-13}\ см, \\ {}^3S: &\quad a_1 = (0{,}53 \pm 0{,}1) \cdot 10^{-13}\ см. \end{aligned} \qquad (6.202)$$

Соответствующие этим значениям эффективные радиусы малы. Такой результат делает весьма правдоподобным предположение о равенстве нулю спина гиперъядра ${}_\Lambda H^4$.

Реакция (6.198) изучалась группой исследователей, работающей на гелиевой пузырьковой камере; результаты были представлены на Рочестерской конференции 1960 г.

а. Тщательное исследование кинематики процесса позволили установить существование реакций

$$K^- + He^4 \to \begin{cases} {}_\Lambda He^4 + \pi^-, \\ {}_\Lambda H^4 + \pi^0. \end{cases} \qquad (6.203)$$

б. Была измерена «вероятность прилипания»

$$\frac{(\text{Выход } {}_\Lambda He^4 + \pi^-)}{(\text{Выход } \Lambda^0 + He^3 + \pi^-) + (\text{Выход } {}_\Lambda He^4 + \pi^-)} = (20 \pm 7)\%. \qquad (6.204)$$

Согласно Далицу и Даунсу, теоретическое значение этой вероятности равно приблизительно 19%, что согласуется с (6.204). В расчетах Далица и Даунса предполагалось, что энергия связи Λ^0-гиперона в гиперъядре ${}_\Lambda He^4$ равна 2 *Мэв*. Эти же авторы показали, что вероятность прилипания для процесса, сопровождающегося образованием возбужденного гиперъядра ${}_\Lambda He^4$, должна быть очень низкой. Отсюда мы заключаем, что реакция

$$K^- + He^4 \to \text{Возбужденное гиперъядро } {}_\Lambda He^4 + \pi^- \qquad (6.205)$$

хотя и возможна, но не может играть основную роль в рассматриваемом процессе.

в. Для определения спина ${}_\Lambda He^4$ целесообразно исследовать распад

$${}_\Lambda H^4 \to He^4 + \pi^-. \qquad (6.206)$$

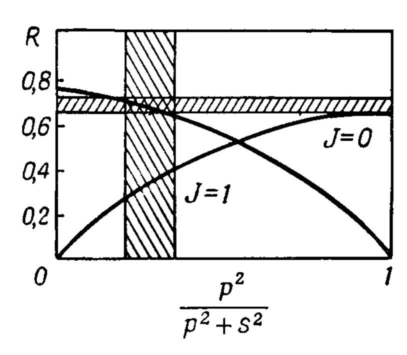
Спины гиперъядер ${}_\Lambda H^4$ и ${}_\Lambda He^4$ должны быть одинаковы, так как эти ядра образуют зарядовый дублет. Как видно из соотношения

$${}_\Lambda H^4 \to He^4 + \pi^-,$$

спин 0 S-волна

спин 1 P-волна

относительный момент He^4 и π^- определяется спином гиперъядра $_\Lambda H^4$. Известно, что из-за несохранения четности относительный момент пиона и нуклона, возникающих в результате распада Λ^0-гиперона, является смесью S- и P-волн. Следовательно, отношение между S- и P-волнами оказывается важным для выяснения вопроса о спине $_\Lambda H^4$. В этой новой ситуации



Фиг. 68. Зависимость относительной вероятности

$$R=\frac{(_\Lambda H^4 \to He^4 + \pi^-)}{(_\Lambda H^4 \to \text{все распады})}$$

от отношения вкладов P- и S-волн в амплитуду распада Λ^0-гиперона согласно расчетам Далица и Лиу. Через s и p обозначены амплитуды S- и P-волн в распаде $\Lambda^0 \to p + \pi^-$. Заштрихованные области соответствуют экспериментальным значениям R и значениям параметра асимметрии $\alpha(\Lambda^0)$ (см. § 10 гл. 7). $R_{\text{эксп.}} = 0{,}66 \pm 0{,}06$.

требуется пересмотр аргументации Рудермана — Карплуса, что и было осуществлено Далицем и Лиу [59]. Их результаты, представленные на фиг. 68, свидетельствуют в пользу значения $J=0$ и, следовательно, в пользу отрицательной четности K-мезона.

§ 9. *Резонансы странных частиц*

Феноменологический анализ K^-p-рассеяния, как мы видели в § 5 этой главы, позволяет предсказать, что у гиперона существует возбужденное состояние, называемое резонансом Далица — Туана. Руководствуясь этим предсказанием, экспериментаторы стали искать возбужденные состояния гиперона в K^-p-реакциях, и несколько таких состояний действительно было обнаружено. Кроме того, наблюдались возбужденные состояния K-мезона.

ГИПЕРОННЫЕ РЕЗОНАНСЫ

Обычно принято обозначать неидентифицированный гиперон символом Y, а его возбужденное состояние — символом Y^*. Значение изоспина указывается нижним индексом.

1. $\mathbf{Y_1^*}$ (1385 *Мэв*). Первым из гиперонных резонансов был обнаружен резонанс Y_1^*. Алстон с сотр. [15, 60], анализируя реакцию

$$K^- + p \to \Lambda^0 + \pi^+ + \pi^-, \tag{6.207}$$

вызванную K-мезонами с начальным импульсом 1,15 *Мэв/с*, обнаружили в энергетическом спектре π-мезонов пик, соответствующий распаду

$$Y_1^* \to \Lambda^0 + \pi. \tag{6.208}$$

Бердж с сотр. [61] нашли доказательства существования этого резонанса при 760 и 850 *Мэв/с*, а Мартин с сотр. [16] обнаружили его в реакциях $K_2^0 + p$.

Резонанс Y_1^* появляется и во многих других реакциях, таких, как [62, 63]

$$K^- + d \to Y_1^{*-} + p \to \Lambda^0 + \pi^- + p \tag{6.209}$$

и

$$K^- + \mathrm{He}^4 \to \mathrm{He}^3 + Y_1^{*-} \to \mathrm{He}^3 + \Lambda^0 + \pi^-. \tag{6.210}$$

На ранней стадии исследований имели место недоразумения, связанные с трудностью интерпретировать распад Y_1^* как распад свободной частицы, однако эти трудности были устранены Далицем и Миллером, принявшими во внимание статистику Бозе [64]. Изоспин Y_1^* равен единице, что непосредственно ясно из схемы его распада (6.208), который обусловлен сильными взаимодействиями. Одна из наиболее загадочных особенностей Y_1^*-резонанса заключается в чрезвычайной малости относительной вероятности [1]).

$$\frac{Y_1^* \to \Sigma + \pi}{Y_1^* \to \Lambda + \pi} \leqslant 5\%. \tag{6.211}$$

Основываясь на соображениях относительно фазового объема, нельзя понять, почему отношение (6.211) столь мало. На языке теории поля малость этого отношения предполагает, что константа взаимодействия $f^2_{\Sigma\Lambda\pi}$ больше константы $f^2_{\Sigma\Sigma\pi}$ (эти константы являются аналогами константы пион-нуклонного взаимодействия f, которая была определена в § 1 гл. 5).

Спин Y_1^* резонанса еще надлежит определить, однако уже имеются некоторые указания на то, что значение $s = {}^3/_2$ более предпочтительно, чем значение $s = {}^1/_2$. Эли с сотр. [66] измерили угловое распределение пионов, образующихся при распаде Y_1^*, по отношению к плоскости рождения в реакции (6.207).

---

[1]) По данным работы [65] это отношение составляет $2 \pm 2\%$.

Оказалось, что это распределение имеет вид[1])

$$1 + (1{,}5 \pm 0{,}4)\cos^2\psi, \qquad (6.212)$$

откуда весьма вероятно, что спин Y_1^*-резонанса больше $^1/_2$. Колли с сотр. [67] выполнили аналогичные измерения для реакции

$$\pi^- + p \to \Lambda^0 + K + \pi \quad \text{при} \quad 2{,}0\ \textit{Гэв/с}. \qquad (6.213)$$

Их результаты, по-видимому, также свидетельствуют в пользу значения $s = {}^3/_2$.

2. Y_0^* (1405 *Мэв*). Алстон с сотр. [68] проанализировали реакцию

$$K^- + p \to \Sigma + 3\pi \qquad (6.214)$$

при 1,15 *Гэв/с* и обнаружили в спектре масс $(\Sigma^\pm\pi^\mp)^0$-системы пик вблизи 1405 *Мэв*. Так как этот пик был найден только у нейтральных систем, указанному резонансу приписали изоспин, равный нулю. Были предприняты попытки обнаружить этот резонанс в реакции

$$\pi^- + p \to Y + \pi + K. \qquad (6.215)$$

Эрвин с сотр. [69] не обнаружили никаких данных, указывающих на существование Y_0^*-резонанса в этой реакции, однако некоторые данные Александера с сотр. [70] свидетельствуют в пользу существования резонанса Y_0^* в этой реакции.

Если Y_1^*-резонанс невозможно отождествить с резонансом Далица — Туана, имеющим спин $^1/_2$, то Y_0^*-резонанс представляется в этом смысле весьма подходящим кандидатом, так как теория Сакураи предсказывает, что притяжение между частицами системы $\bar{K}N$ в состоянии с $I=0$ должно быть более сильным, чем в состоянии с $I=1$.

3. Y_0^{**} (1520 *Мэв*). В области 300—500 *Мэв/с* упругое рассеяние K^--мезонов на протонах носит почти изотропный характер. Это предполагает, что основной вклад в рассеяние дает S-волна. Однако в области 350—450 *Мэв/с* угловое распределение приближенно описывается выражением $1 + 3\cos^2\theta$. Основываясь на этих данных, Капс [71] предположил, что в указанном интервале энергий имеется резонанс, спин которого равен $s = {}^3/_2$. Тщательные экспериментальные исследования этого резонанса были выполнены Ферро-Луцци, Триппом и Ватсоном [72].

---

[1]) Баттон-Шефер, Хью и Мюррей выполнили аналогичные измерения при несколько более высокой энергии, 1,22 *Гэв/с*, однако в противоположность результатам Эли с сотр. обнаруженная ими анизотропия оказалась незначительной.

Запишем сечение упругого рассеяния K^--мезонов на протонах в виде

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{упр}} = A + B\cos\theta + C\cos^2\theta \qquad (6.216)$$

и выясним, как зависят коэффициенты A, B и C от энергии. Эта формула очень хорошо описывает угловое распределение во всей рассматриваемой области энергий. Из эксперимента известно, что коэффициент C имеет резкий максимум в резонансной области. Это указывает на то, что спин резонанса равен $^3/_2$. Коэффициент B довольно мал во всей рассматриваемой области энергий. При низких энергиях существенно лишь S-рассеяние, поэтому $B \approx 0$ означает, что основная нерезонансная S-волна не интерферирует с P-волнами. Отсюда мы можем заключить, что резонанс относится скорее к состоянию $D_{3/2}$, чем к состоянию $P_{3/2}$.

Выясним теперь вопрос об изоспине рассматриваемого резонанса. С этой целью исследуем энергетическую зависимость сечений в неупругих каналах:

а.

Импульс K^--мезона, *Мэв/с*	Сечение в канале $\sigma(K^- + p \to \bar{K}^0 + n)$, *мб*
300	$4{,}5 \pm 1{,}5$
400	$8{,}0 \pm 2{,}0$
500	$4{,}0 \pm 1{,}0$

б.

Импульс K^--мезона, *Мэв/с*	Сечение в канале $\sigma(K^- + p \to \Lambda^0 + \pi^+ + \pi^-)$, *мб*
350	$1{,}0 \pm 0{,}5$
400	$5{,}3 \pm 1{,}0$
450	$1{,}5 \pm 0{,}5$
500	$1{,}7 \pm 0{,}5$.

Приведенные данные ясно показывают, что в области 400 *Мэв/с* имеется пик. Аналогичная ситуация имеет место и в случае сечения поглощения в состоянии с $I=0$:

$$\sigma_{\text{погл}}(I=0) = 3\left[\sigma(K^- + p \to \Sigma^0 + \pi^0) + \right.$$
$$\left. + \sigma(K^- + p \to \Lambda^0 + \pi^0 + \pi^0)\right]. \qquad (6.217)$$

В противоположность этому сечение поглощения в состоянии с $I=1$

$$\sigma_{\text{погл}}(I=1) = \sigma(K^- + p \to \Sigma^+ + \pi^-) +$$
$$+ \sigma(K^- + p \to \Sigma^- + \pi^+) - 2\sigma(K^- + p \to \Sigma^0 + \pi^0) +$$
$$+ \sigma(K^- + p \to \Lambda^0 + \pi^0) \qquad (6.218)$$

ведет себя как убывающая функция импульса K-мезона. Кроме того, угловое распределение для процесса $K^- + p \to \Lambda^0 + \pi^0$ асимметрично относительно направления вперед—назад.

Итак, изоспин рассматриваемого резонанса равен нулю, а его масса и ширина соответственно имеют значения

$$M = 1520 \ \textit{Мэв}, \quad \Gamma = 15 \ \textit{Мэв}. \tag{6.219}$$

Относительные вероятности различных каналов реакции при резонансной энергии таковы:

$$\bar{K}N : \Sigma\pi : \Lambda\pi\pi = 3 : 5 : 1. \tag{6.220}$$

Как мы выяснили в § 5 этой главы, в области низких энергий рассеяние $\bar{K}N$-мезонов на нуклонах можно описать в рамках теории эффективного радиуса [см. формулу (6.74)]. Хэмфри и Росс [73] сумели добиться согласования в приближении нулевого радиуса между этой теорией и всеми имеющимися данными в области 0 — 250 *Мэв/с*. С другой стороны, Ватсон выполнил анализ экспериментальных данных в области Y_0^{**}-резонанса. Существование Y_0^{**}-резонанса, по-видимому, может облегчить правильный выбор параметров, фигурирующих в теории эффективного радиуса.

Для описания реакции

$$K^- + p \to \Sigma + \pi, \tag{6.221}$$

мы ввели в § 5 этой главы две амплитуды, M_0 и M_1. Обозначим соответствующие фазы ψ_0 и ψ_1; тогда для относительной вероятности с помощью формулы (6.68) найдем:

$$\frac{\sigma(K^- + p \to \Sigma^- + \pi^+)}{\sigma(K^- + p \to \Sigma^+ + \pi^-)} = \frac{1/6\,|M_0|^2 + \sqrt{1/6}\,|M_0^* M_1|\cos(\psi_0 - \psi_1) + 1/4\,|M_1|^2}{1/6\,|M_0|^2 - \sqrt{1/6}\,|M_0^* M_1|\cos(\psi_0 - \psi_1) + 1/4\,|M_1|^2}. \tag{6.222}$$

Как непосредственно видно из этой формулы, относительная вероятность очень чувствительна к сдвигу фаз $\psi_0 - \psi_1$. Это отношение при нулевой энергии равно 2,15 и с ростом энергии уменьшается. При 100—150 *Мэв/с* оно падает до 1 и при дальнейшем повышении энергии продолжает уменьшаться. Для резонансной энергии сдвиг фаз $\psi_0 - \psi_1$ можно определить непосредственно по данным эксперимента, так как резонансные фазы известны. Если воспользоваться формулой

$$T(K^- + p \to \Sigma^{\mp} + \pi^{\pm}) = \frac{M_0}{\sqrt{6}} \pm \frac{M_1}{2} + \frac{1}{\sqrt{6}} \frac{\sqrt{\Gamma_{\bar{K}N}\Gamma_{\Sigma\pi}}}{E_R - E - i(\Gamma/2)} \times \\ \times [3\cos^2\theta - 1 - 3i(\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{n})\cos\theta\sin\theta], \tag{6.223}$$

которая описывает вклад в амплитуду, обусловленный S-волной и резонансной D-волной, для разности фаз получается значение

$$\psi_0 - \psi_1 = -110^\circ. \tag{6.224}$$

Основываясь на предполагаемой непрерывности разности фаз $\psi_0 - \psi_1$, Акиба и Капс [74] показали, что из двух решений Хэмфри и Росса (табл. 19) более предпочтительно решение II.

Таблица 19

Длины $\bar{K}N$-рассеяния

	Хэмфри — Росс		Ватсон	
	Решение I	Решение II	*A*	*B*
a_0	$-0{,}22\pm1{,}07$	$-0{,}59\pm0{,}46$	$-0{,}90\pm0{,}25$	$-0{,}96\pm0{,}24$
b_0	$2{,}74\pm0{,}31$	$0{,}96\pm0{,}17$	$2{,}50\pm0{,}20$	$1{,}71\pm0{,}17$
a_1	$0{,}02\pm0{,}33$	$1{,}20\pm0{,}06$	$-0{,}03\pm0{,}06$	$0{,}14\pm0{,}05$
b_1	$0{,}38\pm0{,}08$	$0{,}56\pm0{,}15$	$0{,}41\pm0{,}03$	$0{,}42\pm0{,}03$
ε	$0{,}40\pm0{,}03$	$0{,}39\pm0{,}02$	$0{,}31\pm0{,}03$	$0{,}31\pm0{,}03$
$\psi_0 - \psi_1$	100°	-50°	$-119\pm3^\circ$	$-109\pm2^\circ$

В табл. 19 длины рассеяния даны в единицах 10^{-13} *см*, а величина ε характеризует вероятность образования Λ-частицы, отнесенную к полной вероятности образования гиперона в состоянии с $I=1$.

Ватсон провел анализ экспериментальных данных по области 350—450 *Мэв/с* с учетом $P_{1/2}$- и $P_{3/2}$-состояний. Оказалось, что длина рассеяния A_1 сильно зависит от энергии, так что эффективный радиус имеет порядок $R \sim 2i \cdot 10^{-13}$ *см*

$$A_1^{-1} = (0{,}7 - 0{,}32i)\cdot 10^{13}\ \text{см}^{-1} \qquad \text{при } k^2 = 0,$$

$$A_1^{-1} = \begin{cases} (-0{,}2 - 2{,}4i)\cdot 10^{13}\ \text{см}^{-1}, \\ (-0{,}7 - 2{,}2i)\cdot 10^{13}\ \text{см}^{-1}, \end{cases} \qquad \text{при } k^2 = 1{,}61\cdot 10^{26}\ \text{см}^{-2}.$$

Длина рассеяния A_0 умеренно зависит от энергии, что согласуется с результатами Далица для потенциала $\bar{K}N$-взаимодействия, обусловленного обменом ω- и ρ-мезонами (в предположении нулевого радиуса для процессов поглощения).

Основываясь на установленных выше свойствах Y_0^{**}-резонанса, Капс [76] предложил метод, позволяющий определить четность резонансного состояния в $\Sigma\pi$-канале, будь то $P_{3/2}$- или $D_{3/2}$-состояние. Какие из парциальных волн дают вклад в реакцию $K^- + p \to \Sigma + \pi$ вблизи резонансной энергии, определяется

четностью K-мезона по отношению к нуклону и Σ-гиперону:

$K^- + p \to \Sigma + \pi$ — Четность K-мезона по отношению к Σ и N

$$S_{1/2},\ D_{3/2} \to \begin{cases} S_{1/2},\ D_{3/2} & -1, \\ P_{1/2},\ P_{3/2} & +1. \end{cases}$$

Вследствие так называемой неопределенности Минами [77] эти две возможности нельзя разграничить, измеряя лишь угловое распределение продуктов реакции. Чтобы выявить различие между ними в этой реакции, необходимо измерить поляризацию Σ-гиперона. Поскольку для распада $\Sigma^+ \to p + \pi^0$ параметр асимметрии известен, измерение право-левой асимметрии в этом распаде относительно плоскости рождения позволяет определить начальную поляризацию Σ^+-частицы (см. гл. 7). Для устранения остающейся неоднозначности мы воспользуемся условием Вигнера [78], требующим, чтобы в резонансной области изменение амплитуды рассеяния с ростом энергии соответствовало бы движению против часовой стрелки в комплексной плоскости. Ферро-Луцци, Трипп и Ватсон [72] на основании своих измерений пришли к выводу, что в резонансной области система $\Sigma\pi$ находится в состоянии $D_{3/2}$ т. е., другими словами, по отношению к нуклону и Λ-гиперону K^--мезон является нечетной частицей. Объединяя этот результат с выводом, сделанным в конце § 8 этой главы, можно заключить, что относительная четность Σ- и Λ^0-гиперонов положительна [1]). При выводе этого результата были сделаны следующие предположения: 1) состояние $D_{3/2}$ является резонансным; 2) среди нерезонансных вкладов основную роль играет вклад $S_{1/2}$-волны; 3) все амплитуды, за исключением резонансной, изменяются медленно с изменением энергии.

В связи с этими предположениями Адер выдвинул следующие возражения:

а. Тот факт, что резонансные сечения реакций

$$K^- + p \to \Sigma^+ + \pi^-, \quad K^- + p \to \Sigma^0 + \pi^0, \quad K^- + p \to \Sigma^- + \pi^+$$

не равны между собой, указывает на присутствие в резонансной области заметных нерезонансных амплитуд.

б. Необходимо учесть возможное отсутствие зарядовой независимости при решении вопроса о положении резонанса, т. е.,

[1]) *Относительная $\Sigma\Lambda$-четность.* Форма инвариантного спектра масс далицевских пар для распада неполяризованного Σ^0-гиперона ($\Sigma^0 \to \Lambda^0 + e^- + e^+$) очень чувствительна к относительной четности Σ- и Λ-гиперонов. Определение этого спектра, выполненное Курантом с сотр. [102], свидетельствует в пользу положительной относительной четности. Теория этого вопроса изложена в работах [103, 104]. *(Примечание автора в корректуре английского издания.)*

например, зависимость ширины резонанса от разности масс $\Sigma^+\Sigma^-$.

в. Необходимо принять во внимание зависимость парциальных ширин от энергии.

г. Поскольку Y_0^{**}- резонанс появляется вблизи порога Y_1^*- резонанса, нерезонансные амплитуды также могут быть быстро меняющимися функциями энергии.

Таким образом, заключение о том, что K-мезон нечетен по отношению к нуклону и Σ-гиперону, весьма правдоподобно, однако его нельзя еще считать окончательным.

4. Y_0^{***} (1815 *Мэв*). В сечении рассеяния K^--мезонов на протонах при 1,1 *Гэв/с* имеется резонансный пик, а в случае K^-n-рассеяния такой пик отсутствует [79]. Из этого следует, что изоспин рассматриваемого резонанса должен равняться нулю.

Бил с сотр. изучали поведение сечения упругого рассеяния в интервале 700—1400 *Мэв/с* с целью обнаружить резонанс [1]). Для описания углового распределения были использованы члены вплоть до $\cos^5\theta$. Полученные результаты согласуются с предположением, что резонанс имеет место в состоянии $F_{5/2}$.

Ферро-Луцци с сотр. изучали рассеяние с перезарядкой

$$K^- + p \to n + \overline{K}^0$$

при 1,22 *Гэв/с*; в угловом распределении $\overline{K}^0$-мезонов был обнаружен сильный максимум в направлении назад, причем для описания экспериментальных данных понадобилось удержать члены вплоть до $\cos^6\theta$. Этот результат согласуется с наличием высоких степеней $\cos\theta$ в сечении упругого рассеяния.

Возможно, что имеет место корреляция между рассматриваемым резонансом и реакцией

$$K^- + N \to \overline{K}^* + N, \qquad (6.225)$$

энергетический порог которой равен 1823 *Мэв*. Ряд соображений по этому поводу был высказан Пайерлсом [81], а также Боллом и Фрезером [82].

K-МЕЗОННЫЕ РЕЗОНАНСЫ

Кроме гиперонных резонансов, в ряде процессов были обнаружены возбужденные состояния K-мезона.

---

1) См. сообщение Сноу на Международной конференции по физике высоких энергий в Женеве [80, стр. 795], а также выступление Далица о гиперонных резонансах там же [80, стр. 391].

5. $\bar{K}^*$ (888 *Мэв*). В спектре масс $\bar{K}^0\pi^-$-системы, образующейся в результате реакции

$$K^- + p \to \bar{K}^0 + \pi^- + p, \tag{6.226}$$

вызванной K^--мезонами с импульсом 1,15 *Гэв/с*, имеется пик. Кроме того, пик также имеется и в энергетическом спектре протонов. Этот пик может быть приписан возбужденному состоянию $\bar{K}$-мезона, возникающему на промежуточной стадии реакции

$$K^- + p \to K^{*-} + p \to \bar{K} + \pi + p. \tag{6.227}$$

Масса этого резонансного состояния составляет примерно 890 *Мэв*; что касается его ширины, то она еще недостаточно хорошо известна [1]).

Изоспин $\bar{K}^*$-резонона можно определить, измеряя отношение

$$\frac{K^{*-} \to K^- + \pi^0}{K^{*-} \to \bar{K}^0 + \pi^-} = \begin{cases} 0{,}5 & \text{при } I = \frac{1}{2}, \\ 2 & \text{при } I = \frac{3}{2}. \end{cases} \tag{6.228}$$

Экспериментальное значение этого отношения равно $0{,}5 \pm 0{,}2$, что согласуется с $I = {}^1/_2$ [85].

Зарядово сопряженный к $\bar{K}^*$-резонансу K^*-резонанс наблюдался в реакциях типа [2])

$$\pi^- + p \to Y + \pi + K. \tag{6.229}$$

Определим теперь спин K^*-резонона. Согласно работе Алстона с сотр. [84], угловое распределение $\bar{K}^*$-резононов в реакции (6.226) изотропно. Так как энергия, при которой протекает реакция (6.226), всего на 35 *Мэв* превышает порог $\bar{K}^*N$-рождения, по-видимому, разумно предположить, что $\bar{K}^*$ образуется в S-состоянии. В таком случае из изотропности углового распределения $\bar{K}^*$-частиц следует, что их спин равен либо 0, либо 1. С другой стороны, Чиновский и др. [87], изучавшие при 1,96 *Гэв/с* реакцию

$$K^+ + p \to K^+ + \pi^- + p + \pi^+, \tag{6.230}$$

обнаружили, что 10% случаев можно приписать образованию $K^{*0} + N^{*++}$, где N^* — нуклон в состоянии, отвечающем (3, 3)-ре-

---

[1]) Согласно работе [83], $\Gamma/2 = 30$ *Мэв*; в работах [84, 85] приводятся соответственно значения $\Gamma/2 = 8$ *Мэв* и $M = (885 \pm 3)$ *Мэв*, $\Gamma/2 = 8$ *Мэв*; по данным Колли с сотр. [67] $\Gamma/2 = (30 \pm 10)$ *Мэв*, а $M = (897 \pm 10)$ *Мэв*.

[2]) См. работу Колли с сотр. [67] и работу Эрвина, Марча и Уолкера [86]. Согласно [67], $\Gamma/2 = (30 \pm 10)$ *Мэв*, $M = (897 \pm 10)$ *Мэв*; соглесно [86], $M = 888$ *Мэв*.

зонансу. Метод Адера в применении к этому процессу дает $S \geqslant 1$. Комбинируя эти два результата, можно заключить, что спин K^*-резонанса должен быть равен 1.

Имеется другое свидетельство в пользу того, что спин K^*-резонанса равен 1; оно вытекает из анализа аннигиляции покоящегося антипротона [80]. Если предположить, что такая аннигиляция происходит главным образом в S-состоянии, то процесс

$$\bar{p}_{\text{покоящийся}} + p \to K_1 + K_2 \tag{6.231}$$

будет единственно возможным процессом превращения протон-антипротонной пары в два нейтральных K-мезона. Действительно, из приведенной ниже сводки квантовых чисел видно, что процессы превращения в такие пары, как K_1K_1 и K_2K_2, запрещены:

$$\begin{array}{cccccc} & \Pi & \mathcal{C} & J & & \\ \bar{p}p\left\{\begin{array}{l} {}^3S_1 \\ {}^1S_0 \end{array}\right. & \begin{array}{c} - \\ - \end{array} & \begin{array}{c} - \\ + \end{array} & \begin{array}{c} 1 \\ 0 \end{array} & \left.\begin{array}{c} K_1K_2 \\ \text{нет} \end{array}\right\} KK. \end{array}$$

Парижская группа (CERN) измерила отношение

$$\frac{\bar{p} + p \to 2K_1^0}{\bar{p} + p \to K_1^0 + K_2^0} = \frac{0}{54}. \tag{6.232}$$

Этот результат можно считать еще одним подтверждением того факта, что указанное превращение действительно происходит в S-состоянии. Относительные вероятности двухбозонных схем превращения малы, например

$$\bar{p} + p \to \left\{\begin{array}{ll} \pi^+ + \pi^- : & (3{,}94 \pm 0{,}25) \cdot 10^{-3}, \\ K^+ + K^-: & (1{,}31 \pm 0{,}18) \cdot 10^{-3}, \\ K^0 + \bar{K}^0 : & (0{,}56 \pm 0{,}08) \cdot 10^{-3}. \end{array}\right.$$

Если спин K^* равен нулю, разрешенными оказываются следующие схемы аннигиляции [88]:

$$\underbrace{\bar{p} + p}_{S\text{-состояние}} \to \left\{\begin{array}{l} K_1^0 + K^{*0} \to K_1^0 + K_1^0 + \pi^0, \\ K_2^0 + K^{*0} \to K_2^0 + K_2^0 + \pi^0. \end{array}\right. \tag{6.233}$$

Рассмотрим превращение в пару K_1K_1; в этом случае

$$\frac{K_1^0\,(\text{видимый распад})}{K_1^0\,(\text{невидимый распад})} = \frac{(K_1^0 \to \pi^+ + \pi^-)}{(K_1^0 \to 2\pi^0)} = 2,$$

поэтому следует ожидать, что

$$\text{Видимый распад } K_1^0 + \text{Видимый распад } (K_1^0 + \pi^0) = \\ = 2\{\text{Видимый распад } K_1^0 + \text{Невидимый распад } (K_1^0 + \pi^0)\}. \quad (6.234)$$

В том случае, когда спин K^* равен 1, множитель 2 заменяется числом, меньшим 1. Согласно экспериментальным данным,

$$\frac{\text{В} + \text{В}}{\text{В} + \text{Н}} = \frac{13 \pm 11}{43 \pm 14}.$$

Таким образом, предположение о равенстве нулю спина K^* несовместимо с результатами эксперимента.

Исследуя при 2,1 *Гэв/с* реакцию

$$\pi^- + p \to Y + \pi + K, \quad (6.235)$$

Александер с сотр. [83] обнаружили новый вид πK-резонанса. Эти же авторы наблюдали и другие резонансы: Y_1^*, Y_0^*, Y_0^{**} и K^*. Масса этого нового резонанса составляет 730 *Мэв*, его ширина меньше 20 *Мэв*, а изоспин, по-видимому, равен $^1/_2$, на что указывает отсутствие соответствующего пика в распределении масс $\pi^- K^0$-системы. Как известно, K^*-резонон образуется совместно с Σ- и Λ-гиперонами; рассматриваемый же резонанс, по-видимому, образуется лишь совместно с Σ-гипероном.

ДРУГИЕ РЕЗОНАНСЫ

6. Ξ^* (1532 *Мэв*). Изучая при 2,24 и 2,5 *Гэв/с* реакции

$$K^- + p \to \begin{cases} \Xi^- + \pi^+ + K^0, \\ \Xi^- + \pi^0 + K^+, \\ \Xi^0 + \pi^- + K^+, \\ \Xi^0 + \pi^0 + K^0, \end{cases} \quad (6.236)$$

Бертанца с сотр. [89] обнаружили резонансное состояние системы $\Xi\pi$. Масса и ширина этого резонанса соответственно равны

$$M = 1535 \text{ Мэв}, \quad \Gamma < 35 \text{ Мэв}. \quad (6.237)$$

Вопрос об изоспине можно выяснить, измеряя относительные вероятности

$$\frac{(\Xi^{*0} \to \Xi^- + \pi^+)}{(\Xi^{*0} \to \Xi^0 + \pi^0)} = \frac{5}{0}; \\ \frac{(\Xi^{*-} \to \Xi^0 + \pi^-)}{(\Xi^{*-} \to \Xi^- + \pi^0)} = \frac{3}{2}. \quad (6.238)$$

Так как каждое из указанных отношений должно быть равно 2, если $I={}^1/_2$, и ${}^1/_2$, если $I={}^3/_2$, то, по-видимому, значение $I={}^1/_2$ более предпочтительно, чем значение $I={}^3/_2$.

Пьерро с сотр. [90] также обнаружили наличие максимума в распределении масс $\Xi\pi$-системы. Эти авторы изучали реакции

$$K^- + p \to \begin{cases} \Xi^- + K^+ + \pi^0, \\ \Xi^- + K^0 + \pi^+ \end{cases} \tag{6.239}$$

при 1,8 *Гэв/с*; согласно их данным,

$$M = 1529 \pm 5 \ \textit{Мэв}, \quad \frac{\Gamma}{2} \approx 5 \ \textit{Мэв}. \tag{6.240}$$

Если изоспин Ξ^*-резонанса равен ${}^3/_2$, то следовало бы ожидать, что

$$\frac{\sigma(K^- + p \to \Xi^- + \pi^0 + K^+)}{\sigma(K^- + p \to \Xi^- + \pi^+ + K^0)} = 2. \tag{6.241}$$

Однако экспериментальное значение этого отношения меньше, чем $0{,}21 \pm 0{,}07$, что опять-таки свидетельствует в пользу $I={}^1/_2$.

7. $K\bar{K}$-резонанс. В том же эксперименте Бертанца с сотр. [89] обнаружили $K\bar{K}$-резонанс в процессах

$$K^- + p \to \begin{cases} \Lambda + \bar{K}^0 + K^0, \\ \Lambda + K^- + K^+. \end{cases} \tag{6.242}$$

Масса и ширина $K\bar{K}$-резонанса оказались соответственно равными

$$M = 1020 \ \textit{Мэв}, \quad \Gamma = 20 \ \textit{Мэв}. \tag{6.243}$$

Наличие этого максимума в распределении масс можно отнести за счет сильного $K\bar{K}$-взаимодействия в конечном состоянии.

Этот максимум наблюдался также в реакциях

$$\pi^- + p \to \begin{cases} K^0 + \bar{K}^0 + n, \\ K^0 + K^- + p, \\ K^+ + K^- + n \end{cases} \tag{6.244}$$

при начальных импульсах 1,89; 2,10 *Гэв/с* [91] и при 2,3 *Мэв/с* [92]. Так как рассматриваемый резонанс наблюдался только в нейтральных $K\bar{K}$-системах, его изоспин должен равняться 0. И действительно, применение экстраполяционного метода Чу — Лоу к реакции (6.244) приводит к следующим значениям

эффективных сечений:

$$\sigma_{\pi\pi \to K\bar{K}}(I=0) \approx 2 \text{ мб},$$
$$\sigma_{\pi\pi \to K\bar{K}}(I=1) \approx 0{,}6 \text{ мб}. \qquad (6.245)$$

Если этот резонон находится в S-состоянии, то следует ожидать, что он будет распадаться[1]) либо на K_1K_1, либо на K_2K_2. В этой связи интересно отметить результаты, полученные Арментерозом с сотр.:

$$\bar{p}_{\text{покоящийся}} + p \to \begin{cases} K_1^0 + K_1^0 + \omega^0 & 47 \text{ случаев}, \\ K^+ + K^- + \omega^0 & 79 \text{ случаев}. \end{cases}$$

Странность $K\bar{K}$-системы равна 0, поэтому следует ожидать, что этот же резонанс будет появляться и в многопионных системах. Ксуонг и Линч [93] наблюдали максимум при 1,04 *Гэв* у нейтральной четырехпионной системы в процессе

$$\bar{p} + p \to 3\pi^+ + 3\pi^- + n\pi^0 \qquad (6.246)$$

(начальный импульс антипротонов равнялся 1,61 *Гэв/с*). Наличие этого максимума весьма правдоподобно, однако окончательно его существование еще не установлено[2]).

МОДЕЛИ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

В гл. 5 и 6 мы познакомились со многими частицами и резонансами. Глядя на табл. 20, нетрудно заметить, что между мультиплетной структурой семейств барионов, псевдоскалярных мезонов и векторных мезонов имеется примечательное сходство.

Таблица 20

Таблица зарядовых мультиплетов

Семейство	Мультиплет		
	дублет	триплет	синглет
Барионы	N, Ξ	Σ	Λ
Псевдоскалярные мезоны	K, $\bar{K}$	π	η
Векторные мезоны	K^*, $\bar{K}^*$	ρ	ω

---

[1]) *Примечание автора в корректуре английского издания.* Установлен распад $K\bar{K}$-резонанса в реакции (6.242) на пару K_1K_2 [107, 108]. Ширина этого резонанса имеет порядок нескольких *Мэв*, а его квантовые числа те же, что у ω мезона. Следуя Сакураи [109], этот резонанс называют φ-мезоном.

[2]) *Примечание автора в корректуре английского издания.* О гипероне Y_1^{**} (1660 *Мэв*). При взаимодействии K-мезонов начального импульса 760 *Мэв/с* с протонами был обнаружен новый гиперонный резонанс. Его ширина равняется $\Gamma = 40 \pm 10$ *Мэв* [105, 106].

Действительно, все указанные семейства состоят из двух дублетов, одного триплета и одного синглета.

Для того чтобы найти единую основу описания такого громадного числа частиц, предлагались различные теоретико-групповые модели элементарных частиц[1]), однако эти модели еще требуют дальнейшего усовершенствования, и здесь мы эти вопросы обсуждать не будем[2]).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблицы элементарных частиц

Различие между частицами и резонансами носит условный характер. Для частиц указывается их масса и время жизни, для

Таблица 21

Стабильные и метастабильные частицы [100]

Семейство	Частица	Масса		Время жизни, *сек*
		Мэв	m_e	
Фотон	γ	0	0	∞
Лептоны	ν	0	0	∞
	$e^{\pm}$	$0{,}510976 \pm 0{,}000007$	1	∞
	$\mu^{\pm}$	$105{,}655 \pm 0{,}010$	206,77	$(2{,}212 \pm 0{,}002) \cdot 10^{-6}$
Мезоны	π^0	$135{,}00 \pm 0{,}05$	264,20	$(1{,}9 \pm 0{,}6) \cdot 10^{-16}$
	$\pi^{\pm}$	$139{,}59 \pm 0{,}05$	273,18	$(2{,}55 \pm 0{,}03) \cdot 10^{-8}$
	$K^{\pm}$	$493{,}9 \pm 0{,}2$	966,6	$(1{,}224 \pm 0{,}013) \cdot 10^{-8}$
	K^0	$497{,}8 \pm 0{,}6$	974,2	$K_1^0: (1{,}00 \pm 0{,}04) \cdot 10^{-10}$ $K_2^0: \left(6{,}1^{+1{,}6}_{-1{,}1}\right) \cdot 10^{-8}$
Барионы	p	$938{,}213 \pm 0{,}01$	1836,12	∞
	n	$939{,}507 \pm 0{,}01$	1838,65	$(1{,}013 \pm 0{,}029) \cdot 10^3$
	Λ^0	$1115{,}36 \pm 0{,}14$	2182,80	$(2{,}51 \pm 0{,}09) \cdot 10^{-10}$
	Σ^+	$1189{,}4 \pm 0{,}2$	2327,7	$\left(0{,}81^{+0{,}06}_{-0{,}05}\right) \cdot 10^{-10}$
	Σ^0	$1191{,}5 \pm 0{,}5$	2331,8	$< 0{,}1 \cdot 10^{-10}$
	Σ^-	$1196{,}0 \pm 0{,}3$	2340,6	$\left(1{,}61^{+0{,}10}_{-0{,}09}\right) \cdot 10^{-10}$
	Ξ^0	1311 ± 8	2566	$\sim 1{,}5 \cdot 10^{-10}$
	Ξ^-	$1318{,}4 \pm 1{,}2$	2580,2	$\left(1{,}3^{+0{,}4}_{-0{,}3}\right) \cdot 10^{-10}$

[1]) С этими вопросами можно ознакомиться по работам Сакураи [94], Гелл-Манна [95] и Швингера [96] (глобальная симметрия), Гелл-Манна [97] и Неемана [98] (унитарная симметрия). См. также статью Сакаты [99].

[2]) См. в этой связи доклад А. Салама на Международной конференции по физике высоких энергий в Дубне (август, 1964 г.), помещенный в конце этой книги в качестве дополнения. — *Прим. перев.*

резонансов — масса и ширина. Приведенными в наших таблицах частицами не исчерпываются все «обнаруженные» частицы, упомянутые в тексте.

Таблица 22

Резонансы [101]

Семейство	Частицы	Спин и четность	Изотопический спин	Масса, *Мэв*	Ширина, *Мэв*
Мезоны	η	0^-	0	548	$\leqslant 10$
	ω	1^-	0	782	$\leqslant 15$
	ρ	1^-	1	750	~ 100
	K^*	1^-	$^1/_2$	888	60
Нуклоны	N^*	$(^3/_2)^+$	$^3/_2$	1238	145
	N^{**}	$(^3/_2)^-$	$^1/_2$	1512	130
	N^{***}	$(^5/_2)^+$	$^1/_2$	1688	140
	N^{****}	$> (^3/_2)$	$^3/_2$	1922	185
Гипероны	Y_1^*		1	1385	50
	Y_0^*		0	1405	50
	Y_0^{**}	$(^3/_2)^-$	0	1520	15
	Y_0^{***}	$> {^3/_2}$	0	1815	
Каскадный гиперон	Ξ^*		$^1/_2$	1582	~ 10

Табл. 23 приводится для удобства читателя. В большинстве выкладок, приведенных в тексте, использовались естественные единицы, так что табл. 23 будет полезна при переводе естественных единиц в единицы CGS.

Таблица 23

Физические константы

$c = (2{,}99796 \pm 0{,}00004) \cdot 10^{10}$ *см/сек* (скорость света)

$\hbar = (1{,}0543 \pm 0{,}0003) \cdot 10^{-27}$ *эрг·сек*,

(постоянная Планка)

$h = (6{,}624 \pm 0{,}002) \cdot 10^{-27}$ *эрг · сек*

$1/\alpha = 137{,}030 \pm 0{,}016$ (постоянная тонкой структуры)

$\hbar/mc = (3{,}8619 \pm 0{,}0009) \cdot 10^{-11}$ *см* (комптоновская длина волны электрона)

$\hbar/Mc = (2{,}1028 \pm 0{,}0011) \cdot 10^{-14}$ *см* (комптоновская длина волны протона)

ЛИТЕРАТУРА

1. Dalitz R. H., Rep., Progr. Phys., **20**, 163 (1957).
2. Sorrels et al., Phys. Rev., **100**, 1457 (1955).
3. Fowler et al., Phys. Rev. Letters, **6**, 134 (1961).

4. Alvarez et al., Phys. Rev. Letters, **2**, 215 (1959).
5. Wick G. C., Wightman A. S., Wigner E. P., Phys. Rev., **88**, 101 (1952).
6. Hildebrand R. H., Phys. Rev., **89**, 1090 (1953). (Имеется перевод в сборнике «Проблемы современной физики» № 8, ИЛ, 1954, стр. 191.)
7. Schulter R. A., Phys. Rev., **96**, 734 (1954).
8. Feldman D., Phys. Rev., **103**, 254 (1956).
9. Sakurai J. J., Phys. Rev., **107**, 908 (1957).
10. Brown et al., Phys. Rev., **107**, 906 (1957).
11. Crawford et al., Phys. Rev. Letters, **3**, 394 (1959).
12. Goldhaber G. et al., Phys. Rev. Letters, **9**, 135 (1962).
13. Jackson J. D., Ravenhall R. G., Wyld H. W., Nuovo Cimento, **9**, 834 (1958).
14. Dalitz R. H., Tuan S. F., Ann. Phys., N. Y., **10**, 307 (1960).
15. Alston et al., Phys. Rev. Letters, **5**, 520 (1960).
16. Martin et al., Phys. Rev. Letters, **6**, 283 (1961).
17. Snow G. A., Proc. Intern. Conf. High Energy Phys., Rochester, 1960, p. 407.
18. Gell-Mann M., Pais A., Phys. Rev., **97**, 1387 (1955).
19. Окунь Л. Б., Понтекорво Б., ЖЭТФ, **32**, 1587 (1957).
20. Birge et al., Proc. Intern. Conf. High Energy Phys., Rochester, 1960, p. 313.
21. Good et al., Phys. Rev., **124**, 1223 (1961).
22. Treiman S. B., Sachs R. G., Phys. Rev., **103**, 1545 (1956).
23. Lee T. D., Oehme R., Yang C. N., Phys. Rev., **106**, 340 (1957). (Имеется перевод в сборнике «Новые свойства симметрии элементарных частиц», ИЛ, 1957.)
24. Neagu et al., Phys. Rev. Letters, **6**, 552 (1961).
25. Feynman R. P., Gell-Mann M., Phys. Rev., **109**, 193 (1958). (Имеется перевод в сборнике «Проблемы современной физики» № 4, ИЛ, 1958, стр. 3.)
26. Ely et al., Phys. Rev. Letters, **8**, 132 (1962).
27. Sachs R. G., Treiman S. B., Phys. Rev. Letters, 8, 137 (1962).
28. Pais A., Piccioni O., Phys. Rev., **100**, 1487 (1955).
29. Good M. L., Phys. Rev., **110**, 550 (1958).
30. Кобзарев И. Ю., Окунь Л. Б., ЖЭТФ, **39**, 605 (1960).
31. Good R. H., Pauli E., Phys. Rev. Letters, **8**, 223 (1962).
32. Dyson F. J., Phys. Rev., **75**, 1736 (1949).
33. Berger V., Kazes E., Phys. Rev., **124**, 279 (1961).
34. Crawford et al., Phys. Rev. Letters, **6**, 266 (1959).
35. Schwarz M., Proc. Intern. Conf. High Energy Phys., Rochester, 1960, p. 726.
36. Humphrey et al., Phys. Rev. Letters, **6**, 478 (1961).
37. Eisler et al., Phys. Rev. Letters, 7, 136 (1961).
38. Good M. L., Lind V. G., Phys. Rev. Letters, **9**, 518 (1962).

39. Birge et al., Nuovo Cimento, **4**, 834 (1959).
40. Alexander et al., Nuovo Cimento, **6**, 478 (1957).
41. Taylor et al., Phys. Rev., **114**, 359 (1959).
42. Roe et al., Phys. Rev. Letters, **7**, 346 (1961).
43. Koller et al., Phys. Rev. Letters, **9**, 328 (1962).
44. Barkas et al., Phys. Rev., **124**, 1209 (1961).
45. Alexander et al., Phys. Rev. Letters, **9**, 69 (1962).
46. Okubo et al. Phys. Rev., **112**, 665 (1958).
47. Levi-Setti, Slater, Telegdi, Proc. Intern. Conf. High Energy. Phys., Rochester, 1957.
48. Fry, Schneps, Swami, Phys. Rev., **97**, 1189 (1955).
49. Anmar et al., Nuovo Cimento, **19**, 20 (1961).
50. Jones et al., Phys. Rev., **127**, 236 (1962).
51. Alexander et al., Phys. Rev. Letters, 7, 348 (1961).
52. Blatt J. M., Weisskopf V. F., Theoretical Nuclear Physics, New York, 1952, p. 55. (Имеется перевод: Дж. Блатт, Ф. Вайскопф, Теоретическая ядерная физика, ИЛ, 1954.)
53. Nishijima K., Progr. Theoret. Phys. (Kyoto), **14**, 527 (1955).
54. Dalitz R. H., Downs B. W., Phys. Rev., **111**, 967 (1958).
55. Ruderman M., Karplus R., Phys. Rev., **102**, 247 (1956).
56. Primakoff H., Nuovo Cimento, **3**, 1394 (1956).
57. Watson K. M., Phys. Rev., **89**, 575 (1953).
58. de Swart J., Dullemond C., Ann. Phys., **16**, 263 (1961).
59. Dalitz R. H., Liu L., Phys. Rev., **116**, 1312 (1959).
60. Alston M., Ferro-Luzzi M., Rev. Mod. Phys., **33**, 416 (1961).
61. Berge et al., Phys. Rev. Letters, **6**, 557 (1961).
62. Dahl et al., Phys. Rev. Letters, **6**, 142 (1961).
63. Block et al., Nuovo Cimento, **20**, 724 (1961).
64. Dalitz R. H., Miller D. H., Phys. Rev. Letters, **6**, 562 (1961).
65. Bastien, Ferro-Luzzi, Rosenfeld, Phys. Rev. Letters, **6**, 702 (1961).
66. Ely et al., Phys. Rev. Letters, **7**, 461 (1961).
67. Colley et al., Phys. Rev., **128**, 1930 (1962).
68. Alston et al., Phys. Rev. Letters, **6**, 698 (1961).
69. Erwin, March, Walker, Nuovo Cimento, **24**, 237 (1962).
70. Alexander et al., Phys. Rev. Letters, 8, 447 (1962).
71. Capps R. H., Phys. Rev. Letters, **6**, 375 (1961).
72. Ferro-Luzzi, Tripp, Watson, Phys. Rev. Letters, **8**, 28, 175 (1962).
73. Humphrey W. E., Ross R. R., Phys. Rev., **127**, 1305 (1962).
74. Akiba T., Capps R. H., Phys. Rev. Letters, **8**, 457 (1962).
75. Dalitz R. H., Rev. Mod. Phys., **33**, 471 (1961).
76. Capps R. H., Phys. Rev., **126**, 1574 (1962).
77. Minami S., Progr. Theoret. Phys. (Kyoto), **11**, 213 (1954).
78. Wigner E. P., Phys. Rev., 98, 145 (1955).

79. Kerth L., Rev. Mod. Phys., **33**, 389 (1961).
80. Snow G. A., Proc. Intern. Conf. High Energy Phys., Geneva, 1962, p. 795.
81. Peierls R. F., Phys. Rev. Letters, **6**, 641 (1961).
82. Ball J., Frazer W., Phys. Rev. Letters, **7**, 204 (1961).
83. Alexander et al., Phys. Rev. Letters, **8**, 447 (1962).
84. Alston et al., Phys. Rev. Letters, **6**, 300 (1961).
85. Graziano W., Wojcicki S. G., Phys. Rev., **128**, 1868 (1962).
86. Erwin, March, Walker, Nuovo Cimento, **24**, 237 (1962).
87. Chinowsky et al., Phys. Rev. Letters, **9**, 330 (1962).
88. Schwarz M., Phys. Rev. Letters, **6**, 556 (1961).
89. Bertanza et al., Phys. Rev. Letters, **9**, 180 (1962).
90. Pjerrou et al., Phys. Rev. Letters, **9**, 114 (1962).
91. Erwin et al., Phys. Rev. Letters, **9**, 34 (1962).
92. Alexander et al., Phys. Rev. Letters, **9**, 460 (1962).
93. Xuong N. H., Lynch G. R., Phys. Rev., **128**, 1849 (1962).
94. Sakurai J. J., Proc. Intern. School of Physics Enrico Fermi, Varenna, 1962.
95. Gell-Mann M., Phys. Rev., **106**, 1296 (1957).
96. Schwinger J., Ann. Phys., **2**, 407 (1957).
97. Gell-Mann M., Phys. Rev., **125**, 1067 (1962).
98. Ne'eman Y., Nucl. Phys., **26**, 222 (1961).
99. Sakata S., Progr. Theoret. Phys., **16**, 686 (1956).
100. Barkas W. H., Rosenfeld A. H., Proc. Intern. Conf. High Energy Phys., Rochester, 1960, p. 877.
101. Gregory B. P., Rosenfeld A. H., Proc. Intern. Conf. High Energy Phys., Geneva, 1962, p. 783.
102. Courant et al., Phys. Rev. Letters, **10**, 409 (1963).
103. Feinberg G., Phys. Rev., **109**, 1019 (1958).
104. Feldman G., Fulton T., Nucl. Phys., **8**, 106 (1958).
105. Alvarez et al., Phys. Rev. Letters, **10**, 184 (1963).
106. Bastien P. L., Berge J. P., Phys. Rev. Letters, **10**, 188 (1963).
107. Schlein et al., Phys. Rev. Letters, **10**, 368 (1963).
108. Connolly et al., Phys. Rev. Letters, **10**, 371 (1963).
109. Sakurai J. J., Phys. Rev. Letters, **9**, 472 (1962).
110*. Abashian et al., Phys. Rev. Letters, **13**, 243 (1964).
111*. Christenson et al., Phys. Rev. Letters, **13**, 138 (1964).
112*. Sachs R. G., Phys. Rev. Letters, **13**, 286 (1964).
113*. Окунь Л. Б., Слабые взаимодействия элементарных частиц, М., 1963.

Глава 7

НАРУШЕНИЕ ЗАКОНА СОХРАНЕНИЯ ЧЕТНОСТИ В СЛАБЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ

Проблемы, связанные с тяжелыми заряженными мезонами, принадлежат к числу наиболее интересных проблем физики странных частиц. Эти проблемы послужили стимулом для пересмотра закона сохранения четности и привели к открытию несохранения четности в слабых взаимодействиях. Эту главу мы начнем с так называемого $\theta - \tau$-парадокса.

§ 1. $\theta - \tau$-*парадокс*

В предыдущей главе мы видели, что существует большое число различных схем распада тяжелых мезонов. Поэтому, естественно, возникает вопрос о числе различных видов тяжелых мезонов. Ответ на этот вопрос связан с точным измерением масс покоя и времен жизни тяжелых мезонов. На ранней стадии исследований было распространено мнение, что массы различных членов семейства тяжелых мезонов заметно отличаются друг от друга. Однако постепенно ситуация изменилась: массы и времена жизни всех тяжелых мезонов с точностью до ошибки измерения совпадали между собой. Это указывает на то, что в конечном счете все тяжелые мезоны идентичны. Дальнейшее подтверждение этой гипотезы дали измерения относительных вероятностей различных распадов тяжелых мезонов. Было найдено, что относительные вероятности фактически не меняются с изменением условий эксперимента. Они, например, не зависели от энергии пучка в случае K-мезонов, полученных на ускорителях. Кроме того, они были одинаковыми до и после ядерных взаимодействий.

Допустим, что существуют два вида тяжелых мезонов. Случайно может оказаться, что они имеют почти одинаковые массы и времена жизни. Но постоянство относительных вероятностей означает, что сечения образования этих мезонов всегда находятся в постоянном отношении; более того, при всех энергиях должны совпадать между собой сечения взаимодействия этих мезонов с атомными ядрами. Другими словами, сильные взаимодействия этих мезонов должны быть совершенно одинаковыми, так как в противном случае было бы трудно понять постоянство относительных вероятностей. С помощью некоторых

упрощающих предположений мы покажем, что изложенные соображения убедительно свидетельствуют о том, что существует лишь один вид тяжелых мезонов.

Пусть существуют два вида тяжелых мезонов, скажем K_a и K_b, обладающие одинаковыми массами и временами жизни. Ради простоты рассуждений сосредоточим внимание на сильных взаимодействиях. Мы выше пришли к выводу, что сильные взаимодействия у K_a и K_b одинаковы и, следовательно, инвариантны относительно преобразования

$$K_a \rightleftarrows K_b. \tag{7.1}$$

Пусть φ_a и φ_b — полевые операторы K_a и K_b-мезонов соответственно; тогда теория будет инвариантна по отношению к преобразованию

$$\varphi_a \rightleftarrows \varphi_b. \tag{7.2}$$

Мы можем воспользоваться наличием вырождения и ввести новые операторы

$$\varphi_1 = \frac{\varphi_a + \varphi_b}{\sqrt{2}}, \quad \varphi_2 = \frac{\varphi_a - \varphi_b}{\sqrt{2}}; \tag{7.3}$$

тогда теория будет инвариантной относительно преобразований

$$\varphi_1 \rightarrow \varphi_1, \quad \varphi_2 \rightarrow -\varphi_2. \tag{7.4}$$

Так как в нашем распоряжении нет квантовых чисел, позволяющих различить a и b, поля 1 и 2 также можно было бы называть частицами. Если лагранжиан взаимодействия содержит члены, линейные по φ_a и φ_b, то эти члены должны включать только симметричную комбинацию φ_1 и не могут содержать φ_2. Более того, лагранжиан взаимодействия не может содержать φ_2 еще и по той причине, что различия в структуре φ_1 и φ_2 привели бы к существованию двух различных тяжелых мезонов, сильные взаимодействия которых различны. Таким образом, рождение кванта, сопоставленного φ_2, оказывается невозможным, и тяжелые мезоны могут быть только одного вида — соответствующие оператору φ_1. Мы начали с предположения о существовании тяжелых мезонов двух различных видов, но в конце концов пришли к выводу, что возможны тяжелые мезоны только одного вида, именно мезоны, сопоставленные полю φ_1, которое представляет собой симметричную комбинацию полей φ_a и φ_b. Отбросив предположение о линейности K-мезонных взаимодействий, можно было бы оправдать существование двух различных тяжелых мезонов, если, например, предположить, что с другими частицами всегда связаны пары K-мезонов. В этом

случае инвариантность по отношению к преобразованию $\varphi_a \rightleftarrows \varphi_b$ все еще не нарушалась бы и при наличии двух различных видов тяжелых мезонов.

Однако эксперименты показывают, что при низких энергиях K-мезоны зачастую образуются поодиночке и лишь очень редко происходит рождение пары K-мезонов. Далее следует предположить, что такие гипероны, как Λ и Σ, представляют собой связанные состояния нуклона и $\bar{K}$-мезона, и, следовательно, инвариантность по отношению к замене a на b требует существования Λ- и Σ-гиперонов двух видов, скажем Λ_a и Λ_b и Σ_a и Σ_b. Модель элементарных частиц, по существу, эквивалентная рассмотренной выше, известна под названием теории дублетов по четности. Эта модель была предложена Ли и Янгом [1]. Согласно этой теории, мезонам K_a и K_b приписываются различные четности (отсюда и название теории). Однако Эйслер с сотр. [2] обнаружили противоречие между моделью дублетов и экспериментальными данными по относительным вероятностям различных схем распада нейтральных K-мезонов. Следовательно, мы вправе считать, что эксперименты говорят в пользу существования одного-единственного вида тяжелых мезонов.

Несмотря на такого рода соображения, различные исследователи все же пытались ввести два вида тяжелых мезонов, поскольку слабые взаимодействия указывали на существование двух тяжелых мезонов различной четности. Как мы уже упоминали в § 5 гл. 6, в рамках сильных взаимодействий нельзя определить четность K-мезона, однако ее можно попытаться определить, исследуя слабые распадные взаимодействия. В § 6 гл. 6 мы пришли к выводу, что K_1^0- мезон должен обладать четным спином и положительной четностью, так как его распад происходит по схеме

$$K_1^0 \to \pi^0 + \pi^0 \quad \text{или} \quad \theta^0 \to 2\pi^0. \tag{7.5}$$

Кроме того, есть основания считать, что спин K-мезона равен нулю, так что K-мезон должен быть скалярной частицей (0^+).

С другой стороны, основываясь на анализе распада

$$K^+ \to \pi^+ + \pi^+ + \pi^- \quad \text{или} \quad \tau^+ \to 2\pi^+ + \pi^-, \tag{7.6}$$

Далиц привел данные в пользу псевдоскалярной (0^-) природы K-мезона.

Эта трудность получила название θ — τ-парадокса. В следующем параграфе мы познакомимся с анализом τ-распада по Далицу.

§ 2. Анализ Далица

Далиц [3, 4] (см. также [5]) предложил метод, позволяющий определить, к какому типу частиц относится τ-мезон. Этот метод основан на кинематическом анализе трехпионной схемы распада.

В случае трехпионного распада покоящегося τ^+-мезона,

$$\tau^+ \to \pi^+ + \pi^+ + \pi^- + 75 \text{ Мэв}, \tag{7.7}$$

вероятность распада дается выражением

$$w = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{(2S+1)M} \int\limits_{p_1^0 < p_2^0} \frac{d^3p_1}{p_1^0} \frac{d^3p_2}{p_2^0} \frac{d^3p_3}{p_3^0} \delta^4(P_i - P_f) \times$$
$$\times \sum_{\text{Спин } \tau\text{-мезона}} |\mathfrak{M}(\tau \to 3\pi)|^2, \tag{7.8}$$

где S, M и P_i — соответственно спин, масса покоя и 4-импульс τ-мезона, а $P_f = p_1 + p_2 + p_3$ — полный 4-импульс в конечном состоянии, содержащем три пиона, причем p_1 и p_2 относятся к положительно заряженным пионам, а p_3 — к пиону с отрицательным зарядом. В согласии с тем, что говорилось в гл. 4, при определении инвариантной амплитуды распада $\mathfrak{M}$ мы положили $V = (2\pi)^3$. Так как в конечном состоянии имеются два тождественных положительных пиона, следует проявить осторожность, чтобы не учесть дважды одни и те же состояния. Этого можно добиться, ограничивая область интегрирования с помощью неравенства $p_1^0 < p_2^0$. Величина $|\mathfrak{M}|^2$ представляет собой функцию инвариантных скалярных произведений $(p_i p_j)$, из которых только два независимы. В качестве таких двух независимых переменных можно взять скалярные произведения

$$(p_1 P_i) \quad \text{и} \quad (p_3 P_i), \tag{7.9}$$

которые фактически представляют собой энергии соответственно первого и третьего пионов в системе покоя τ-мезона. Чтобы избежать двойных индексов, обозначим энергии пионов через ω_1, ω_2 и ω_3 вместо p_1^0, p_2^0 и p_3^0. В таком случае в системе покоя τ-мезона $\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = M$, а $|\mathfrak{M}|^2$, если выполнить суммирование по спиновым состояниям τ-мезона, будет функцией ω_1 и ω_3, так что подлежащий оценке интеграл приобретет вид

$$I = \int \frac{d^3p_1}{\omega_1} \frac{d^3p_2}{\omega_2} \frac{d^3p_3}{\omega_3} \delta(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3) \delta(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 - M) f(\omega_1, \omega_3) =$$
$$= \int d\omega_1 \, d\omega_3 K(\omega_1, \omega_3) f(\omega_1, \omega_3), \tag{7.10}$$

где

$$K(\omega_1', \omega_3') = \int \frac{d^3p_1}{\omega_1}\frac{d^3p_2}{\omega_2}\frac{d^3p_3}{\omega_3}\delta(\mathbf{p}_1+\mathbf{p}_2+\mathbf{p}_3)\times$$

$$\times\delta(\omega_1+\omega_2+\omega_3-M)\delta(\omega_1-\omega_1')\delta(\omega_3-\omega_3'), \qquad (7.11)$$

а условие $\omega_1<\omega_2$ для упрощения записи опущено.

Выполнив интегрирование по p_2, можно освободиться от трехмерной δ-функции в подынтегральном выражении. Вводя далее в пространстве импульсов p_1 и p_3 сферические координаты, будем иметь

$$K(\omega_1', \omega_3') = \int \frac{p_1^2\,dp_1\,d\Omega_1}{\omega_1}\frac{p_3^2\,dp_3\,d\Omega_3}{\omega_3}\times$$

$$\times\frac{\delta(\omega_1+\omega_2+\omega_3-M)}{\omega_2}\delta(\omega_1-\omega_1')\delta(\omega_3-\omega_3'), \qquad (7.12)$$

где $p_1=|\mathbf{p}_1|$ и $p_3=|\mathbf{p}_3|$.

Зафиксируем направление вектора $\mathbf{p}_1$, выбрав его в качестве оси z, и проинтегрируем сначала по сферическим углам вектора $\mathbf{p}_3$, т. е. по углу θ между $\mathbf{p}_1$ и $\mathbf{p}_3$, а затем по углам вектора $\mathbf{p}_1$. В результате получим

$$K(\omega_1', \omega_3') = 8\pi^2\int \frac{p_1^2\,dp_1}{\omega_1}\frac{p_3^2\,dp_3}{\omega_3}\times$$

$$\times\frac{d(\cos\theta)}{\omega_2}\delta(\omega_1+\omega_2+\omega_3-M)\delta(\omega_1-\omega_1')\delta(\omega_3-\omega_3'). \qquad (7.13)$$

Используя далее соотношения

$$\begin{aligned}\omega_1^2 &= p_1^2+\mu^2,\\ \omega_3^2 &= p_3^2+\mu^2,\\ \omega_2^2 &= (\mathbf{p}_1+\mathbf{p}_3)^2+\mu^2 = p_1^2+p_3^2+2p_1p_3\cos\theta+\mu^2,\end{aligned} \qquad (7.14)$$

находим

$$\frac{\partial(\omega_1, \omega_3, \omega_2)}{\partial(p_1, p_3, \cos\theta)} = \frac{p_1^2p_3^2}{\omega_1\omega_2\omega_3} \qquad (7.15)$$

и, следовательно,

$$K(\omega_1', \omega_3') = 8\pi^2\int dp_1\,dp_3\,d(\cos\theta)\,\frac{\partial(\omega_1, \omega_3, \omega_2)}{\partial(p_1, p_3, \cos\theta)}\times$$

$$\times\delta(\omega_1+\omega_2+\omega_3-M)\delta(\omega_1-\omega_1')\delta(\omega_3-\omega_3') =$$

$$= 8\pi^2\int d\omega_1\,d\omega_3\,d\omega_2\delta(\omega_1+\omega_2+\omega_3-M)\times$$

$$\times\delta(\omega_1-\omega_1')\delta(\omega_3-\omega_3') = 8\pi^2 \qquad (7.16)$$

при условии, что $\omega_1'+\omega_3'$ не превосходит $M-\mu$.

Таким образом,

$$I = 8\pi^2 \int d\omega_1\, d\omega_3 f(\omega_1, \omega_2), \tag{7.17}$$

и для вероятности распада получаем формулу

$$w = \frac{4\pi}{(2S+1)M} \int\limits_{\omega_1 < \omega_2} d\omega_1\, d\omega_3 \sum_{\text{Спин } \tau\text{-мезона}} |\mathfrak{M}(\tau \to 3\pi)|^2. \tag{7.18}$$

Для того чтобы взять этот интеграл, необходимо определить область интегрирования. Другими словами, нужно ω_2 выразить как функцию ω_1 и ω_3 и, кроме того, в тех же переменных записать условие $\omega_2 > \mu$. Эта элементарная алгебраическая задача довольно трудоемка, поэтому мы ограничимся обсуждением нерелятивистского приближения.

Обозначим через T_1, T_2 и T_3 кинетические энергии пионов. Имеем:

$$T_i = \omega_i - \mu, \tag{7.19}$$

и закон сохранения энергии принимает вид

$$T_1 + T_2 + T_3 = Q \approx 75 \text{ Мэв}. \tag{7.20}$$

Фиг. 69. Диаграмма Далица для распада τ-мезона.

Начертим теперь равносторонний треугольник. Такой треугольник обладает полезным свойством: сумма длин перпендикуляров к трем его сторонам из точки внутри треугольника равна его высоте. Пусть теперь высота треугольника равна величине Q; тогда распад τ-мезона можно представить точкой P, расстояния от которой до сторон треугольника равны T_1, T_2 и T_3. Поступая таким образом, можно нанести все экспериментальные точки на наш чертеж — все они попадут внутрь этого равностороннего треугольника. Чертеж такого рода называют диаграммой Далица (фиг. 69).

В нерелятивистском приближении закон сохранения 4-импульса принимает вид

$$\begin{gathered} p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 = 2\mu Q, \\ \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3 = 0. \end{gathered} \tag{7.21}$$

Заметим далее, что величина

$$p_2^2 = p_1^2 + p_3^2 + 2p_1 p_3 \cos\theta$$

должна заключаться между $(p_1+p_3)^2$ и $(p_1-p_3)^2$, т. е.

$$(p_1+p_3)^2 \geqslant p_2^2 \geqslant (p_1-p_3)^2,$$

или

$$2p_1p_3 \geqslant p_2^2-p_1^2-p_3^2 \geqslant -2p_1p_3. \tag{7.22}$$

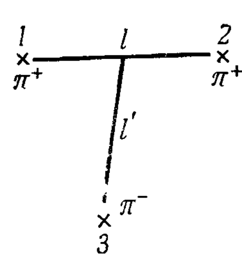
Вводя в это неравенство вместо импульсов кинетические энергии, найдем

$$4T_1T_3 \geqslant (T_2-T_1-T_3)^2. \tag{7.23}$$

Если теперь воспользоваться соотношением $T_2=Q-T_1-T_3$, то (7.23) даст

$$4T_1T_3 \geqslant (Q-2T_1-2T_3)^2. \tag{7.24}$$

Это неравенство в косоугольных координатах описывает область, находящуюся внутри эллипса. Поскольку такой эллипс должен быть симметричен по отношению к поворотам на 120° вокруг центра треугольника, он фактически представляет собой вписанную в этот равносторонний треугольник окружность. Условие $T_2>T_1$ означает, что все экспериментальные точки должны попасть в заштрихованную полуокружность диаграммы Далица, изображенную на фиг. 69. Если нанести экспериментальные данные по τ-распаду на эту полуокружность, то плотность точек будет пропорциональна величине



Фиг. 70. Относительные моменты количества движения l и l' пионов в распаде τ-мезона.

$$\frac{dw}{dT_1\,dT_3}=\frac{dw}{d\omega_1\,d\omega_3}\sim$$

$$\sim \sum_{\text{Спин τ-мезона}} |\mathfrak{M}(\tau\to 3\pi)|^2. \tag{7.25}$$

Таким образом, анализируя диаграмму Далица, мы получаем информацию о матричном элементе как о функции ω_1 и ω_3. Это в конечном счете позволяет определить, к какому типу частиц принадлежит τ-мезон.

Пусть l означает относительный момент количества движения двух положительных пионов, а l' — момент количества движения отрицательного пиона по отношению к центру масс положительных пионов, как это изображено на фиг. 70.

1. Предположим, что спин τ-мезона равен нулю. Тогда из равенства $\mathbf{l}+\mathbf{l}'=0$ вытекает, что

$$l=l'. \tag{7.26}$$

Следовательно, четность τ-мезона будет определяться выражением

$$\varepsilon(\tau) = (\varepsilon(\pi))^3 (-1)^{l+l'} = -1. \qquad (7.27)$$

Отсюда ясно, что τ-мезон не может быть скалярной частицей, а следовательно, если четность — хорошее квантовое число для процессов распада, то τ- и θ-мезоны не могут быть тождественными частицами.

2. Так как пионы *1* и *2* суть тождественные частицы, l должно быть четным числом. В табл. 24 мы приводим комбинации

Таблица 24

Спин и четность τ-мезона	Наименьшие значения (l, l')
0^+	Запрещено
0^-	(0, 0)
1^+	(0, 1)
1^-	(2, 2)
2^+	(2, 1)
2^-	(0, 2), (2, 0)

наименьших возможных значений (l, l'), отвечающие данным значениям спина и четности τ-мезона. Поскольку значение величины Q при τ-распаде невелико, амплитуды, соответствующие более высоким значениям (l, l'), будут подавлены благодаря центробежному барьеру, так что их учитывать не нужно.

Зависимость матричного элемента $\mathfrak{M}$ от энергии определяется исключительно моментами l и l':

$$\mathfrak{M} \sim (pR)^l (qR)^{l'},$$

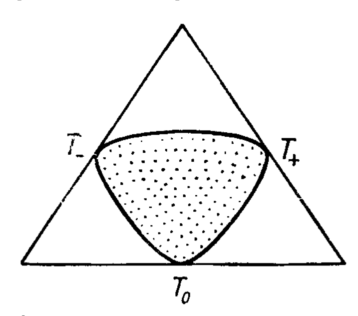
где p — относительный импульс двух положительных пионов, а q — импульс отрицательного пиона в системе центра масс пары положительных пионов. Что касается радиуса сил R, действующих между двумя пионами, то он, по-видимому, меньше, чем половина комптоновской длины волны пиона, поэтому $(qR)^2 < {}^1/_6$ и $(pR)^2 < {}^1/_8$.

Экспериментальные точки заполняют полуокружность почти равномерно, что свидетельствует в пользу псевдоскалярной природы τ-мезона.

Изложенный выше метод был использован также при изучении ω-мезона [6], который распадается по схеме

$$\omega^0 \to \pi^+ + \pi^- + \pi^0. \qquad (7.28)$$

В этом случае экспериментальные точки ложатся внутрь области, форма которой несколько отличается от окружности, вследствие того что при распаде ω-мезона освобождаются большие количества энергии, так что этот распад нельзя рассматривать в рамках нерелятивистского приближения. Известно, что из-за равенства нулю изоспина ω^0-мезона матричный элемент, соответствующий распаду (7.28), представляет собой антисимметричную функцию p_+, p_- и p_0. Основываясь на приведенных выше соображениях, Маглик с сотр. [6] пришли к выводу, что ω^0-мезон, — скорее всего, векторная частица. Диаграмма Далица для ω^0-распада изображена на фиг 71.



Фиг. 71. Диаграмма Далица для распада ω-мезона.

Задача 7.1. Предполагая, что гамильтониан взаимодействия для распада τ-мезона имеет вид

$$\mathcal{H}_{\tau\text{-распада}} = g\Phi\varphi^\dagger\varphi^\dagger\varphi + \text{Эрм. сопр.},$$

вычислить безразмерную константу связи $g^2/4\pi$. (Ответ: $g^2/4\pi = 0{,}55 \cdot 10^{-13}$.)

§ 3. *Несохранение четности в слабых взаимодействиях*

В предыдущем параграфе мы видели, что идентичность всех K-мезонов ведет к так называемому θ — τ-парадоксу. В связи с этим парадоксом выдвигалось большое число всевозможных предложений [7].

Ли и Янг указали на возможность того, что в слабых взаимодействиях *четность не сохраняется*, поэтому распады θ^+ и τ^+ суть различные схемы распада одной и той же частицы [8]. Чтобы провести до конца основанную на этой возможности программу, они проанализировали доступный в то время экспериментальный материал, пытаясь выяснить, имеются ли какие-либо данные, указывающие на сохранение четности в слабых взаимодействиях. В результате этого анализа Ли и Янг пришли к выводу, что в сильных и электромагнитных взаимодействиях четность сохраняется с высокой степенью точности, однако предположение о сохранении четности в слабых взаимодействиях представляет собой неоправданное обобщение. Они указали также некоторые осуществимые эксперименты, которые позволили бы проверить сохранение четности в слабых взаимодействиях.

1. Сохранение четности в сильных взаимодействиях. Если в сильных взаимодействиях четность сохраняется, то состояния атомов и атомных ядер должны быть собственными состояниями оператора инверсии

$$\Pi\Psi = \pm\Psi. \tag{7.29}$$

Если же четность не является строго сохраняющейся величиной, то указанные состояния будут представлять собой смесь состояний, обладающих противоположными четностями, например

$$\Psi = \Psi_{+} + \mathscr{F}\Psi_{-}. \tag{7.30}$$

Здесь Ψ — состояние ядра или атома; Ψ_{+} — собственное состояние оператора инверсии, которое совпадало бы с Ψ, если бы четность сохранялась строго; Ψ_{-} — состояние противоположной по отношению к Ψ_{+} четности. Величина $\mathscr{F}$ представляет собой малый параметр, характеризующий несохранение четности. Для того чтобы выяснить вопрос о верхнем пределе значений этой величины, исследуем те реакции, которые запрещены законом сохранения четности. Установив, с какой степенью точности выполняется вытекающее из этого закона правило отбора, мы тем самым установим верхний предел $|\mathscr{F}|^2$. В области атомной спектроскопии указанный предел дается неравенством

$$|\mathscr{F}|^2_{\text{атом}} \leqslant \left(\frac{r}{\lambda}\right)^2_{\text{атом}}, \tag{7.31}$$

где r — радиус атома, а λ — длина волны испускаемых этим атомом фотонов. Ли и Янг дают следующую оценку:

$$|\mathscr{F}|^2_{\text{атом}} \leqslant 10^{-6}. \tag{7.32}$$

В области ядерных реакций старейший из известных нам способов проверки сохранения четности принадлежит Таннеру [9]. Таннер изучал реакцию

$$p + F^{19} \to O^{16} + \alpha \tag{7.33}$$

вблизи резонансной энергии, отвечающей возбужденному состоянию ядра Ne^{20}, о котором известно, что оно является состоянием (1^{+}). Конечное же состояние может быть лишь одним из следующих: (0^{+}), (1^{-}), (2^{+}) и т. д., так как и ядро O^{16} и α-частица имеют нулевые спины. Таким образом, реакция

$$p + F^{19} \to Ne^{20*} \to O^{16} + \alpha \tag{7.34}$$

будет наблюдаться только в том случае, если четность не сохраняется. В рамках точности своего эксперимента Таннер не обнаружил никаких доказательств существования этого

процесса. Согласно его оценкам,

$$|\mathcal{F}|^2_{\text{ядер}} < 4 \cdot 10^{-8}. \qquad (7.35)$$

В дальнейшем аналогичные измерения были осуществлены Уилкинсоном [10].

Следует также отметить, что из сохранения четности вытекает равенство нулю электрического дипольного момента нуклона (в более общем случае — равенство нулю электрического дипольного момента произвольной стабильной частицы). Если бы четность не сохранялась, то эти частицы могли бы иметь неисчезающий статический электрический дипольный момент. Рассмотрим, например, нейтрон. Среди членов, характеризующих его взаимодействие с электрическим полем, мог бы быть член вида $\sigma\mathbf{E}$. Взаимодействие нейтронного спина с внешним электрическим полем было изучено Смитом, Перселлом и Рамзеем [11]. Эти авторы не нашли никаких данных, свидетельствующих о существовании статического электрического дипольного момента. Согласно их оценкам,

$$\frac{\text{Электрический дипольный момент}}{e} < (-0{,}1 \pm 2{,}4) \cdot 10^{-20}\ \textit{см}. \qquad (7.36)$$

Если нейтрон обладает дипольным моментом, то следует ожидать, что по порядку величины этот момент будет равен

$$\sim e\mathcal{F} \times \text{Размер нейтрона}. \qquad (7.37)$$

Последнее выражение зависит, разумеется, от предположений относительно вида взаимодействия, нарушающего четность. Так, например, известно, что в теории, инвариантной относительно пространственных отражений или относительно обращения времени, статический электрический дипольный момент равен нулю.

Вопрос о верхней границе дипольного момента электрона исследовался в рамках квантовой электродинамики, дающей отличное согласие с экспериментом. Верхняя граница дипольного момента устанавливается таким образом, чтобы это согласие не нарушалось [12, 13]. Лэмбовский сдвиг весьма чувствителен к наличию дипольного момента, что дает возможность получить следующую оценку:

$$\frac{\text{Электрический дипольный момент}}{e} < 0{,}004 \times \frac{\hbar}{m_e c} \sim 10^{-13}\ \textit{см}. \qquad (7.38)$$

2. Проблема сохранения четности в слабых взаимодействиях. До сих пор мы занимались вопросами, которые связаны с подтверждением закона сохранения четности в сильных взаимодействиях. Для того чтобы установить позитивные факты, свидетельствующие против сохранения четности, следует обратиться к

слабым взаимодействиям. Ли и Янг проанализировали экспериментальные данные по β-распаду и не обнаружили никаких свидетельств за или против сохранения четности. Эффекты несохранения четности следует искать в явлениях, обусловленных интерференцией между членами, сохраняющими и несохраняющими четность, поскольку именно интерференционный член преобразуется как псевдоскаляр. Имевшиеся в то время экспериментальные данные относились к измерениям одних только скалярных величин, поэтому Ли и Янг предложили измерить эффекты, связанные с псевдоскалярным интерференционным членом. Чтобы выяснить, в чем здесь дело, запишем гамильтониан β-распада в следующем виде:

$$\mathcal{H}_{\beta\text{-распад}} = \sum_j C_j \bar{\psi}_p O_j \psi_h \cdot \bar{\psi}_e O_j \psi_\nu + \\ + \sum_j C'_j \bar{\psi}_p O_j \psi_h \cdot \bar{\psi}_e O_j \gamma_5 \psi_\nu + \text{Эрм. сопр.} \quad (7.39)$$

В этом выражении первый член сохраняет четность и представляет собой гамильтониан β-распада, который обычно использовался раньше; второй член, входящий в это выражение, нарушает сохранение четности: он не инвариантен относительно пространственных отражений. Здесь O_j — одна из пяти матриц Дирака (табл. 25).

Таблица 25

Пять типов матриц Дирака

Тип	C_j	O_j
Скаляр	C_S	1
Вектор	C_V	γ_μ
Тензор	C_T	$\frac{1}{\sqrt{2}}\sigma_{\mu\nu} = \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{\gamma_\mu\gamma_\nu - \gamma_\nu\gamma_\mu}{2i}$
Аксиальный вектор	C_A	$-i\gamma_\mu\gamma_5$
Псевдоскаляр	C_P	γ_5

Экспериментальные данные того времени содержали информацию о разрешенном и запрещенном спектрах, о $(\beta - \nu)$- и $(\beta - \gamma)$-корреляциях, однако во всех случаях результаты теории были выражены через пять констант взаимодействия C_j. Включение в (7.39) второго члена, нарушающего закон сохранения четности, не приводит к изменению теоретического

истолкования указанных экспериментов, за тем лишь исключением, что выражения вида $C_i^*C_j$ заменяются на $C_i^*C_j + C_i'^*C_j'$. Это обусловлено тем, что при описании рассматриваемых эффектов не появляется интерференционных членов, включающих выражения вида $C_i^*C_j'$. Таким образом, наличие или отсутствие второго члена сказывается лишь на нормировке констант связи. По-видимому, следует отметить, что простое правило подстановки

$$C_i^*C_j \to C_i^*C_j + C_i'^*C_j' \tag{7.40}$$

является следствием равенства нулю массы покоя нейтрино, как мы это увидим в § 6.

Чтобы проверить сохранение четности, необходимо измерять псевдоскалярные величины, подобные средним значениям

$\sigma_n \cdot \mathbf{p}_e$ для распада свободного нейтрона,

$\mathbf{J} \cdot \mathbf{p}_e$ для β-распада ядра со спином $\mathbf{J}$.

Эти средние значения, исчезающие, если четность сохраняется, можно получить, измеряя угловое распределение электронов, испускаемых ориентированными ядрами. Знаменитый опыт с Co^{60}, осуществленный Ву с сотр. [14], представляет собой пример эксперимента такого рода. Существо его состоит в следующем: с помощью внешнего магнитного поля спины ядер Co^{60} ориентируют вдоль некоторого направления. Затем определяют, является ли это направление преимущественным направлением вылета электронов или нет. Ву с сотр. выбрали парамагнитный Co^{60}. Чтобы подавить тепловые возбуждения, опыт проводился при низких температурах, так что результирующая ориентация ядерных спинов была достаточной для выполнения полуколичественных измерений.

Ожидалось, что угловое распределение испускаемых электронов будет описываться формулой

$$4\pi I(\theta) = 1 + A\frac{\langle J_z\rangle}{J}\frac{v}{c}\cos\theta, \tag{7.41}$$

где J — спин ядер Co^{60}, θ — угол между направлением ядерных спинов и импульсом электрона, а величина $I(\theta)$ нормирована условием

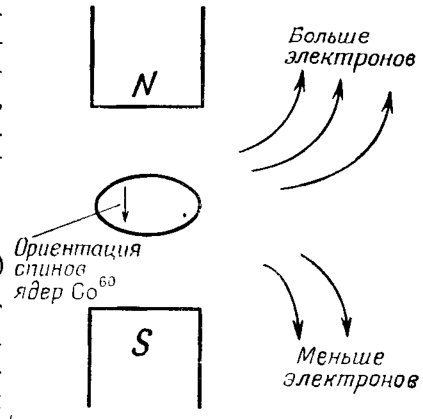
$$\int I(\theta)\, d\Omega = 1. \tag{7.42}$$

Опыт Ву показал, что величина A близка к —1. Это означает, что в указанном опыте имеет место максимально возможное

нарушение закона сохранения четности, так как $|A|$ не может превосходить единицу[1]). Схематическая иллюстрация опыта Ву приведена на фиг. 72.

3. Проблема сохранения четности в распадах мезонов и гиперонов. Чтобы проверить, нарушается ли закон сохранения четности в слабых взаимодействиях, мы должны выяснить, существует ли в природе различие между правым и левым, или — эквивалентно — проверить, отличается ли от нуля математическое ожидание какой-либо псевдоскалярной величины в случае распадного процесса, подобного тому, который изучался в опыте Ву. Рассмотрим два последовательных процесса:

$$\pi^- + p \to \Lambda^0 + \theta^0,$$
$$\Lambda^0 \to p + \pi^-. \qquad (7.43)$$



Фиг. 72. Схема эксперимента Ву с Co^{60}, подтвердившего нарушение закона сохранения четности в β-распаде.

Пусть p_{in}, p_Λ и p_{out} обозначают соответственно импульсы падающего пиона, Λ^0-гиперона и уходящего пиона в лабораторной системе (фиг. 73). Определим далее величину

$$R = \mathbf{p}_{out} \frac{[\mathbf{p}_{in} \times \mathbf{p}_\Lambda]}{|[\mathbf{p}_{in} \times \mathbf{p}_\Lambda]|}. \qquad (7.44)$$

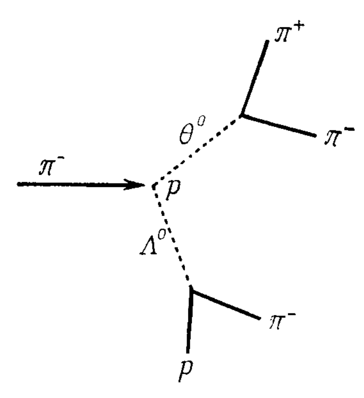
Она изменяется приблизительно от —100 до +100 *Мэв/с*, а знак ее, очевидно, зависит от того, как определено векторное произведение, т. е. от того, образуют ли соответствующие векторы правую или левую тройку. Если окажется, что R имеет преимущественно какой-либо один знак, это будет служить указанием на несохранение четности в слабых взаимодействиях. Плоскость, которая определяется двумя векторами $\mathbf{p}_{in}$ и $\mathbf{p}_\Lambda$, называют плоскостью взаимодействия. Направление нормали к этой плоскости задается направлением векторного произведения $[\mathbf{p}_{in} \times \mathbf{p}_\Lambda]$. Оставаясь в плоскости взаимодействия, можно перейти к системе покоя Λ^0-гиперона; при этом вектор $\mathbf{p}_{out}$ преобразуется в новый вектор $\mathbf{p}'$, величина которого постоянна и равна приблизительно 100 *Мэв/с*. Мы можем исследовать распределение

[1]) Обзорной статьей по этому вопросу может служить очерк Ву о нейтрино в сборнике [15].

направлений вектора $\mathbf{p}'$. С этой целью выберем направление произведения $[\mathbf{p}_{\text{in}} \times \mathbf{p}_\Lambda]$ за ось z.

а. Распределение направлений не изменяется при повороте на 180° вокруг оси z. Этот результат является следствием сохранения четности в процессе образования Λ^0-гиперона.

б. Если в процессе распада Λ-гиперона четность сохраняется, то распределение направлений останется неизменным при отражении относительно плоскости взаимодействия.



Фиг. 73. Парное рождение странных частиц в процессе $\pi^- + p \to \Lambda^0 + \theta^0$ и их последующий распад. Этот процесс изучался в связи с проблемой нарушения четности в Λ-распаде.

Эксперименты показывают, что в действительности в гиперонных распадах закон сохранения четности нарушается. Асимметрия в знаке величины R была обнаружена экспериментально Крауфордом с сотр. [16], а также Эйслером с сотр. [17]. Позже мы обсудим эти вопросы более подробно.

Сохранение четности можно также проверить, изучая процессы распада

$$\begin{aligned} \pi^+ &\to \mu^+ + \nu, \\ \mu^+ &\to e^+ + \nu + \bar{\nu}. \end{aligned} \tag{7.45}$$

Предположим, что в обоих распадах четность не сохраняется и что математические ожидания величин $\sigma_\mu \cdot \mathbf{p}_\mu$ и $\sigma_\mu \cdot \mathbf{p}_e$ не равны нулю. В таком случае между указанными векторами должна существовать корреляция. Следовательно, если распадающийся π^+-мезон покоится, то μ^+-мезон должен быть поляризован в направлении вылета, а в β-распаде μ-мезона должна наблюдаться угловая корреляция, подобная той, которая имеет место при β-распаде ориентированных ядер Co^{60}. Таким образом, мы можем проверить, имеется ли угловая корреляция между $\mathbf{p}_\mu$ (другими словами, σ_μ) и $\mathbf{p}_e$.

Если четность не сохраняется, то в угловом распределении электронов, испущенных при β-распаде μ-мезона, может появиться асимметрия относительно направления вперед — назад. Гарвин, Ледерман и Вайнрих [18] измерили угловое распределение электронов распада и нашли, что оно имеет вид

$$1 + a \cos\theta, \tag{7.46}$$

где θ — угол между импульсами $\mu^{\pm}$-мезона и электрона в системе покоя $\mu^{\pm}$-мезона. Коэффициент a оказался равным

$$a = -\frac{1}{3} \pm 10\%. \tag{7.47}$$

Аналогичные измерения с помощью ядерных эмульсий были выполнены Фридманом и Телегди [19].

§ 4. *CPT*-теорема

Выше мы выяснили, что в слабых взаимодействиях четность уже не является сохраняющейся величиной. В следующем параграфе мы увидим также, что в слабых взаимодействиях нарушается и инвариантность относительно зарядового сопряжения. В такой ситуации весьма полезно иметь более общий принцип инвариантности.

Здесь мы познакомимся с *CPT*-теоремой (теоремой Людерса — Паули), которая остается справедливой и в случае слабых взаимодействий [20, 21]. Эта теорема утверждает, что теория, в основу которой положен локальный эрмитов гамильтониан, инвариантна относительно преобразования, представляющего собой произведение преобразований зарядового сопряжения, пространственного отражения и обращения времени, даже в том случае, когда она не инвариантна относительно каждой из этих операций в отдельности. Ниже мы дадим формулировку этой теоремы, ее доказательство и остановимся на ее приложениях. *CPT*-преобразование и обращение времени сходны между собой в том отношении, что оба являются обобщениями операции комплексного сопряжения. Преобразования такого рода называют иногда антиунитарными.

1. Обобщение комплексного сопряжения (антиунитарное преобразование). Рассмотрим следующее преобразование, отмечаемое индексом «звезда»:

$$\Psi \rightarrow \Psi^{\star} = U^{T}\Psi^{*}. \tag{7.48}$$

Здесь Ψ^{*} — вектор состояния, комплексно сопряженный к вектору Ψ, а U^{T} — оператор, транспонированный по отношению к унитарному оператору U. Введенное преобразование представляет собой обобщение комплексного сопряжения в том смысле, что оно удовлетворяет соотношению

$$(\Psi^{\star}, \Phi^{\star}) = (\Phi, \Psi). \tag{7.49}$$

Преобразование произвольного оператора Q определяется формулой

$$(\Psi^\star,\ Q\Phi^\star)=(\Phi,\ Q^\star\Psi). \qquad (7.50)$$

Отсюда нетрудно получить явное выражение для $Q^\star$:

$$Q^\star=UQ^TU^{-1}. \qquad (7.51)$$

Связь между рассмотренными выше преобразованиями векторов состояний и операторов напоминает связь между представлениями Шредингера и Гейзенберга. Характер этого преобразования подсказывает, что теоремы, касающиеся CPT-преобразования, могут быть доказаны в основном аналогично соответствующим теоремам о преобразовании обращения времени. Обсудим прежде всего некоторые свойства преобразования обобщенного комплексного сопряжения. Следующие соотношения вытекают непосредственно из его определения:

а.
$$(AB)^\star=B^\star A^\star, \qquad (7.52)$$
$$(c_1A+c_2B)^\star=c_1A^\star+c_2B^\star \quad \text{(линейность)}, \qquad (7.53)$$

где A и B — операторы, а c_1 и c_2 суть c-числа.

б. Пусть Q — наблюдаемая и $Q^\star=\varepsilon_Q Q$ $(\varepsilon_Q=\pm1)$, а Ψ удовлетворяет уравнению

$$Q\Psi=q\Psi \quad (q \text{ — собственное значение});$$

тогда $\Psi^\star$ также является собственным состоянием наблюдаемой Q и удовлетворяет уравнению

$$Q\Psi^\star=\varepsilon_Q q\Psi^\star.$$

2. Определение *CPT*-преобразования. CPT-преобразование определяется следующим образом:

$$\begin{aligned}&\psi(x)^\star=i\gamma_5\psi(-x),\quad \bar\psi(x)^\star=i\bar\psi(-x)\gamma_5 \text{ для спиноров},\\ &\varphi_{\lambda_1\ldots\lambda_n}(x)^\star=(-1)^n\varphi_{\lambda_1\ldots\lambda_n}(-x) \text{ для тензоров.}\end{aligned} \qquad (7.54)$$

где x обозначает координату точки в 4-мерном пространстве — времени. Отметим, что это преобразование можно определить как в представлении Шредингера, так и в представлении Гейзенберга или в представлении взаимодействия.

***CPT*-теорема (теорема 7.1).** Пусть теория инвариантна относительно собственных преобразований Лоренца (не включая отражений), а фигурирующие в ней взаимодействия имеют локальный (точечный) характер; тогда плотность гамильтониана

взаимодействия преобразуется согласно соотношению

$$\mathscr{H}_{\text{Int}}(x)^{\star}=\mathscr{H}_{\text{Int}}(-x). \quad (7.55)$$

Доказательство. В общем случае плотность гамильтониана взаимодействия содержит скалярные или псевдоскалярные члены, а также тензорные члены (так называемые нормальные члены в формализме Томонаги — Швингера). Однако, не теряя общности, можно рассмотреть только скалярные или псевдоскалярные члены. Кроме того, мы будем предполагать, что плотность гамильтониана содержит одинаковое число операторов ψ и $\bar{\psi}$. Учитывая эти замечания, запишем плотность гамильтониана, удовлетворяющую перечисленным выше условиям, следующим образом:

$$\mathscr{H}_{\text{int}}(x)=g\bar{\psi}_{\alpha_1}(x)\ldots\bar{\psi}_{\alpha_n}(x)\,O^{\lambda_1\ldots\lambda_m}_{\alpha_1\ldots\alpha_n\beta_1\ldots\beta_n}\times$$
$$\times\psi_{\beta_1}(x)\ldots\psi_{\beta_n}(x)\,\varphi_{\lambda_1\ldots\lambda_n}(x)+\text{Эрм. сопр.} \quad (7.56)$$

Здесь произведение операторов следует понимать в смысле нормального произведения; символ O означает произведение матриц Дирака, причем $\lambda_1, \ldots, \lambda_m$ представляют собой векторные индексы, а $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$, $\beta_1 \ldots, \beta_n$ — спинорные индексы. В частности, при $m=n$

$$(\gamma_{\lambda_1})_{\alpha_1\beta_1}\cdots(\gamma_{\lambda_n})_{\alpha_m\beta_m}(1+\gamma_5).$$

Член $\varphi_{\lambda_1\ldots\lambda_m}(x)$ представляет бозонную часть взаимодействия; она может состоять из произведения большого числа тензорных операторов, например

$$\varphi_{\alpha\beta\gamma}(x)=\varphi_{\alpha}(x)\,\varphi_{\beta}(x)\frac{\partial\varphi(x)}{\partial x_{\gamma}},$$

однако в любом случае она преобразуется согласно соотношению

$$\varphi_{\lambda_1\ldots\lambda_m}(x)^{\star}=(-1)^m\,\varphi_{\lambda_1\ldots\lambda_m}(-x). \quad (7.57)$$

Прежде всего заметим, что при CPT-преобразовании порядок спинорных операторов изменяется на обратный. Для бозонной части порядок операторов под знаком нормального произведения не играет роли. Возвращаясь в произведении спинорных операторов к первоначальному порядку, мы получаем следующий знаковый множитель:

$$(-1)^{n(2n-1)}=(-1)^n;$$

он появляется в результате перестановки спиноров. Таким образом, для доказательства теоремы необходимо показать справедливость соотношения

$$(-1)^m(-1)^n(i\gamma_5)_{\alpha_1\alpha_1'}\ldots(i\gamma_5)_{\alpha_n\alpha_n'}O^{\lambda_1\ldots\lambda_m}_{\alpha_1'\ldots\alpha_n'\beta_1'\ldots\beta_n'}\times$$
$$\times(i\gamma_5)_{\beta_1'\beta_1}\ldots(i\gamma_5)_{\beta_n'\beta_n}=O^{\lambda_1\ldots\lambda_m}_{\alpha_1\ldots\alpha_n\beta_1\ldots\beta_n}. \quad (7.58)$$

В этой формуле множитель $(-1)^m$ появился вследствие соотношения (7.57), а множитель $(-1)^n$ — в результате перестановки спиноров. В справедливости соотношения (7.58) можно убедиться, приняв во внимание, что

$$\begin{gathered}(i\gamma_5)(1 \text{ или } \gamma_5)(i\gamma_5)=-(1 \text{ или } \gamma_5),\\ (i\gamma_5)(\gamma_\mu \text{ или } \gamma_5\gamma_\mu)(i\gamma_5)=(\gamma_\mu \text{ или } \gamma_5\gamma_\mu).\end{gathered} \quad (7.59)$$

Теорема остается справедливой и в том случае, когда плотность гамильтониана $\mathscr{H}_{\text{int}}$ включает различное число операторов ψ и $\bar{\psi}$. Чтобы убедиться в этом, удобно воспользоваться следующим приемом, существо которого мы поясним на примере. Пусть

$$\mathscr{H}_{\text{int}}(x)=g\bar{\psi}(x)(1+\gamma_5)C\bar{\psi}(x)\cdot\varphi(x)+\text{Эрм. сопр.}$$

Из свойств зарядового сопряжения следует, что при преобразовании Лоренца $C\bar{\psi}(x)$ преобразуется точно таким же образом, как и $\psi(x)$, поэтому приведенное выше выражение инвариантно относительно собственных преобразований Лоренца. Покажем далее, что $C\bar{\psi}(x)$ и $\psi(x)$ ведут себя одинаково при CPT-преобразовании. Положим $\psi'(x)=C\bar{\psi}(x)$ и найдем

$$\psi'(x)^\star=C\bar{\psi}(x)^\star=iC\bar{\psi}(-x)\gamma_5=iC\gamma_5^T\bar{\psi}(-x)=$$
$$=i\gamma_5C\bar{\psi}(-x)=i\gamma_5\psi'(-x). \quad (7.60)$$

Ясно, что если взять $\psi'(x)$ вместо $C\bar{\psi}(x)$, то приведенное доказательство останется справедливым и в этом случае.

3. Видоизменение CPT-преобразования при наличии закона сохранения числа частиц. Предположим, что выполняется закон сохранения числа частиц, подобный сохранению барионного числа или лептонного числа. В таком случае теория должна быть инвариантна по отношению к калибровочному преобразованию

$$\psi\to e^{i\alpha}\psi, \qquad \bar{\psi}\to e^{-i\alpha}\bar{\psi} \quad (7.61)$$

при условии, что ψ является полевым оператором сохраняющейся частицы. Рассмотрим частный случай, когда $\alpha=\pi/2$; преобразование калибровки в этом случае принимает вид

$$\psi \to i\psi, \quad \bar{\psi} \to -i\bar{\psi}. \tag{7.62}$$

Учитывая эти замечания, мы видим, что *CPT*-теорема должна быть справедливой и в случае преобразования, которое является произведением первоначального *CPT*-преобразования на введенное выше преобразование калибровки. Таким образом, для сохраняющихся частиц мы можем определить видоизмененное *CPT*-преобразование:

$$\psi(x)^\star = -\gamma_5\psi(-x), \quad \bar{\psi}(x)^\star = \bar{\psi}(-x)\gamma_5. \tag{7.63}$$

4. Интерпретация *CPT*-преобразования. Покажем, что определенное выше *CPT*-преобразование является прямым произведением преобразований зарядового сопряжения, пространственного отражения и обращения времени (откуда и произошло название этого преобразования). В качестве примера возьмем спинорное поле, для которого перечисленные выше преобразования имеют вид:

Обращение времени

$$\psi(\mathbf{x}, t) \to \bar{\psi}(\mathbf{x}, -t)\gamma_4\gamma_5 C,$$
$$\bar{\psi}(\mathbf{x}, t) \to C^{-1}\gamma_5\gamma_4\psi(\mathbf{x}, -t).$$

Пространственное отражение $\times$ Обращение времени (случай, когда четность положительна)

$$\psi(\mathbf{x}, t) \to \bar{\psi}(-\mathbf{x}, -t)\gamma_5 C,$$
$$\bar{\psi}(\mathbf{x}, t) \to C^{-1}\gamma_5\psi(-\mathbf{x}, -t).$$

Зарядовое сопряжение$\times$Пространственное отражение$\times$Обращение времени

$$\psi(\mathbf{x}, t) \to C^{-1}\psi(-\mathbf{x}, -t)\gamma_5 C = -\psi(-\mathbf{x}, -t)C^{-1}\gamma_5 C =$$
$$= -\psi(-\mathbf{x}, -t)\gamma_5^T = -\gamma_5\psi(-\mathbf{x}, -t).$$

Аналогичным образом

$$\bar{\psi}(\mathbf{x}, t) \to C^{-1}\gamma_5 C\bar{\psi}(-\mathbf{x}, -t) = \bar{\psi}(-\mathbf{x}, -t)\gamma_5.$$

В этих выкладках мы пользовались определениями отдельных преобразований, данными в гл. 2, и получили в результате видоизмененное *CPT*-преобразование. Если три исходные операции перемножить в ином порядке, то в результате получится другое преобразование, однако от полученного нами оно будет

отличаться только знаковым множителем. Здесь следует отметить, что дираковская матрица зарядового сопряжения находится из уравнения

$$C^{-1}\gamma_\mu C = -\gamma_\mu^T,$$

поэтому она определена с точностью до постоянного фазового множителя. Для различных полей этот фазовый множитель мог бы быть различным, однако разность фаз любых двух полей следует фиксировать таким образом, чтобы сильные взаимодействия были инвариантными. При таком определении матрицы C обращение времени определяется так, как это было сделано выше при условии, что спинорному полю сопоставляются частицы, число которых сохраняется. В противном случае в преобразование обращения времени следует ввести фазовый множитель i.

Имея в виду вышеприведенную интерпретацию, мы можем выяснить, как ведут себя некоторые основные наблюдаемые при CPT-преобразовании (табл. 26).

Таблица 26

Трансформационные свойства наблюдаемых при CPT-преобразовании

Преобразование	Наблюдаемые			
	p	**x**	σ (или **L**)	e
P (инверсия П)	—	—	+	+
C (зарядовое сопряжение $\mathscr{C}$)	+	+	+	—
T (обращение времени R)	—	+	—	+
CPT (★)	+	—	—	—

Табл. 26 может оказаться полезной в связи с формулой

$$Q\Psi^{\bigstar} = \varepsilon_Q q \Psi^{\bigstar}. \tag{7.64}$$

5. В полной аналогии с теоремой 2.12 (§ 2 гл. 2) имеем:

$$S^{\bigstar} = S. \tag{7.65}$$

Эту теорему легко доказать, воспользовавшись формулой Дайсона

$$S = T\exp\left(-i\int \mathscr{H}_{\text{int}}(x)\,d^4x\right).$$

Из нее следует, что

$$S^{\star} = \tilde{T} \exp\left(-i \int \mathcal{H}_{\text{int}}(-x)\, d^4x\right).$$

Введя теперь замену $x' = -x$, находим, что $\tilde{T}_x = T_{-x}$, поэтому

$$S^{\star} = \tilde{T} \exp\left(-i \int \mathcal{H}_{\text{int}}(x')\, d^4x'\right) = S.$$

6. Применения *CPT*-теоремы [22-24]. Равенство масс и времен жизни частицы и соответствующей ей античастицы является следствием *CPT*-теоремы. Одно время считалось, что равенство масс частицы и ее античастицы вытекает из инвариантности по отношению к зарядовому сопряжению; однако в действительности это не так. Если бы частица и античастица обладали разными массами покоя, они бы по-разному вели себя в пространстве-времени. Тогда фейнмановская концепция движения частиц и их античастиц в пространстве-времени оказалась бы несостоятельной и, следовательно, был бы утрачен причинный характер теории. Так как *CPT*-теорема есть следствие локальности взаимодействий, равенство масс следовало бы выводить, исходя из этой теоремы. Ниже мы докажем это утверждение.

Предположим, что вектор состояния Φ описывает одночастичное состояние частицы a, и пусть e, $\mathbf{p}$ и $\boldsymbol{\sigma}$ обозначают ее заряд, импульс и спин. Другими словами,

$$\Phi = |e,\ \mathbf{p},\ \boldsymbol{\sigma}\rangle. \tag{7.66}$$

В таком случае вектор $\Phi^{\star}$ будет представлять состояние частицы $\bar{a}$ с зарядом $-e$, импульсом $\mathbf{p}$ и спином $-\boldsymbol{\sigma}$, причем $\bar{a}$ будет античастицей по отношению к a:

$$\Phi^{\star} = |-e,\ \mathbf{p},\ -\boldsymbol{\sigma}\rangle. \tag{7.67}$$

Изменение знака e и $\boldsymbol{\sigma}$ легко понять с помощью табл. 26. Пользуясь представлением Шредингера или представлением Гейзенберга, легко показать, что полный гамильтониан инвариантен по отношению к *CPT*-преобразованию:

$$H^{\star}_{\text{полн}} = H_{\text{полн}}, \tag{7.68}$$

где $H_{\text{полн}}$ — полный гамильтониан системы. Таким образом, ясно, что из уравнения для собственных значений

$$H_{\text{полн}}\Phi = E\Phi \tag{7.69}$$

вытекает другое уравнение

$$H_{\text{полн}}\Phi^{\star} = E\Phi^{\star}. \tag{7.70}$$

Это последнее получается из уравнения (7.69) с помощью CPT-преобразования. В случае, когда $\mathbf{p}=0$, энергия E сводится к массе покоя, поэтому уравнения (7.69) и (7.70) гарантируют, что частица и соответствующая ей античастица имеют равные массы. В случае нестабильных частиц можно доказать, что совпадают времена жизни частицы и ее античастицы. Мы докажем это утверждение в низшем порядке по слабым взаимодействиям.

Прежде всего перечислим некоторые основные следствия теории рассеяния. Вводятся две полные ортонормированные системы векторов состояний $\{\Phi^{(+)}\}$ и $\{\Phi^{(-)}\}$; унитарное преобразование, связывающее эти две системы, определяет S-матрицу, т. е.

$$S_{ba}=\left(\Phi_b^{(-)},\ \Phi_a^{(+)}\right). \tag{7.71}$$

Смысл значков (+) и (—) был разъяснен ранее в связи с преобразованием обращения времени, и мы не будем повторяться. Оба вектора $\Phi^{(+)}$ и $\Phi^{(-)}$ описывают собственные состояния полного гамильтониана.

Предположим далее, что слабое распадное взаимодействие H_W действует как малое возмущение. Тогда амплитуда распада, обусловленного взаимодействием H_W, соответствующая переходу $a\to b$, будет определяться выражением

$$\left(\Phi_b^{(-)},\ H_W\Phi_a\right), \tag{7.72}$$

где вектор Φ_a представляет одночастичное состояние, для которого $\Phi_a^{(+)}=\Phi_a^{(-)}$. Выражение (7.72) записано в не зависящем от времени представлении. На основании CPT-теоремы имеем

$$H_W^{\star}=H_W. \tag{7.73}$$

Воспользуемся теперь формулой (7.64) и табл. 26. При наличии вырождения формула (7.64) недостаточна для полного определения вектора $\Phi^{\star}$. В интересующем нас случае всегда имеется вырождение в соответствии с двумя возможностями выбора значков (+) или (—). Эта неопределенность устраняется при помощи правила

$$\left(\Phi_a^{(+)}\right)^{\star}=\Phi_{a'}^{(-)},\ \left(\Phi_a^{(-)}\right)^{\star}=\Phi_{a'}^{(+)}, \tag{7.74}$$

где a' получается из a посредством CPT-преобразования:

$$a=(e,\ \mathbf{p},\ \sigma)\to a'=(-e,\ \mathbf{p},\ -\sigma). \tag{7.75}$$

Правило для CPT-преобразования, приведенное выше, является аналогом соответствующего правила для обращения времени, и справедливость его устанавливается совершенно аналогичным

образом. Следует, кроме того, упомянуть, что из правила (7.74) следует инвариантность S-матрицы относительно CPT-преобразования. Действительно,

$$S_{ba}=(\Phi_b^{(-)}, \Phi_a^{(+)})=(\Phi_a^{(+)\star}, \Phi_b^{(-)\star})=(\Phi_{a'}^{(-)}, \Phi_{b'}^{(+)})=$$
$$=S_{a'b'}=(S^\star)_{ba}. \quad (7.76)$$

Комбинируя приведенные выше соотношения, найдем

$$(\Phi_b^{(-)}, H_W\Phi_a)=(\Phi_a^\star, H_W\Phi_b^{(-)\star})=(\Phi_{a'}, H_W\Phi_{b'}^{(+)})=$$
$$=(\Phi_{b'}^{(+)}, H_W\Phi_{a'})^\star \quad (7.77)$$

Нетрудно видеть, что

$$\sum_{b'}\delta(E_{b'}-E_{a'})\left|(\Phi_{b'}^{(-)}, H_W\Phi_{a'})\right|^2=\sum_{b'}\delta(E_{b'}-E_{a'})\left|(\Phi_{b'}^{(+)}, H_W\Phi_{a'})\right|^2,$$

так как и $\{\Phi^{(+)}\}$ и $\{\Phi^{(-)}\}$ образуют (при заданной энергии) полные системы. Благодаря формуле (7.77) последнее выражение совпадает с выражением

$$\sum_b \delta(E_b-E_a)\left|(\Phi_b^{(-)}, H_W\Phi_a)\right|^2;$$

тем самым равенство вероятностей распада частицы и соответствующей ей античастицы установлено.

Рассмотрим случай, когда H_W состоит из нескольких членов, трансформационные свойства которых различны:

$$H_W=H_W^{(1)}+H_W^{(2)}+\ \dots\ . \quad (7.78)$$

Пусть, например, $H_W^{(1)}$ сохраняет четность, а $H_W^{(2)}$ не сохраняет или $H_W^{(1)}$ содержит лептоны, а $H_W^{(2)}$ не содержит. Результат, полученный нами выше, можно применить к каждому из этих членов в отдельности при условии, что они приводят к различным каналам, взаимные переходы между которыми запрещены благодаря сильным взаимодействиям. Отсюда следует равенство парциальных ширин частицы и ее античастицы. В качестве иллюстрации укажем соотношения

$$w(K^+\to 3\pi)=w(K^-\to 3\pi),$$
$$w(K^+\to 2\pi)=w(K^-\to 2\pi), \quad (7.79)$$
$$w(K^+\to\mu^++\nu)=w(K^-\to\mu^-+\bar\nu) \text{ и т. д.}$$

Однако на основании одной лишь CPT-теоремы нельзя заключить, что относительная вероятность τ'/τ — одна и та же для

K^+ и K^--мезонов; другими словами, мы не можем утверждать, что

$$\frac{(K^+ \to 2\pi^+ + \pi^-)}{(K^+ \to 2\pi^0 + \pi^+)} = \frac{(K^- \to 2\pi^- + \pi^+)}{(K^- \to 2\pi^0 + \pi^-)}.$$

7. Неинвариантность относительно C-сопряжения. CPT-теорема гласит, что произведение C, P и T всегда является сохраняющейся величиной. Следовательно, несохранение P требует, чтобы не сохранялось и CT; иначе говоря, не сохраняются либо C, либо T, либо обе эти величины вместе. Мы покажем, что в слабых взаимодействиях величина C действительно не сохраняется; что же касается величины T, то есть надежда, что она сохраняется и в этом случае.

Рассмотрим преобразование, представляющее собой произведение пространственного отражения и обращения времени. Так как действие этого преобразования во многих отношениях сходно с действием CPT-преобразования, мы будем опять обозначать его звездой. Если теория инвариантна относительно зарядового сопряжения, то она будет инвариантной и относительно PT-преобразования.

Для PT-преобразования мы снова можем воспользоваться формулой (7.50); так, в частности,

$$(\Phi^\star, Q\Phi^\star) = (\Phi, Q^\star\Phi). \qquad (7.50')$$

Основные наблюдаемые при PT-преобразовании трансформируются следующим образом:

$$e \to e, \quad \mathbf{p} \to \mathbf{p}, \quad \boldsymbol{\sigma} \to -\boldsymbol{\sigma}, \qquad (7.80)$$

поэтому, опуская неизменяющиеся квантовые числа, мы можем записать

$$\Phi_\sigma^\star = \Phi_{-\sigma}. \qquad (7.81)$$

Предполагая далее, что величина Q инвариантна относительно поворотов, найдем

$$(\Phi_\sigma, Q\Psi_\sigma) = (\Psi_{-\sigma}, Q^\star\Phi_{-\sigma}) = (\Psi_\sigma, Q^\star\Phi_\sigma), \qquad (7.82)$$

где Φ_σ и Ψ_σ представляют состояния с определенной ориентацией спина или, в более общем случае, с определенными значениями квантовых чисел момента. Если отсутствуют сильные взаимодействия в конечном состоянии, то делать различие между (+)- и (—)-состояниями нет необходимости. Это замечание мы уже учли, записывая формулу (7.82); будем иметь его в виду и в дальнейшем. Когда частица распадается благодаря взаимодействию H_W, математическое ожидание величины Q в

распадном канале пропорционально выражению

$$(\Phi_a,\ H_W Q \delta (E_a - H_0) H_W \Phi_a), \tag{7.83}$$

где Φ_a обозначает начальное состояние нестабильной частицы. Применяя теперь соотношение (7.82) к Q и H_W, а также пользуясь инвариантностью H_W $(H_W^{\star} = H_W)$, найдем, что (7.83) равно

$$(\Phi_a,\ H_W Q^{\star} \delta (E_a - H_0) H_W \Phi_a) \tag{7.84}$$

при условии, что Q *коммутирует с* H_0. Таким образом, если $Q^{\star} = -Q$, то математическое ожидание величины Q равно нулю. Когда в конечном состоянии имеет место сильное взаимодействие, задача становится сложнее. Обсуждение этого вопроса мы отложим до следующего параграфа.

Пример:

$$Q = \sigma_a \mathbf{p}_b,$$

где a и b — продукты распада нестабильной частицы. Так как $Q^{\star} = -Q$, то из инвариантности относительно зарядового сопряжения вытекает, что

$$\langle \sigma_a,\ \mathbf{p}_b \rangle \doteq 0 \tag{7.85}$$

(если отсутствуют сильные взаимодействия в конечном состоянии).

Корреляция между спином и импульсом, в частности продольная поляризация, наблюдалась во многих процессах распада вопреки предсказаниям, основывающимся на предположении о C-инвариантности. Это показывает, что слабые взаимодействия действительно не инвариантны относительно зарядового сопряжения.

§ 5. *Инвариантность при обращении времени. CP-инвариантность*

Несохранение четности, установленное выше, по-видимому, позволяет отличить правое от левого, или, точнее говоря, правую систему координат от левой системы координат. Так, например, эксперимент показывает, что при распаде Λ^0-гиперона

$$\pi^- + p \to \Lambda^0 + K^0, \quad \Lambda^0 \to p + \pi^-, \tag{7.86}$$

математическое ожидание величины

$$\mathbf{p}_{\text{out}} \cdot [\mathbf{p}_{\text{in}} \times \mathbf{p}_{\Lambda}] \tag{7.87}$$

положительно. Знак векторного произведения, безусловно, зависит от того, какая система координат выбрана — правая или левая. Иначе говоря, правую систему координат можно было бы определить с помощью указанного эксперимента, потребовав, скажем, чтобы математическое ожидание произведения (7.87) было положительно. Однако это определение правой системы не будет всеобщим, коль скоро имеет место *CP*-инвариантность. Возможно, что для локального земного наблюдателя это определение вполне приемлемо, и мы сможем однозначно отличить правое от левого, однако ко Вселенной в целом оно неприменимо. Если мы возьмем звезду, удаленную от Земли на расстояние многих световых лет, и применим там предложенное определение, приведет ли это с необходимостью к тому же самому представлению о правом и левом, какое существует на Земле? Оказывается, что не всегда.

Допустим, что звезда сделана из *антиматерии* и что некто производит там опыты, используя последовательные процессы

$$\pi^+ + \bar{p} \rightarrow \bar{\Lambda}^0 + \bar{K}^0, \quad \bar{\Lambda}^0 \rightarrow \bar{p} + \pi^+. \tag{7.88}$$

Если он измерит математическое ожидание произведения

$$\mathbf{p}_{\text{out}} \cdot [\mathbf{p}_{\text{in}} \times \mathbf{p}_{\bar{\Lambda}}], \tag{7.89}$$

пользуясь при этом нашей правой системой координат, то при действии *CP*-инвариантности оно окажется отрицательным. Следовательно, он выберет в качестве своей правой системы координат нашу левую. В этом смысле *CP*-инвариантность еще гарантирует симметрию правого и левого. Приведенные соображения служат одной из причин сентиментальной веры в *CP*-инвариантность [25, 26]. Перейдем теперь к обсуждению более практических вопросов, связанных с *CP*-инвариантностью и с инвариантностью относительно обращения времени.

1. Электрический дипольный момент. Выше в связи с законом сохранения четности мы рассмотрели вопрос об электрическом дипольном моменте. Этот момент должен равняться нулю, если четность сохраняется. Ландау [25] обратил внимание на то, что статический электрический дипольный момент будет равен нулю даже в том случае, когда четность не сохраняется, но теория инвариантна относительно обращения времени. Это утверждение доказывается следующим образом. Состояние покоящейся частицы характеризуется ориентацией ее спина

$$S_z \Phi_m = m \Phi_m. \tag{7.90}$$

Учитывая далее трансформационные свойства $e\mathbf{x}$, а также инвариантность теории относительно обращения времени, имеем

$$\left(\Phi_m, \sum_s e_s\mathbf{x}_s\Phi_m\right) = \left(\Phi_m, \left(\sum_s e_s\mathbf{x}_s\right)^R \Phi_m\right) = \\ = \left(\Phi_m^R, \sum_s e_s\mathbf{x}_s\Phi_m^R\right) = \left(\Phi_{-m}, \sum_s e_s\mathbf{x}_s\Phi_{-m}\right). \quad (7.91)$$

Воспользуемся теперь формулами

$$S_z\left(e^{i\pi S_x}\Phi_m\right) = -m\left(e^{i\pi S_x}\Phi_m\right), \\ S_z\left(e^{i\pi S_y}\Phi_m\right) = -m\left(e^{i\pi S_y}\Phi_m\right). \quad (7.92)$$

С помощью (7.92) выражение (7.91) можно привести к виду

$$\left(\Phi_m, e^{-i\pi S_{x(y)}}\sum_s e_s\mathbf{x}_s e^{i\pi S_{x(y)}}\Phi_m\right) = -\left(\Phi_m, \sum_s e_s\mathbf{x}_s\Phi_m\right), \quad (7.93)$$

причем здесь мы берем S_x для составляющих по осям y и z и S_y для составляющей по оси x. Полученный результат показывает, что статический электрический дипольный момент равен нулю:

$$\left(\Phi_m, \sum_s e_s\mathbf{x}_s\Phi_m\right) = 0. \quad (7.94)$$

Приведем еще один аргумент. Допустим, что электрический дипольный момент параллелен спину $\mathbf{S}$; но тогда взаимодействие $\mu\mathbf{S}\cdot\mathbf{E}$ будет не инвариантным относительно обращения времени, если дипольный момент μ не равен нулю.

Инвариантность относительно обращения времени удобно использовать в тех случаях, когда в задаче не фигурируют античастицы. В тех же случаях, когда обсуждается взаимосвязь между частицами и античастицами, удобнее пользоваться CP-инвариантностью, хотя физически оба указанных подхода эквивалентны между собой.

2. Относительные вероятности. Сравним процессы распада

$$a \to b + c + \ldots \quad \text{и} \quad \bar{a} \to \bar{b} + \bar{c} + \ldots . \quad (7.95)$$

Из CP-инвариантности следует соотношение

$$\langle \mathbf{p}_b, \sigma_b, \mathbf{p}_c, \sigma_c, \ldots (-)|H_W|\sigma_a\rangle = \\ = \langle \mathbf{p}_{\bar{b}}, \sigma_{\bar{b}}, \mathbf{p}_{\bar{c}}, \sigma_{\bar{c}}, \ldots (-)|H_W|\sigma_{\bar{a}}\rangle, \quad (7.96)$$

причем

$$\sigma_{\bar{b}} = \sigma_b, \quad \sigma_{\bar{c}} = \sigma_c, \ldots$$

и

$$\mathbf{p}_{\bar{b}} = -\mathbf{p}_b, \quad \mathbf{p}_{\bar{c}} = -\mathbf{p}_c \ldots . \quad (7.97)$$

Таким образом, ясно, что a и $\bar{a}$ обладают одинаковыми вероятностями распада:

$$w(a \to b + c + \ldots) = w(\bar{a} \to \bar{b} + \bar{c} + \ldots). \qquad (7.98)$$

Кроме того, очевидно, что продольная поляризация частиц в этих двух процессах противоположна. В частности, можно заключить, что равенство

$$\frac{(K^+ \to 2\pi^+ + \pi^-)}{(K^+ \to 2\pi^0 + \pi^+)} = \frac{(K^- \to 2\pi^- + \pi^+)}{(K^- \to 2\pi^0 + \pi^-)} \qquad (7.99)$$

является следствием CP-инвариантности, если C и P не сохраняются порознь.

3. Инвариантность относительно обращения времени позволяет определить фазы амплитуд некоторых процессов распада. Рассмотрим, например, распад $a \to b + c$. В силу инвариантности относительно обращения времени имеет место соотношение

$$\langle b,\ c(-)|H_W|a\rangle = \langle a^R|H_W|b^R,\ c^R(+)\rangle = \langle b^R,\ c^R(+)|H_W|a^R\rangle^*. \qquad (7.100)$$

Учитывая далее, что полный момент J конечного состояния равен спину частицы a и что распадная амплитуда инвариантна относительно пространственных поворотов, найдем

$$\langle b^R,\ c^R(+)|H_W|a^R\rangle = \langle b,\ c(+)|H_W|a\rangle. \qquad (7.101)$$

Состояние a^R получается из a изменением знака магнитного квантового числа, амплитуда же от магнитного квантового числа не зависит; отсюда и следует равенство (7.101).

Комбинируя соотношения (7.100) и (7.101), получаем

$$\langle b,\ c(-)|H_W|a\rangle = \langle b,\ c(+)|H_W|a\rangle^*. \qquad (7.102)$$

Предположим, что при энергии, соответствующей массе покоя частицы a, взаимодействие между частицами b и c носит исключительно упругий характер. Момент рассматриваемого состояния определяется спином частицы a, так что для этого случая

$$\langle b,\ c(-)|H_W|a\rangle = e^{2i\delta}\langle b,\ c(+)|H_W|a\rangle$$

и, следовательно,

$$e^{2i\delta}\langle b,\ c(+)|H_W|a\rangle = \langle b,\ c(+)|H_W|a\rangle^*. \qquad (7.103)$$

Таким образом, фазы матричных элементов H_W оказываются фиксированными:

$$\begin{aligned} \langle b,\ c(-)|H_W|a\rangle &\sim e^{i\delta}, \\ \langle b,\ c(+)|H_W|a\rangle &\sim e^{-i\delta}, \end{aligned} \qquad (7.104)$$

где δ — фаза рассеяния частиц b и c друг на друге в состоянии, параметры которого определяются частицей a. Полученное соотношение находит многочисленные применения в феноменологическом анализе [27] и в дисперсионной теории. Фактически именно такой техникой мы пользовались в § 6 гл. 5.

Выше предполагалось, что обращение времени сказывается лишь на изменении знака $\mathbf{p}$ и $\boldsymbol{\sigma}$, поскольку $\Psi^R_{\mathbf{p},\sigma}=\Psi_{-\mathbf{p},-\sigma}$, а возможность появления фазового множителя игнорировалась. Полевые операторы всегда можно выбрать таким образом, чтобы при обращении времени лишний кинематический фазовый множитель не появлялся.

4. Проверка инвариантности по отношению к обращению времени. Мы обсудили различные следствия предполагаемой инвариантности по отношению к обращению времени. Эти следствия можно подвергнуть экспериментальной проверке. При этом исследованию подлежат различные интерференционные члены. В этой связи весьма полезен был бы анализ распадов K_1^0- и K_2^0-мезонов. Эти мезоны являются смесью K^0- и $\overline{K}^0$-состояний, поэтому здесь уже существует интерференция между K^0 и $\overline{K}^0$. Вайнберг [28], в частности, указал, что при распаде K_2^0-мезона

$$\text{Число } \pi^+\text{-мезонов в } K_2^0\text{-распаде} = \text{Число } \pi^-\text{-мезонов в } K_2^0\text{-распаде}. \quad (7.105)$$

В качестве следующего примера рассмотрим некоторое состояние, удовлетворяющее условию

$$\Phi_a^R=\Phi_a$$

(этому условию удовлетворяет, например, покоящаяся частица с нулевым спином). В силу T-инвариантности

$$(\Phi_b^{(-)},\ H_W\Phi_a)=(\Phi_a^R,\ H_W\Phi^{(-)R})=(\Phi_{-b}^{(+)},\ H_W\Phi_a)^*,$$

где $-b$ означает изменение знаков спинов и импульсов в конечном состоянии. Математическое ожидание оператора Q в конечном состоянии с точностью до тривиального нормировочного множителя дается выражением

$$\sum_{b,\,b'}(\Phi_{b'}^{(0)},\ Q\Phi_b^{(0)})(\Phi_b^{(-)},\ H_W\Phi_a)(\Phi_{b'}^{(-)},\ H_W\Phi_a)^*, \quad (7.106)$$

причем сумма берется только на энергетической поверхности $E_b=E_{b'}=E_a$. Это объясняется тем, что, измеряя математическое ожидание Q, мы имеем дело с асимптотическим состоянием,

которое определяется формулой

$$\sum_{E_b=E_a} \Phi_b^{(0)} (\Phi_b^{(-)}, H_W \Phi_a), \tag{7.107}$$

где $\Phi_b^{(0)}$ обозначает состояние в распадном канале, имеющее асимптотику плоской волны. Мы предполагаем, что оператор Q коммутирует с гамильтонианом H_0, описывающим асимптотические состояния. Из T-инвариантности следует, что выражение (7.106) должно равняться выражению

$$\begin{aligned} &\sum_{b, b'} (\Phi_b^{(0)}, Q\Phi_{b'}^{(0)}) (\Phi_{-b}^{(+)}, H_W \Phi_a)^* (\Phi_{-b'}^{(+)}, H_W \Phi_a) = \\ &= \sum_{b, b'} (\Phi_{-b}^{(0)}, Q\Phi_{-b'}^{(0)}) (\Phi_b^{(+)}, H_W \Phi_a) (\Phi_{b'}^{(+)}, H_W \Phi_a)^* = \\ &= \sum_{b, b'} (\Phi_{b'}^{(0)}, Q^R \Phi_b^{(0)}) (\Phi_b^{(+)}, H_W \Phi_a) (\Phi_{b'}^{(+)}, H_W \Phi_a)^*. \end{aligned} \tag{7.108}$$

Если имеется одно-единственное конечное состояние, как это предполагалось в п. 3, то можно воспользоваться формулой (7.104) и с ее помощью далее преобразовать выражение (7.108). Пусть $Q^R = -Q$, и пусть отсутствуют сильные взаимодействия в конечном состоянии, так что $\Phi_b^{(+)} \approx \Phi_b^{(-)}$. В этом случае математическое ожидание $\langle Q \rangle = 0$.

Сакураи[1]) [29] предложил измерить величину

$$Q = \sigma_\mu \cdot [\mathbf{p}_\mu \times \mathbf{p}_\pi] \tag{7.109}$$

в распаде K-мезона

$$K \to \pi + \mu + \nu. \tag{7.110}$$

Обратимость во времени требует, чтобы $\langle Q \rangle = 0$. Поляризацию μ-мезона в направлении нормали к плоскости распада можно обнаружить, наблюдая асимметрию в угловом распределении электронов относительно направления вверх — вниз в последующем μ-распаде, при котором четность не сохраняется.

В этом параграфе мы ограничились обсуждением элементарных процессов. Для проверки T-инвариантности в процессах β-распада предложено множество других способов.

§ 6. *Нейтрино*

Как мы уже видели, экспериментальные факты указывают на то, что во всех известных процессах распада с участием нейтрино ни P, ни C не являются сохраняющимися величинами. Существуют по крайней мере два различных подхода к во-

---

[1]) См. также приложение А к работе [30].

просу о связи между нейтринным и другими полями. Первый подход состоит в объяснении накопленной экспериментальной информации о процессах распада, такой, например, как открытие максимального нарушения закона сохранения четности. Второй подход базируется на принципах инвариантности. Именно этот подход будет использован в настоящей книге.

Наш подход к вопросу о связи нейтрино с другими полями прежде всего будет основываться на предполагаемом равенстве нулю массы покоя нейтрино. Все имеющиеся экспериментальные данные согласуются с этим предположением. Однако эксперименты не позволяют, конечно, сделать вывод, что масса нейтрино в точности равна нулю, так что это предположение играет роль эвристического принципа при построении теории.

1. Фотон и группа калибровочных преобразований. Фотон, как известно, является другим представителем группы элементарных частиц с нулевой массой покоя. Равенство нулю фотонной массы покоя фактически представляет собой исходную точку специальной теории относительности, так как в противном случае фотон не мог бы двигаться с всегда постоянной скоростью света.

Равенство нулю массы покоя фотона обеспечивается принципом инвариантности — так называемой калибровочной инвариантностью. Плотность лагранжиана свободного электромагнитного поля имеет вид

$$\mathscr{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F_{\mu\nu}, \tag{7.111}$$

где напряженность поля $F_{\mu\nu}$, определенная соотношением

$$F_{\mu\nu} = \frac{\partial A_\nu}{\partial x_\mu} - \frac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu},$$

инвариантна относительно калибровочного преобразования

$$A_\mu \to A_\mu - \frac{\partial \Lambda}{\partial x_\mu}. \tag{7.112}$$

Если бы свободный лагранжиан содержал массовый член

$$\mathscr{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F_{\mu\nu} - \frac{1}{2} m^2 A_\mu^2, \tag{7.113}$$

то инвариантность относительно (7.112) не имела бы места. Следовательно, калибровочная инвариантность гарантирует равенство нулю массы покоя фотона.

2. Нейтрино и группа преобразований Паули. Попытаемся воспользоваться подобными соображениями в случае нейтринного поля. Первое, что мы должны сделать, это попытаться найти

группу преобразований, оставляющую свободный лагранжиан нейтринного поля неизменным. Наиболее общая группа, по отношению к которой лагранжиан свободного нейтринного поля остается инвариантным, была найдена Паули [31]; в дальнейшем структура этой группы была выяснена Гюрши [32]. Выпишем лагранжиан свободного нейтринного поля:

$$\mathcal{L} = -\bar{\psi}\gamma \cdot \partial\psi. \tag{7.114}$$

В дальнейшем существенную роль будет играть антикоммутативность нейтринных операторов, поэтому лагранжиану удобнее придать вид

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2} : \bar{\psi}\gamma \cdot \overleftrightarrow{\partial}\psi : \tag{7.115}$$

где $\overleftrightarrow{\partial} = \overrightarrow{\partial} - \overleftarrow{\partial}$.

Паули обнаружил, что введенная выше плотность функции Лагранжа остается инвариантной при каноническом преобразовании

$$\psi \to \psi' = a\psi + b\gamma_5 C\bar{\psi}, \quad \bar{\psi} \to \bar{\psi}' = a^*\bar{\psi} + b^*\psi C^{-1}\gamma_5. \tag{7.116}$$

Соответствующее обратное преобразование имеет вид

$$\psi' \to \psi = a^*\psi' - b\gamma_5 C\bar{\psi}', \quad \bar{\psi}' \to \bar{\psi} = a\bar{\psi}' - b^*\psi' C^{-1}\gamma_5. \tag{7.117}$$

Здесь используются те же обозначения, что и раньше, однако надо иметь в виду, что наша матрица C является обратной по отношению к матрице, использованной Паули. Символы a и b обозначают произвольные c-числа, удовлетворяющие условию нормировки

$$|a|^2 + |b|^2 = 1. \tag{7.118}$$

Здесь и далее мы будем ссылаться на группу преобразований (7.116), как на группу I. Имеется другая группа преобразований:

$$\psi \to \psi' = e^{i\alpha\gamma_5}\psi, \quad \bar{\psi} \to \bar{\psi}' = \bar{\psi}e^{i\alpha\gamma_5}, \tag{7.119}$$

где параметр α представляет собой действительное c-число. Эту группу мы будем называть группой II.

Для выяснения структуры группы I удобно найти инфинитезимальные операторы этой группы. Непосредственной проверкой можно убедиться, что преобразования группы I порождает-

ся тремя эрмитовыми операторами:

$$M_1 = \frac{1}{2} \int \left(\psi^{+} \gamma_5 \gamma_4 C \psi^{+} + \psi C^{-1} \gamma_4 \gamma_5 \psi \right) d^3x,$$
$$M_2 = \frac{1}{2i} \int \left(\psi^{+} \gamma_5 \gamma_4 C \psi^{+} - \psi C^{-1} \gamma_4 \gamma_5 \psi \right) d^3x, \tag{7.120}$$
$$M_3 = \int \psi^{+} \psi d^3x.$$

Произведения операторов в выражениях (7.120) следует понимать в смысле нормальных произведений. Эти три оператора удовлетворяют следующим перестановочным соотношениям:

$$\left[\frac{M_1}{2}, \frac{M_2}{2} \right] = i \frac{M_3}{2},$$
$$\left[\frac{M_2}{2}, \frac{M_3}{2} \right] = i \frac{M_1}{2}, \tag{7.121}$$
$$\left[\frac{M_3}{2}, \frac{M_1}{2} \right] = i \frac{M_2}{2}.$$

Следовательно, группа I изоморфна группе трехмерных вращений.

Инфинитезимальный оператор группы II имеет вид

$$N = \int \psi^{+} \gamma_5 \psi d^3x, \tag{7.122}$$

причем N коммутирует с каждым из трех операторов M.

3. Физическая интерпретация группы Паули. Выяснение физического смысла введенных выше групп представляет важную задачу. Вообще говоря, имея полевой оператор ψ, удовлетворяющий всем необходимым условиям, таким, как канонические перестановочные соотношения, можно определить другой оператор ψ', который в той же мере будет удовлетворять всем требованиям, предъявляемым к полевым операторам. Так для неэрмитового оператора ψ можно, например, определить новый оператор соотношением $\psi' = e^{i\alpha}\psi$; в случае же, когда оператор ψ эрмитов (в частности, π^0), примером нового оператора может служить оператор $\psi' = -\psi$, причем последнее преобразование представляет собой частный случай фазового преобразования. В рамках квантовой механики нет никаких физических причин, которые бы заставляли предпочесть оператор ψ оператору ψ', поскольку имеющие физический смысл величины не должны зависеть от выбора фазы. Если некоторое взаимодействие первоначально выражено через ψ, то при переходе в лагранжиане взаимодействия от ψ к ψ' константы связи, входящие в лагранжиан, изменят фазы. Следовательно, физически наблюдаемые

величины должны быть инвариантны по отношению к фазовым преобразованиям констант связи. Это требование вытекает из правила сверхзапрета, которое обсуждалось в § 5 гл. 6. Паули обнаружил, что в случае нейтрального спинорного поля с равной нулю массой покоя фазовые преобразования, понимаемые в указанном выше смысле, можно обобщить в более широкую группу преобразований[1]). Преобразование Паули для нейтринного поля влечет за собой соответствующие обобщенные фазовые преобразования констант связи нейтринных взаимодействий. Паули исследовал инвариантные комбинации констант связи, фигурирующие в β-распаде. Мы уже упоминали правило подстановки, согласно которому произведение констант β-распада

$$C_i^* C_j \tag{7.123}$$

при наличии членов, не сохраняющих четность, следует заменить выражением

$$C_i^* C_j + C_i^* C_j'. \tag{7.124}$$

Это правило — одно из следствий, вытекающих из теории Паули.

4. **Требования инвариантности.** Наше первоначальное намерение состояло в том, чтобы найти такое требование инвариантности, которое обеспечило бы равенство нулю нейтринной массы покоя даже в присутствии взаимодействий. Нулевая масса покоя нейтрино будет гарантирована в теории, которая инвариантна относительно какого-либо преобразования (исключая, конечно, тривиальное преобразование фазы), принадлежащего к группе $\mathcal{G}_{\mathrm{I}} \times \mathcal{G}_{\mathrm{II}}$ (эта группа является прямым произведением групп I и II). Такие преобразования должны образовывать либо непрерывную, либо дискретную подгруппу $\mathcal{G}_\nu$ группы Паули $\mathcal{G}_{\mathrm{I}} \times \mathcal{G}_{\mathrm{II}}$. В качестве примера рассмотрим β-распад, гамильтониан которого определен формулой (7.39). Обозначим группу преобразований, оставляющих $\mathcal{H}_\beta$ инвариантным, через $\mathcal{G}_\beta$ и будем предполагать, что она непрерывна. Естественно, что группа $\mathcal{G}_\nu$, оставляющая неизменными все слабые взаимодействия, является подгруппой группы $\mathcal{G}_\beta$, поэтому

$$\mathcal{G}_{\mathrm{I}} \times \mathcal{G}_{\mathrm{II}} \supset \mathcal{G}_\beta \supset \mathcal{G}_\nu. \tag{7.125}$$

Так как предполагается, что группа $\mathcal{G}_\beta$ непрерывна, наша задача сводится к нахождению оператора M, который был бы линейной комбинацией операторов M_1, M_2, M_3 и N и коммутировал

[1]) Группа II впервые рассматривалась в этом аспекте в работе [33].

бы с гамильтонианом $\mathscr{H}_\beta$, т. е.

$$[\mathscr{H}_\beta, M] = 0, \tag{7.126}$$

где

$$M = cN + c_1M_1 + c_2M_2 + c_3M_3. \tag{7.127}$$

Подходящим выбором «координатной системы» — иначе говоря, подходящим выбором ψ' — оператор M можно привести к виду

$$M = cN + c_3'M_3, \tag{7.128}$$

где

$$c_3'^2 = c_1^2 + c_2^2 + c_3^2. \tag{7.129}$$

В дальнейшем индекс «штрих» у слагаемого c_3M_3 в формуле (7.128) мы опустим. Из формулы (7.126) можно получить соотношение

$$[[\mathscr{H}_\beta, cN + c_3M_3], cN - c_3M_3] = 0. \tag{7.130}$$

Учитывая линейность $\mathscr{H}_\beta$ относительно ψ_ν и $\psi_\nu^\dagger$, а также принимая во внимание соотношения

$$\begin{aligned} [[\psi, cN + c_3M_3], cN - c_3M_3] &= (c^2 - c_3^2)\psi, \\ [[\psi^\dagger, cN + c_3M_3], cN - c_3M_3] &= (c^2 - c_3^2)\psi^\dagger, \end{aligned} \tag{7.131}$$

заключаем, что

$$c^2 - c_3^2 = 0. \tag{7.132}$$

Следовательно, гамильтониан $\mathscr{H}_\beta$ должен коммутировать либо с $M - M_3$, либо с $N + M_3$. Очевидно, что в силу линейности гамильтониана $\mathscr{H}_\beta$ он не может коммутировать с обоими указанными операторами одновременно.

Возникает вопрос: возможно ли существование другой сохраняющейся величины M'? Ответ на этот вопрос положителен, однако величину M' нельзя выразить только через нейтринные операторы. Иначе говоря, мы должны расширить группу Паули $\mathscr{G}_\mathrm{I} \times \mathscr{G}_\mathrm{II}$ таким образом, чтобы она включала в себя другие поля. Кроме того, оператор M' должен коммутировать с оператором M, так как в противном случае M, M' и их коммутаторы породили бы некоторую полную группу Паули, относительно которой линейный гамильтониан $\mathscr{H}_\beta$ не мог бы быть инвариантным. Существование другого квантового числа M' имеет важное значение в связи с «законом сохранения числа лептонов». Мы обсудим эти вопросы в одном из последующих параграфов.

Сделаем теперь замечание о возможности выбора другой «координатной системы», в которой оператор M определяется одним из выражений $M = cN + c_1''M_1''$ или $M = cN + c_2'''M_2'''$.

Теория, отвечающая выбору $M=N\pm M_3$, называется двухкомпонентной теорией; ее мы обсудим со всеми подробностями в следующем параграфе. Другой выбор, $M=N\pm M_1$ либо $M=N\pm\pm M_2$, приводит к так называемой теории Майораны с несохранением четности. Из того, что говорилось выше, следует, однако, что оба варианта суть различные представления одного и того же объекта, поэтому физически они неразличимы [34—36].

5. Двухкомпонентная теория. Для определенности положим $M=N-M_3$. Вскоре мы увидим, что именно этот выбор оказывается правильным с точки зрения эксперимента. Оператор $N-M_3$ порождает непрерывные преобразования вида

$$\begin{aligned} \psi &\to \psi' = e^{i(1-\gamma_5)\alpha}\psi, \\ \psi^{+} &\to \psi^{+'} = \psi^{+}e^{-i(1-\gamma_5)\alpha}, \\ \bar{\psi} &\to \bar{\psi}' = \bar{\psi}e^{-i(1+\gamma_5)\alpha}. \end{aligned} \tag{7.133}$$

Здесь параметр α — действительное c-число. Нетрудно найти теперь инвариантные комбинации:

$$(1+\gamma_5)\psi, \quad \psi^{+}(1+\gamma_5) \quad \text{или} \quad \bar{\psi}(1-\gamma_5). \tag{7.134}$$

Отсюда следует, что ψ и $\bar{\psi}$ должны входить в гамильтониан $\mathscr{H}_\beta$ только в таких комбинациях. Через константы связи, входящие в (7.39), требование инвариантности выражается следующим образом:

$$C_j' = C_j. \tag{7.135}$$

К этому же выводу можно прийти, требуя, чтобы теория была инвариантной относительно дискретного преобразования

$$\psi \to \gamma_5\psi, \quad \bar{\psi} \to -\bar{\psi}\gamma_5, \tag{7.136}$$

которое получается из непрерывного преобразования (7.133), если положить в нем $\alpha=\pi/2$. Требование инвариантности относительно дискретного преобразования (7.136) послужило исходной точкой двухкомпонентной теории нейтрино, которую исследовали Салам [37], Ли и Янг [38], а также Ландау [25].

Дираковская частица с нулевой массой покоя описывается уравнением

$$H\psi = \boldsymbol{\alpha}\cdot\mathbf{p}\psi = E\psi, \tag{7.137}$$

где $\boldsymbol{\alpha}\cdot\mathbf{p} = -\gamma_5\boldsymbol{\sigma}\mathbf{p}$. Разложим волновую функцию ψ следующим образом:

$$\psi = \frac{1+\gamma_5}{2}\psi + \frac{1-\gamma_5}{2}\psi \equiv \psi_L + \psi_R. \tag{7.138}$$

В представлении, где γ_5 диагональна:

$$\gamma_5 = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & -1 & \\ & & & -1 \end{pmatrix}, \tag{7.139}$$

ψ_L и ψ_R имеют вид

$$\psi_L = \begin{pmatrix} a \\ b \\ \hline 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \psi_R = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \hline c \\ d \end{pmatrix}. \tag{7.140}$$

Уравнение Дирака для ψ распадается на два несвязанных между собой уравнения для ψ_L и ψ_R:

$$-\boldsymbol{\sigma}\mathbf{p}\psi_L = E\psi_L, \quad \boldsymbol{\sigma}\mathbf{p}\psi_R = E\psi_R. \tag{7.141}$$

Их называют уравнениями Вейля.

Обсуждаемое требование инвариантности позволяет заключить, что в β-распаде нейтринное поле появляется только в комбинации $(1+\gamma_5)\psi$, поэтому, рассматривая β-распад, мы оставим лишь ψ_L, а ψ_R отбросим. Функция ψ_L имеет всего две неисчезающие компоненты, благодаря чему эта теория и получила название двухкомпонентной.

Собственные значения оператора энергии даются соотношением

$$E = |\mathbf{p}| \tag{7.142}$$

(если рассматривать только состояния с положительной энергией).

Следовательно,

$$\boldsymbol{\sigma}\mathbf{p}\psi_L = -|\mathbf{p}|\,\psi_L. \tag{7.143}$$

Это означает, что спин нейтрино антипараллелен его импульсу (фиг. 74) и что при заданном импульсе существует одно-единственное спиновое состояние. В том случае, когда спин и импульс параллельны между собой, мы говорим, что частица правовинтовая или что она обладает положительной спиральностью; когда же спин и импульс антипараллельны, мы говорим о левовинтовой частице или о частице с отрицательной спиральностью. Однако в реальном β-распаде испускаются не нейтрино, а антинейтрино. Антинейтрино — правовинтовая частица, так как оно соответствует решениям уравнения Вейля, для которых энергия отрицательна. Появление в теории определенной

спиральности отражает тот факт, что двухкомпонентное нейтрино приводит к нарушению инвариантности как относительно пространственных отражений, так и относительно зарядового сопряжения. Этот же результат можно получить, рассматривая сохраняющуюся величину $N - M_3$. Действительно,

$$\Pi (N - M_3) \Pi^{-1} = - N - M_3,$$
$$\mathcal{C} (N - M_3) \mathcal{C}^{-1} = N + M_3, \qquad (7.144)$$
$$(\mathcal{C}\Pi) (N - M_3) (\mathcal{C}\Pi)^{-1} = - (N - M_3).$$

Фиг. 74. Левовинтовое нейтриио. Спин нейтрино антипараллелен его импульсу.

Будь теория инвариантной относительно зарядового сопряжения $\mathcal{C}$, выражение $\mathcal{C}(N - M_3)\mathcal{C}^{-1}$ также было бы сохраняющейся величиной. Однако, как уже упоминалось, мы не можем допустить, чтобы в теории наряду с $N - M_3$ сохранялась еще другая величина $N + M_3$. Таким образом, в рассматриваемой теории ни P, ни C не сохраняются, хотя инвариантность относительно произведения зарядового сопряжения и пространственного отражения в ней имеет место. Следует упомянуть, что правовинтовое антинейтрино нельзя получить из левовинтового посредством зарядового сопряжения, так как это преобразование не меняет знака спиральности. Как бы то ни было, сейчас важно установить, какова спиральность нейтрино согласно экспериментальным данным.

6. Спиральность нейтрино. Экспериментально спиральность нейтрино определили Гольдхабер, Гродзинс и Саньяр [39]. Результаты этой работы во многом способствовали устранению неразберихи, царившей в области β-распадного взаимодействия. Мы будем придерживаться соглашения, что нейтральная частица, испускаемая при β-распаде, представляет собой антинейтрино, т. е.

$$n \to p + e^- + \bar{\nu}. \qquad (7.145)$$

Для всех представлений группы Паули нейтрино, испускаемое при β-распаде, могло бы быть смесью ν и $\bar{\nu}$, однако здесь мы не будем рассматривать усложнений такого рода ввиду отсутствия двойного β-распада[1]). Учитывая такое соглашение, можно из-

[1]) Отсутствие смеси ν и $\bar{\nu}$ можно было бы также считать подтвержденным, если бы оказалось, что нейтрино, испускаемое при K-захвате, обладает 100% левой спиральностью. Проверка такого рода, безусловно, весьма затруднительна. Что касается двойного β-распада, то соответствующие данные можно найти в книге Аллена [40].

мерить спиральность нейтрино. В фактически выполненных экспериментах с этой целью был использован процесс K-захвата

$$e^- + p \to n + \nu. \qquad (7.146)$$

Вкратце идея этого эксперимента такова: рассматривается захват электрона ядром A, спин которого равен нулю. Пусть в результате захвата электрона испускается нейтрино, а остаточное ядро B оказывается в возбужденном состоянии B^* со спином 1:

$$\begin{matrix} e^- + & A & \to & B^* & + \nu. \\ & J=0 & & J=1 & \end{matrix} \qquad (7.147)$$

Выясним теперь поляризацию γ-квантов, испускаемых при переходе возбужденного ядра B^* в основное состояние B:

$$\begin{matrix} B^* & \to & B & + \gamma. \\ J=1 & & J=0 & \end{matrix} \qquad (7.148)$$

При подходящем выборе начального ядра A можно добиться, чтобы в этом процессе выполнялись условия резонанса, если γ и ν испускаются в противоположных направлениях, унося максимально возможную энергию. Исследуем подробнее этот частный случай. Выберем направление движения нейтрино в качестве оси z и предположим, что нейтрино—левовинтовая частица; тогда для моментов количества движения частиц, участвующих в этих следующих друг за другом процессах, будем иметь

$$\begin{matrix} & e^- + & A \to & B^* + & \nu & \to \gamma + & B + & \nu \;, \\ J_z: & \frac{1}{2} & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ J_z: & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{matrix} \qquad (7.149)$$

(запрещен)

Заметив, что при рассматриваемой конфигурации

$$\mathbf{p}_\nu = -\mathbf{p}_\gamma, \qquad (7.150)$$

мы заключаем, что в незапрещенном случае фотон и нейтрино имеют одинаковые спиральности. Следовательно, измеряя спиральность (поляризацию) фотонов максимально возможной энергии, мы тем самым будем косвенно измерять спиральность нейтрино. Измеренная таким способом спиральность нейтрино оказалась отрицательной, т. е.

$$\boldsymbol{\sigma}\mathbf{p}_\nu = -|\mathbf{p}_\nu|. \qquad (7.151)$$

Для своего эксперимента Гольдхабер, Гродзинс и Саньяр выбрали ядра

$$A={}_{63}\mathrm{Eu}^{152}(0^-),\quad B={}_{62}\mathrm{Sm}^{152}(0^+),\quad B^*={}_{62}\mathrm{Sm}^{152}(1^-).$$

Итак, элементарные процессы, подобные β-распаду и K-захвату, имеют вид

$$\begin{aligned} n &\to p+e^-+\bar{\nu}_R,\\ e^-+p &\to n+\nu_L. \end{aligned}\tag{7.152}$$

7. Обнаружение свободного нейтрино. Предположение о существовании нейтрино было выдвинуто Паули в 1933 г. на основании анализа законов сохранения энергии и импульса в β-распаде. Эта идея была сразу же использована Ферми для создания количественной теории. Однако прямое обнаружение свободного нейтрино было осуществлено лишь совсем недавно.

Исходя из предполагаемого вида процесса β-распада

$$n\to p+e^-+\bar{\nu},$$

можно ожидать, что существует процесс

$$\bar{\nu}+p\to n+e^+.$$

Интенсивный пучок антинейтрино получают с помощью реактора, в котором антинейтрино образуются при распаде нейтронов. Двухкомпонентная теория приводит к следующему значению эффективного сечения:

$$\sigma(\bar{\nu}+p\to n+e^+)\sim 12\cdot 10^{-44}\ см^2.$$

Измерения этого сечения выполнили Рейнс и Коуэн [41], а также Коуэн с сотр. [42, 43]. Эти исследования дали доказательство существования процесса захвата антинейтрино протонами. Измеренное значение эффективного сечения оказалось в хорошем согласии с теоретическими предсказаниями. Таким образом, существование нейтрино было установлено экспериментально.

Процесс, обратный процессу захвата электрона

$$e^-+p\to n+\nu,$$

имеет вид

$$\nu+n\to p+e^-.$$

Подходя к этому вопросу с более практической точки зрения, можно утверждать, что два процесса

$$e^-+{}_{18}\mathrm{Ar}^{37}\to{}_{17}\mathrm{Cl}^{37}+\nu \quad (K\text{-захват}),$$

$$\nu+{}_{17}\mathrm{Cl}^{37}\to{}_{18}\mathrm{Ar}^{37}+e^- \quad (\text{поглощение нейтрино})$$

взаимно обратны друг к другу. Поглощение нейтрино было установлено Дэвисом [44, 45], однако никаких данных, которые свидетельствовали бы в пользу реакции

$$\bar{\nu} + {}_{17}\mathrm{Cl}^{37} \rightarrow {}_{18}\mathrm{Ar}^{37} + e^{-},$$

обнаружено не было. Указанная реакция должна была бы иметь место согласно теории Майораны. Этот результат вместе с отсутствием определенных данных о существовании двойного β-распада можно рассматривать как доказательство того, что в процессе β-распада испускаются только одни антинейтрино:

$$n \rightarrow p + e^{-} + \bar{\nu}$$

и что распад

$$n \rightarrow p + e^{-} + \nu$$

запрещен. В дальнейшем мы всюду будем придерживаться этой интерпретации, так что в наиболее общем виде ответственное за β-распад взаимодействие следует определить формулой (см. § 3 этой главы)

$$\mathscr{H}_{\beta} = \sum_{j} C_j \bar{\psi}_p O_j \psi_n \cdot \bar{\psi}_e O_j (1 + \gamma_5) \psi_\nu + \text{Эрм. сопр.} \qquad (7.39')$$

Недавно весьма тонкий нейтринный эксперимент был осуществлен Колумбийской группой исследователей, которые также детектировали свободные нейтрино. Этот опыт мы подробно обсудим в § 8.

§ 7. Приложения двухкомпонентной теории

Взяв двухкомпонентную теорию за основу, мы тем самым упрощаем исследование типов взаимодействия, в которых участвует нейтрино. В этой связи полезно рассмотреть вопрос о продольной поляризации лептонов, испускаемых в различных процессах распада.

1. β-распад. В рамках двухкомпонентной теории известна связь между членами, сохраняющими четность, и членами, которые четность не сохраняют: $C'_j = C_j$. Чтобы еще более сузить круг возможных типов β-распадного взаимодействия, полезно исследовать поляризацию электронов или позитронов, испускаемых при β-распаде. Анализируя формы спектров, Фирц пришел к выводу, что простая форма разрешенного спектра не могла бы реализоваться, если бы присутствовали либо оба типа взаимодействия Гамова — Теллера (A и T), либо оба типа взаимодействия Ферми (S и V). В более поздних работах эти аргументы были распространены на спектры первого порядка

запрета: их форма не согласовывалась бы с экспериментом, если бы интерференция между S и A, либо между T и V, играла заметную роль. Эти результаты ограничивают возможности выбора типов взаимодействия смесью VA и смесью ST. Основываясь на двухкомпонентной теории, мы можем вычислить спиральность электронов и позитронов, испускаемых при β-распаде различных ядер.

Определим спиральность h соотношением

$$h(e^{\pm}) = \frac{\langle \boldsymbol{\sigma} \mathbf{p} \rangle}{|\mathbf{p}|}, \tag{7.153}$$

где $\boldsymbol{\sigma}$ и $\mathbf{p}$ — спин и импульс испущенного электрона (или позитрона) соответственно. Помня об отсутствии фирцевских интерференционных членов и пренебрегая кулоновским взаимодействием, можно получить следующую формулу:

$$h(e^{\pm}) = \mp \frac{|\langle 1 \rangle|^2 (|C_S|^2 - |C_V|^2) + |\langle \sigma \rangle|^2 (|C_T|^2 - |C_A|^2)}{|\langle 1 \rangle|^2 (|C_S|^2 + |C_V|^2) + |\langle \sigma \rangle|^2 (|C_T|^2 + |C_A|^2)} \frac{v}{c}, \tag{7.154}$$

где $\langle 1 \rangle$ и $\langle \sigma \rangle$ суть ядерные матричные элементы для переходов Ферми и Гамова — Теллера соответственно. Качественно этот результат можно понять, рассуждая следующим образом. Рассмотрим билинейные выражения, фигурирующие в гамильтониане $\mathscr{H}_\beta$:

$$\bar{\psi}_e O_j (1 + \gamma_5) \psi_\nu. \tag{7.155}$$

Это выражение в случае взаимодействий S, T, P и в случае взаимодействий A, V соответственно равно

$$\begin{aligned} &\bar{\psi}_e (1 + \gamma_5) O_j \psi_\nu \quad (\text{для } S, T \text{ и } P), \\ &\bar{\psi}_e (1 - \gamma_5) O_j \psi_\nu \quad (\text{для } A \text{ и } V). \end{aligned} \tag{7.156}$$

По аналогии с представлением о двухкомпонентном нейтрино можно думать, что $\bar{\psi}_e(1 - \gamma_5)$ [или $\psi_e(1+\gamma_5)$] будет порождать левовинтовой (правовинтовой) электрон. Если бы электрон не имел массы или если бы его скорость была равна скорости света, поляризация была бы полной. В действительности масса электрона не равна нулю, а скорость меньше скорости света. Отсюда возникают поправочные множители.

Впервые поляризация электронов, испускаемых при распаде ядер Co^{60}

$$Co^{60} \to Ni^{60} + e^- + \bar{\nu} \tag{7.157}$$

была измерена Фрауенфельдером с сотр. [46]. Согласно этим измерениям,

$$h(e^-)\sim -\frac{v}{c}. \tag{7.158}$$

Позднее была измерена поляризация и электронов и позитронов для переходов различного типа [47]. В пределах ошибок измерений, имеющих порядок 10%, полученные результаты согласуются со значением

$$h(e^{\mp})=\mp\frac{v}{c}. \tag{7.159}$$

Обычно для измерения поляризации пучка частиц используется зависимость эффективного сечения рассеяния от начальной поляризации; так, например, в опытах Фраунфельдера использовалось мёллеровское рассеяние. Наблюдение продольной поляризации β-электронов служит еще одним подтверждением нарушения инвариантности как по отношению к пространственным отражениям, так и по отношению к зарядовому сопряжению. Результаты измерений поляризации частиц наряду с другими экспериментами по $\beta-\nu$-корреляции и т. п. говорят в пользу VA-варианта взаимодействия.

2. $\mu-e$-распад. Мы исследуем $\mu-e$-распад, основываясь на двухкомпонентной теории:

$$\mu\to e+\text{Два нейтрино}. \tag{7.160}$$

Если рассматривать распад μ^--мезона, то участвующие в этом распаде нейтрино можно скомбинировать тремя различными способами:

$$\begin{aligned}&\mu^-\to e^-+\nu+\bar{\nu},\\ &\mu^-\to e^-+2\nu,\\ &\mu^-\to e^-+2\bar{\nu}.\end{aligned} \tag{7.161}$$

Для первого из этих процессов взаимодействие наиболее общего вида (в рамках двухкомпонентной теории) определяется гамильтонианом

$$\mathscr{H}_\mu=\sum_j f_j(\bar{\psi}_e,\ O_j\psi_\mu)(\bar{\psi}_L,\ O_j\psi_L)+\text{Эрм. сопр.}, \tag{7.162}$$

где ψ_L определена соотношением (7.138). Очевидно, что билинейные выражения, содержащие нейтринные операторы, отличны от нуля лишь для V- и A-вариантов, так как для S, T и P

$$(1-\gamma_5)O_j(1+\gamma_5)=0. \tag{7.163}$$

Для второго процесса в общем случае гамильтониан имеет вид

$$\mathscr{H}_\mu = \sum_j f_j (\bar{\psi}_e, O_j \psi_\mu)(\bar{\psi}_L, O_j C \bar{\psi}_L) + \text{Эрм. сопр.} \qquad (7.164)$$

По той же причине, что и в предыдущем случае, нейтринная часть взаимодействия отлична от нуля только для S-, T- и P-вариантов, так как для V и A

$$(1 - \gamma_5) O_j C (1 - \gamma_5)^T = 0. \qquad (7.165)$$

Кроме того, в конечном состоянии здесь имеются две тождественные частицы, поэтому необходимо, чтобы удовлетворялось условие

$$(O_j C)^T = - O_j C,$$

или

$$C^{-1} O_j C = O_j^T. \qquad (7.166)$$

Таким образом, V- и T-варианты необходимо отбросить; следовательно, единственно возможной комбинацией, удовлетворяющей обоим условиям, является комбинация SP-вариантов. Для третьего процесса ситуация точно такая же, как и для второго. Чтобы иметь возможность различать эти два случая экспериментально, введем параметр Мишеля [48]. Согласно Мишелю, энергетический спектр электронов μ-распада в общем случае имеет вид

$$dN = 4x^2 \left[3(1 - x) + \frac{2}{3} \rho (4x - 3) \right] dx, \qquad (7.167)$$

где $x = p/p_{\text{макс}}$, p — импульс электрона, а $p_{\text{макс}}$—его максимальное значение, равное приблизительно $m_\mu/2$. В этой формуле фигурирует единственный параметр ρ, называемый параметром Мишеля. В табл. 27 мы приводим результаты недавних измере-

Таблица 27

	Заряд μ-мезона	ρ
Розензон (1958 г.)	+	0,67 ±0,05
Дудзиак с сотр. (1959 г.)	+	0,741±0,027
Плэно (1960 г.)	+	0,785±0,020
Блок с сотр. (1960 г.)	—	0,764±0,032

ний этого параметра [49]. Из приведенных данных можно заключить, что в пределах ошибок измерений значения ρ для μ^+- и μ^--мезонов совпадают, а измеренная величина ρ близка к

своему теоретическому значению для VA-варианта, которое равно 0,75.

Приведем теперь результаты расчетов параметра ρ и асимметрию углового распределения. Рассмотрим прежде всего случай VA-взаимодействия. Когда $\mu^{\pm}$-мезон покоится и полностью поляризован, нормированное распределение электронов имеет вид

$$dN(\mu^{\pm}\to e^{\pm}) = 2x^2[(3-2x)\pm\xi(1-2x)\cos\theta]\,dx\,(d\Omega/4\pi), \qquad (7.168)$$

где θ — угол между импульсом электрона и направлением спина μ-мезона. Изменение знака у коэффициента при $\cos\theta$ является следствием CP-преобразования. Параметр ξ определяется соотношением

$$\xi = \frac{f_V f_A^* + f_V^* f_A}{|f_A|^2 + |f_V|^2}. \qquad (7.169)$$

В естественных единицах вероятность распада, отнесенная к единице времени, равна

$$w = \frac{m_\mu^5\left[|f_V|^2 + |f_A|^2\right]}{(3\times 2^8\pi^3)}. \qquad (7.170)$$

Энергетический спектр электронов распада неполяризованного $\mu^{\pm}$-мезона имеет вид

$$dN = 2x^2(3-2x)\,dx\,(d\Omega/4\pi). \qquad (7.171)$$

Соответствующее этому спектру значение параметра Мишеля равно 0,75, что согласуется с результатами последних измерений.

Угловое распределение электронов, испускаемых поляризованным μ-мезоном, можно найти из (7.168), выполнив интегрирование по x:

$$4\pi I(\theta) = 1 \mp \frac{\xi}{3}\cos\theta \quad \text{для} \quad \mu^{\pm}\to e^{\pm}. \qquad (7.172)$$

Здесь θ — угол между импульсом электрона и ненаблюдаемым спином μ-мезона. Экспериментально получаемое угловое распределение является функцией угла между импульсом электрона и импульсом μ-мезона в предшествующем π — μ-распаде.

Предположим, что μ^+-мезон из $\pi^+\to\mu^+$-распада левополяризован, а μ^--мезон из $\pi^-\to\mu^-$-распада правополяризован, как это требуется CP-инвариантностью; в таком случае угловое распределение электронов как функции угла θ' между импульсами μ-мезона и электрона в системе покоя μ-мезона в обоих

случаях — для $\mu^+ \to e^+$-распада и для $\mu^- \to e^-$-распада — будет иметь вид

$$4\pi I(\theta') = 1 + \frac{\xi}{3}\cos\theta'. \qquad (7.173)$$

Опыты, выполненные Гарвином, Ледерианом и Вайнрихом [18], показали, что

$$4\pi I(\theta') = 1 - \frac{1}{3}\cos\theta', \qquad (7.174)$$

и, следовательно, $\xi = -1$, или, другими словами, $f_A = -f_V$. Чтобы проверить наши предположения относительно поляризации μ-мезонов, нужно либо непосредственно измерить поляризацию μ-мезонов в $\pi - \mu$-распаде, либо измерить поляризацию электронов в $\mu - e$-распаде. Если $f_A = -f_V$, то исходное взаимодействие можно записать в виде

$$\mathscr{H}_\mu = f_V \bar{\psi}_e \gamma_\lambda (1 + \gamma_5) \psi_\mu \cdot \bar{\psi}_L \gamma_\lambda \psi_L + \text{Эрм. сопр.}, \qquad (7.175)$$

где ψ_e и ψ_μ — операторы уничтожения e^- и μ^- соответственно. Если далее предположить, что электроны распада вылетают со скоростью света, то e^- и e^+ должны обладать 100% продольной поляризацией — левой в первом случае и правой во втором. Эксперименты, выполненные в Ливерпуле [50], по-видимому, подтверждают это предсказание. Имеется также возможность непосредственно определить поляризацию μ-мезонов в $\pi - \mu$-распаде. Этот вопрос мы обсудим в следующем пункте.

Для второго и третьего процессов (7.161) расчеты приводят к значению $\rho = 0$, что не согласуется с результатами эксперимента. Следовательно, можно заключить, что в рамках двухкомпонентной теории схема $\mu - e$-распада имеет вид

$$\mu^\pm \to e^\pm + \nu_L + \bar{\nu}_R. \qquad (7.176)$$

3. $\pi - \mu$-распад. Выше мы видели, что определение поляризации μ-мезона из $\pi - \mu$-распада имеет очень важное значение. Существуют две альтернативные возможности:

$$\begin{aligned} &\text{а) } \pi^+ \to \mu^+ + \nu_L \quad \text{и} \quad \pi^- \to \mu^- + \bar{\nu}_R, \\ &\text{б) } \pi^+ \to \mu^+ + \bar{\nu}_R \quad \text{и} \quad \pi^- \to \mu^- + \nu_L. \end{aligned} \qquad (7.177)$$

В том и другом случае μ-мезон полностью поляризован и его спиральность совпадает со спиральностью вылетающего вместе с ним нейтрино, как следует из равенства нулю спина π-мезона, т. е. (фиг. 75) мы имеем:

$$\mathbf{p}_\mu = -\mathbf{p}_\nu, \quad \boldsymbol{\sigma}_\mu = -\boldsymbol{\sigma}_\nu. \qquad (7.178)$$

Можно проверить это утверждение путем несложных вычислений. В общем случае амплитуда, соответствующая распаду $\pi^- \to \mu^- + \bar{\nu}_R$, имеет вид

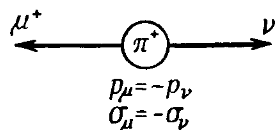
$$\mathfrak{M}(\pi^- \to \mu^- + \bar{\nu}_R) \sim \bar{u}_\mu (1 + \gamma_5) v_{\bar{\nu}}. \qquad (7.179)$$

Принимая во внимание, что $\mathbf{p}_\mu = -\mathbf{p}_\nu$, получаем

$$\langle \boldsymbol{\sigma}_\mu \mathbf{p}_\mu \rangle = \frac{\mathrm{Sp}\,[(1-\gamma_5)(-ip_\mu\gamma + m_\mu)\,\boldsymbol{\sigma}_\mu \mathbf{p}_\mu (1+\gamma_5)(-ip_\nu\gamma)]}{\mathrm{Sp}\,[(1-\gamma_5)(-ip_\mu\gamma + m_\mu)(1+\gamma_5)(-ip_\nu\gamma)]} = |\mathbf{p}_\mu|.$$

Поляризация μ-мезонов в $\pi - \mu$-распаде измерялась многими группами исследователей. Алиханов с сотр. измерили поляризацию μ-мезонов в космических лучах. Они определяли эффективное сечение рассеяния поляризованных μ-мезонов на поляризованных электронах, детектируя электронные ливни от намагниченного железа. Согласно их результатам, которые были доложены на Рочестерской конференции 1960 г.,

$$h(\mu^+) = -(0{,}15 \pm 0{,}21), \qquad h(\mu^-) = 0{,}65 \pm 0{,}22. \qquad (7.180)$$



Фиг. 75. Распад $\pi^+ \to \mu^+ + \nu$. Благодаря тому, что спин π^+-мезона равен нулю, спиральности μ^+-мезона и нейтрино одинаковы.

Бакенштосс с сотр. [51] измерили спиральность μ^--мезонов в $\pi^- - \mu^-$-распаде; согласно их результатам,

$$h(\mu^-) = 1{,}17 \pm 0{,}32. \qquad (7.181)$$

Бардон, Францини и Ли [52] измеряли спиральность μ^--мезонов, используя спиновую зависимость кулоновского рассеяния, и получили

$$h(\mu^-) = 0{,}9. \qquad (7.182)$$

Эти результаты согласуются с предположением о полной поляризации μ^--мезонов:

$$h(\mu^\pm) = \mp 1. \qquad (7.183)$$

Таким образом, в рамках двухкомпонентной теории схема $\pi - \mu$-распада имеет вид

$$\pi^+ \to \mu^+ + \nu_L, \qquad \pi^- \to \mu^- + \bar{\nu}_R. \qquad (7.184)$$

4. *K* — μ-распад. Последовательные процессы распада

$$K^+ \to \mu^+ + \nu, \qquad \mu^+ \to e^+ + \nu + \bar{\nu} \qquad (7.185)$$

можно исследовать тем же способом, что и распады $\pi^+ \to \mu^+ \to e^+$.

Кумбес с сотр. [53] нашли, что все результаты в этом случае полностью аналогичны соответствующим результатам для $\pi\to\mu\to e$-распада. Следовательно, можно положить

$$K^+ \to \mu^+ + \nu_L, \quad K^- \to \mu^- + \bar{\nu}_R. \qquad (7.186)$$

Более того, полная поляризация μ-мезонов указывает, что спин K-мезона должен равняться нулю.

5. μ-захват. В отличие от β-распада ядер и $\mu - e$-распадов процесс

$$\mu^- + p \to n + \nu \qquad (7.187)$$

представляет собой не распад, а ядерное поглощение μ-мезонов. О существовании этого процесса знали уже давно, как уже упоминалось в § 5 гл. 1 в связи с вопросом о судьбе μ-мезонов. Однако детальная структура этого фундаментального взаимодействия сравнительно мало известна из-за больших трудностей, которые возникают при попытках отделить его от сложных ядерных взаимодействий. Позже мы вернемся к этому вопросу в связи с универсальным взаимодействием Ферми.

§ 8. *γ_5-инвариантность и сохранение числа лептонов*

В предыдущем параграфе мы, основываясь на двухкомпонентной теории, рассмотрели процессы распада с участием нейтрино. В этой теории нейтрино — левовинтовая частица, а антинейтрино — правовинтовая, поэтому прямое или косвенное измерение спиральности дает ответ на вопрос, имеем ли мы дело с нейтрино или с антинейтрино. Таким образом, основываясь на двухкомпонентной теории, можно разделить нейтрино, появляющихся в различных процессах распада, на частицы и античастицы. Это разделение отражено в приведенных ниже процессах:

$$\begin{aligned} &n \to p + e^- + \bar{\nu}_R, \\ &\mu^+ \to e^+ + \nu_L + \bar{\nu}_R, \\ &\pi^+ \to \mu^+ + \nu_L, \\ &K^+ \to \mu^+ + \nu_L \end{aligned} \qquad (7.188)$$

и т. д.

По виду этих процессов можно предугадать существование нового закона сохранения — закона сохранения числа лептонов. Лептонное число l, определяемое как

$$l = (\text{Число } e^-,\ \mu^- \text{ и } \nu_L) - (\text{Число } e^+,\ \mu^+ \text{ и } \bar{\nu}_R), \qquad (7.189)$$

сохраняется во всех процессах (7.188). В случае барионов есть весьма веские причины предполагать, что их число сохраняется; это необходимо для объяснения стабильности вещества. Что же касается сохранения числа лептонов, то оно представляет собой чисто эмпирическое правило, согласующееся со всеми известными экспериментами. Согласно соотношению (7.189), e^-, μ^- и ν называют лептонами, а e^+, μ^+ и $\bar{\nu}$ — антилептонами; такое разделение на частицы и античастицы было предложено Ли и Янгом. Ниже мы увидим, что интерпретация экспериментальных результатов возможна не только в рамках двухкомпонентной теории; существует другая теоретическая схема, согласующаяся со всеми известными экспериментами.

5. γ_5-инвариантность. В § 6 этой главы были изложены соображения, из которых вытекает инвариантность теории относительно по крайней мере одного из элементов группы Паули $\mathscr{G}_{\mathrm{I}} \times \mathscr{G}_{\mathrm{II}}$; в частности, было рассмотрено преобразование (7.136). Тогда мы предполагали, что это преобразование касается только нейтринного поля, хотя такой подход был, вероятно, слишком упрощенным. В случае калибровочного преобразования преобразуются не только электромагнитные потенциалы, но и все поля заряженных частиц. Возможно, что подобная ситуация имеет место и при γ_5-преобразовании. Имея в виду такую возможность, попробуем отыскать теоретическую схему, отличную от двухкомпонентной теории.

Двухкомпонентная теория инвариантна относительно преобразования

$$\psi_\nu \to \gamma_5 \psi_\nu, \quad \psi_e \to \psi_e, \quad \psi_\mu \to \psi_\mu. \tag{7.190}$$

Но эта возможность — не единственная. Предположим, что теория инвариантна относительно преобразования[1])

$$\psi_\nu \to \gamma_5 \psi_\nu, \quad \psi_e \to \psi_e, \quad \psi_\mu \to -\psi_\mu. \tag{7.191}$$

Разумеется, оно гарантирует исчезновение массы покоя нейтрино.

Ниже мы исследуем вопрос о том, можно ли построить теорию, согласующуюся со всеми известными экспериментами.

2. Правило отбора для лептонных распадов. Если предположить, что теория инвариантна по отношению к (7.191), то отсюда сразу же вытекает полезное правило отбора: переходы, происходящие без участия нейтрино и включающие нечетное число

---

[1]) Это преобразование было предложено Нишиджимой [54]; подобное преобразование рассмотрел также Швингер [55].

μ-мезонов и нечетное число электронов, должны быть строго запрещены. Вот некоторые примеры запрещенных процессов:

$$\mu \to e + e + e, \quad \mu \to e + \gamma,$$
$$\mu + N \to N + e, \tag{7.192}$$
$$K \to \mu + e, \quad K \to \mu + e + \pi \text{ и т. д.}$$

Вопрос о том, как обстоит дело с этими запрещенными процессами с точки зрения эксперимента, был рассмотрен Телегди на Рочестерской конференции 1960 г.:

а. $\mu^- + N \to N + e^-.$

Сард, Крау и Крюгер [56] изучали процесс безнейтринного превращения μ-мезонов в электроны:

$$\mu^- + \mathrm{Cu} \to \mathrm{Cu} + e^-. \tag{7.193}$$

Магнитный спектрометр, расположенный надлежащим образом по отношению к падающему пучку, мог пропускать частицы с таким импульсом, которым должны были бы обладать электроны, — приблизительно 90 *Мэв/с* на входе спектрометра. В ходе эксперимента были зарегистрированы три случая, удовлетворяющих критериям селекции. Однако без дальнейшей проверки нельзя было решить, происходит ли на самом деле предполагаемая реакция; можно было лишь указать верхний предел отношения

$$R = \frac{\text{Вероятность } \mu^- + (Z, A) \to e^- + (Z, A)}{\text{Вероятность } \mu^- + (Z, A) \to \nu + (Z-1, A)^*}, \tag{7.194}$$

который оказался равным $(4^{+3}_{-2}) \cdot 10^{-6}$. Позднее Конверси с сотр. [57] получили для верхней границы R значение $2{,}4 \cdot 10^{-7}$.

б. $\mu^+ \to e^+ + e^+ + e^-.$

Этот процесс был исследован Ли и Самиосом [58]; по их данным, верхний предел отношения вероятности этого процесса к вероятности обычного μ-распада составляет $(1 \pm 1) \cdot 10^{-5}$.

в. $\mu^+ \to e^+ + \gamma.$

По данным Бартлетта, Девонса и Закса [59], а также Франкеля с сотр. [60], для этого процесса величина $R \lesssim 10^{-7}$.

г. $\mu^- + e^+ + 2\gamma.$

Йорк, Ким и Керман [61] для нижнего предела времени жизни мюония относительно процесса аннигиляции, идущего по указанной схеме, дают значение $(2{,}5 \pm 0{,}4)$ *сек.*

В настоящее время еще нельзя прийти к определенному заключению о том, происходят ли в действительности все эти запрещенные процессы. Согласно развитой выше схеме (мы будем называть ее четырехкомпонентной теорией) такие процессы строго запрещены. В двухкомпонентной же теории они запрещены лишь в первом порядке ферми-взаимодействия. Если, кроме того, предположить, что существуют промежуточные бозоны, то рассматриваемые процессы должны были бы, согласно двухкомпонентной теории, происходить с относительно большой вероятностью. Эти обстоятельства привели Ли и Янга [62] к идее о двух двухкомпонентных нейтрино. Четырехкомпонентная теория представляет собой частный случай теории двух двухкомпонентных нейтрино. Однако мы не будем здесь рассматривать вопросов, возникающих в связи с введением в теорию промежуточных бозонов.

3. **β-распад.** В случае β-распада между двухкомпонентной и четырехкомпонентной теориями нейтрино отсутствуют какие-либо различия, поскольку их предсказания различаются только в вопросе о процессах с участием μ-мезонов.

4. **$\mu - e$-распад.** Предсказания двухкомпонентной и четырехкомпонентной теорий, касающиеся $\mu - e$-распада, разумеется, не совпадают. Допустим сначала, что μ-мезон распадается на электрон и пару $\nu\bar{\nu}$:

$$\mu \to e + \nu + \bar{\nu}. \tag{7.195}$$

В наиболее общем виде слабое взаимодействие, ответственное за такой распад, можно записать следующим образом:

$$\mathcal{H}_\mu = \sum_j f_j (\bar{\psi}_e, O_j\psi_\mu)(\bar{\psi}_\nu, O_j\psi_\nu) + \\ + \sum_j f'_j (\bar{\psi}_e, Q_j\psi_\mu)(\bar{\psi}_\nu, O_j\gamma_5\psi_\nu) + \text{Эрм. сопр.} \tag{7.196}$$

Из инвариантности этого гамильтониана по отношению к преобразованию (7.191) следует, что

$$\gamma_5 O_j \gamma_5 = O_j, \tag{7.197}$$

т. е. допустимы лишь STP-комбинации. Однако от этих комбинаций нам уже пришлось отказаться, так как они приводят к неправильному энергетическому спектру электронов распада. Перейдем поэтому к рассмотрению другой возможности:

$$\mu^+ \to e^+ + \nu + \nu, \quad \mu^- \to e^- + \bar{\nu} + \bar{\nu}. \tag{7.198}$$

В этом случае

$$\mathscr{H}_\mu = \sum_j f_j (\bar{\psi}_e, O_j \psi_\mu)(\psi_\nu C^{-1} O_j \psi_\nu) + \\ + \sum_j f'_j (\bar{\psi}_e, O_j \psi_\mu)(\psi_\nu C^{-1} O_j \gamma_5 \psi_\nu) + \text{Эрм. сопр.} \quad (7.199)$$

Это выражение инвариантно относительно преобразования (7.191), если выполняется условие

$$\gamma_5^T C^{-1} O_j \gamma_5 = -C^{-1} O_j,$$

или (7.200)

$$\gamma_5 O_j \gamma_5 = -O_j;$$

поэтому следует взять комбинацию VA. Благодаря тому что конечное состояние содержит два тождественных нейтрино,

$$(C^{-1} O_j)^T = -C^{-1} O_j,$$

или

$$C^{-1} O_j C = O_j^T. \quad (7.201)$$

Это исключает V-вариант для нейтринной части взаимодействия, и, таким образом,

$$\mathscr{H}_\mu = (f_V \cdot \bar{\psi}_e \gamma_\lambda \psi_\mu - f_A \cdot \bar{\psi}_e \gamma_\lambda \gamma_5 \psi_\mu) \frac{1}{2} (\psi_\nu C^{-1} \gamma_\lambda \gamma_5 \psi_\nu) + \text{Эрм. сопр.} = \\ = (f_V \cdot \bar{\psi}_e \gamma_\lambda \psi_\mu - f_A \cdot \bar{\psi}_e \gamma_\lambda \gamma_5 \psi_\mu)(\psi_R C^{-1} \gamma_\lambda \psi_L) + \text{Эрм. сопр.} \quad (7.202)$$

Взаимодействие (7.202) приводит к следующим схемам распада:

$$\mu^+ \to e^+ + \nu_R + \nu_L \quad \text{и} \quad \mu^- \to e^- + \bar{\nu}_R + \bar{\nu}_L. \quad (7.203)$$

Отсюда ясно, что пока в нашем распоряжении не будет средств, позволяющих отличить правое нейтрино ν_R от правого антинейтрино $\bar{\nu}_R$, мы не сможем обнаружить каких-либо различий между двухкомпонентной и четырехкомпонентной теориями. Появление в теории левовинтового и правовинтового нейтрино объясняет, почему эта теория названа четырехкомпонентной. Нетрудно проверить, что все формулы, полученные в двухкомпонентной теории, можно получить и используя взаимодействие (7.202).

Имеется еще третья возможность:

$$\mu^+ \to e^+ + \bar{\nu}_R + \bar{\nu}_L. \quad (7.204)$$

В настоящее время экспериментальные данные, позволяющие исключить такую возможность, отсутствуют.

5. $\pi - \mu$-распад. Двухкомпонентная и четырехкомпонентная теории приводят к различным предсказаниям также и в случае $\pi - \mu$-распада. Взаимодействия, вызывающие распад π-мезона

и согласующиеся с полученной на опыте спиральностью μ^--мезона, в этих теориях имеют вид

а. Двухкомпонентная теория:

$$\mathcal{H}_{\pi-\mu} \sim \varphi^+ \overline{\psi}_\mu (1+\gamma_5) \psi_\nu \quad \text{для} \quad \pi^- \to \mu^- + \overline{\nu}_R. \tag{7.205}$$

б. Четырехкомпонентная теория:

$$\mathcal{H}_{\pi-\mu} \sim \varphi^+ \overline{\psi}_\mu (1+\gamma_5) C\overline{\psi}_\nu \quad \text{для} \quad \pi^- \to \mu^- + \nu_R. \tag{7.206}$$

В этих соотношениях $\mathcal{H}$ представляет скорее эффективный гамильтониан, чем фундаментальное распадное взаимодействие. Отметим, кстати, что приведенные выше взаимодействия инвариантны относительно γ_5-преобразований (7.136) и (7.191) соответственно.

6. Сохранение числа лептонов. В четырехкомпонентной теории можно ввести гипотезу о сохранении числа лептонов, согласующуюся со всеми известными экспериментами. Назовем e^-, ν и μ^+ лептонами, а e^+, $\overline{\nu}$ и μ^- — антилептонами; тогда лептонное число l, определенное соотношением

$$l = \text{Число } e^-, \nu \text{ и } \mu^+ - \text{ Число } e^+, \overline{\nu} \text{ и } \mu^-, \tag{7.207}$$

будет сохраняющейся величиной. Такое разделение лептонов на частицы и античастицы впервые было предложено Конопинским и Махмудом [63]. Если исходить из эвристического предположения о том, что лептонное число сохраняется, то $\mu - e$-распад должен был бы происходить по схеме

$$\mu^+ \to e^+ + \nu_R + \nu_L, \tag{7.208}$$

а не по схеме

$$\mu^+ \to e^+ + \overline{\nu}_R + \overline{\nu}_L. \tag{7.209}$$

Наиболее общим образом вопрос о сохранении числа лептонов рассмотрел Паули, к работе которого [31] мы и отсылаем читателя. Резюмируя полученные выше предсказания четырехкомпонентной теории, касающиеся схем распадов, имеем

$$\begin{aligned} &n \to p + e^- + \overline{\nu}_R, \\ &\mu^+ \to e^+ + \nu_R + \nu_L, \\ &\pi^+ \to \mu^+ + \overline{\nu}_L, \\ &K^+ \to \mu^+ + \overline{\nu}_L \quad \text{и т. д.} \end{aligned} \tag{7.210}$$

Мы отправлялись от преобразования (7.191), но изложенная теория в действительности инвариантна относительно более

широкой группы непрерывных преобразований, если принять без доказательства закон сохранения числа лептонов:

$$\psi_\nu \to \exp\left(i\alpha \frac{1-\gamma_5}{2}\right)\psi_\nu, \quad \psi_e \to \psi_e, \quad \psi_\mu \to e^{-i\alpha}\psi_\mu. \tag{7.211}$$

Взяв здесь $\alpha=\pi$, мы получим первоначальное дискретное преобразование (7.191). Инфинитезимальный оператор, порождающий эту группу, определяется соотношением

$$M_\mu = \int \psi_\nu^+ \frac{1-\gamma_5}{2}\psi_\nu d^3x - \int \psi_\mu^+\psi_\mu d^3x = \\ = \text{Число } \nu_R \text{ и } \mu^+ - \text{Число } \bar{\nu}_L \text{ и } \mu^-, \tag{7.212}$$

причем последняя величина должна сохраняться. Комбинируя этот закон сохранения с законом сохранения числа лептонов, найдем еще один закон сохранения

$$M_e = \int \psi_\nu^+ \frac{1+\gamma_5}{2}\psi_\nu d^3x + \int \psi_e^+\psi_e d^3x = \\ = \text{Число } \nu_L \text{ и } e^- - \text{Число } \bar{\nu}_R \text{ и } e^+ = \text{Интеграл движения.} \tag{7.213}$$

Таким образом, электроны и μ-мезоны подчиняются различным наборам законов сохранения [1]).

7. Нейтринный эксперимент. Если не вводить дальнейших усложнений, то двухкомпонентная и четырехкомпонентная теории нейтрино представляют собой единственные теории, согласующиеся с законом сохранения числа лептонов. Эти теории можно отличить друг от друга лишь в том случае, когда возможно обнаружить экспериментально различие между нейтрино ν и антинейтрино $\bar{\nu}$. Один из возможных путей обнаружить это различие состоит в исследовании переходов, разрешенных двухкомпонентной теорией и запрещенных четырехкомпонентной (переходов типа рассмотренных в начале этого параграфа). Такие переходы, если они вообще существуют, будут иметь чрезвычайно малую вероятность, что в экспериментальном отношении очень осложняет задачу. Другой способ состоит в исследовании последовательных реакций, подобных упомянутым в конце § 6 этой главы. В качестве примера рассмотрим в рамках двухкомпонентной теории две последовательные реакции:

$$\pi^+ \to \mu^+ + \nu_L, \quad \nu_L + (Z, A) \to (Z+1, A)^* + \begin{cases} e^-, \\ \mu^-. \end{cases} \tag{7.214}$$

---

[1]) См. примечание к стр. 383.

Двухкомпонентная теория разрешает эти процессы, тогда как четырехкомпонентная — полностью запрещает реакцию с образованием электрона. В ней разрешен единственный процесс

$$\pi^+ \to \mu^+ + \bar{\nu}_L, \quad \bar{\nu}_L + (Z, A) \to (Z+1, A)^* + \mu^-. \tag{7.215}$$

Таким образом, различие между двумя обсуждаемыми теориями можно обнаружить, наблюдая процесс образования лептонов во второй из последовательных реакций (7.215).

В эксперименте, выполненном на брукхейвенском ускорителе Колумбийской группой, исследовалось взаимодействие нейтрино высоких энергий с веществом [64]. Пучок нейтрино образовывался в результате распада пионов и небольшой примеси K-мезонов:

$$\pi^\pm \to \mu^\pm + \nu, \quad K^\pm \to \mu^\pm + \nu. \tag{7.216}$$

Этот эксперимент показал, что нейтрино, получавшиеся в процессе (7.216), не вызывают порождения электронов, поэтому весьма вероятно, что эти нейтрино отличаются от образующихся при β-распаде. Ли и Янг [65], Ямагучи [66], а также Каббибо и Гатто [67], используя теорию Ферми слабых взаимодействий, рассчитали эффективное сечение реакций

$$\begin{gathered} \nu + n \to p + e^-, \\ \bar{\nu} + p \to n + e^+ \end{gathered} \tag{7.217}$$

и

$$\begin{gathered} \nu + n \to p + \mu^-, \\ \bar{\nu} + p \to n + \mu^+. \end{gathered} \tag{7.218}$$

В этих расчетах предполагалось, что векторный и аксиально-векторный формфакторы одинаковы, и для векторного формфактора использовалось выражение, полученное в задаче о рассеянии электронов. Было найдено, что при энергиях порядка 1 *Гэв* сечения реакций (7.217) и (7.218) составляют приблизительно 10^{-38} *см*^{2}.

Пучок нейтрино создавался за счет распада вылетающих пионов, которые образовывались в результате облучения бериллиевой мишени пучком протонов с энергией 15 *Гэв*. Результирующий пучок частиц, движущийся в направлении детектора, падал на защитную железную стенку толщиной 13,5 *м*, расположенную на расстоянии 21 *м* от мишени. Взаимодействия нейтрино с веществом наблюдались с помощью десятитонной искровой камеры, которая располагалась за защитной стенкой. Число нейтрино, образующихся в результате распада пионов, а также распада K-мезонов, и их спектр можно было рассчитать с достаточной степенью точности.

Было отмечено 113 случаев взаимодействия. Эти случаи классифицировались следующим образом:

а. 49 коротких одиночных треков. Видимый импульс частиц, если предполагать, что они являются μ-мезонами, был меньше 300 *Мэв/с*. Эти случаи были приписаны фону, обусловленному нейтронами, и в дальнейшем не рассматривались как не удовлетворяющие критериям селекции.

б. 34 «одиночных μ-мезона» с импульсами, превышающими 300 *Мэв/с*.

в. 22 случая вершинного типа. К этому типу относятся такие взаимодействия, при которых из начала исходит более чем один трек.

г. 8 «ливней».

Среди рассматриваемых четырех типов реакций только 56 случаев типа *б* и *в*, соответствующие высоким энергиям, будут в дальнейшем считаться истинными «случаями».

1. Зарегистрированные случаи нельзя отнести на счет космических лучей. Экспериментальное устройство позволяло оценить число случаев, которые можно было бы отнести на счет космических μ-мезонов, составляющих часть фона. Согласно оценкам, из 56 случаев только 5 ± 1 обязаны своим происхождением космическим лучам.

2. Зарегистрированные случаи нельзя отнести на счет реакций, вызванных нейтронами.

а. Точки, в которых начинались все наблюдавшиеся взаимодействия, равномерно распределены по объему искровой камеры. Никаких указаний на существование затухания, обусловленного ядерными взаимодействиями, обнаружено не было.

б. Передняя защитная железная стенка имела такую толщину, что число реакций, вызванных нейтронами, проникшими сквозь нее за время эксперимента, не должно было бы превышать 10^{-4}. Изменяя толщину защитной стенки, можно было изменять вероятность появления нейтронных взаимодействий. Ничего подобного в эксперименте не наблюдалось.

в. Если бы 34 случая минус 5 случаев, обусловленных космическими лучами, т. е. 29 одиночных треков, были бы треками пионов, обязанных своим происхождением нейтронам, то следовало бы ожидать образования по крайней мере 15 нейтральных пионов. Ни одного случая образования одиночного нейтрального пиона зарегистрировано не было.

3. Наблюдавшиеся одиночные частицы мало или совсем не взаимодействовали с ядрами, поэтому предположительно представляли собой μ-мезоны.

4. Наблюдавшиеся реакции вызывались продуктами распада пионов и К-мезонов. Это можно было проверить, изменяя путь, проходимый пучком π-мезонов, и, следовательно, изменяя вероятность их распада. Уменьшение числа регистрируемых случаев оказалось в согласии со сделанным выше утверждением.

Если бы в природе существовали двухкомпонентные нейтрино одного вида, следовало бы ожидать, что реакции (7.217) и (7.218) происходят со сравнимыми вероятностями, поэтому среди зарегистрированных случаев должно было бы быть приблизительно 29 электронных ливней. Никаких определенных доказательств в пользу образования электронов получено не было. Исключение составляют 6 случаев типа *г*, которые можно было бы понимать как возможные электронные ливни. Наиболее правдоподобное объяснение отсутствия электронных ливней состоит в предположении, что нейтрино, связанные с μ-мезонами и образующиеся при π — μ-распаде, отличаются от нейтрино, связанных с электронами и образующихся при β-распаде атомных ядер. Именно такую ситуацию предсказывает четырехкомпонентная теория нейтрино[1]).

Было найдено, что экспериментально измеренные сечения нейтринных взаимодействий согласуются с предсказаниями теории Ферми слабых взаимодействий. Если предположить, что все одиночные μ-мезоны соответствуют «упругому» каналу, а все случаи вершинного типа — неупругому каналу, то окажется, что сечение в неупругом канале при среднем переданном импульсе 350 *Мэв/с* имеет тот же порядок, что и сечение в упругом канале. Кроме того, в ходе эксперимента не было обнаружено никаких определенных указаний на существование промежуточного бозона, масса которого была бы меньше массы нуклона, хотя некоторые случаи вершинного типа не противоречат предположению о такой возможности. Дальнейшие эксперименты позволят выяснить этот вопрос.

§ 9. *Универсальное взаимодействие Ферми*

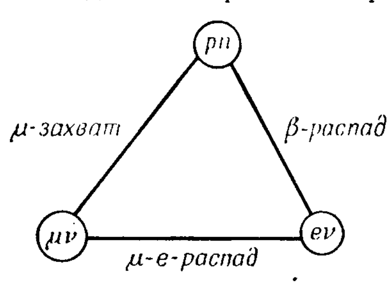
Выше мы рассмотрели свойства четырехфермионных взаимодействий, приводящих к реакциям вида

$$\begin{aligned} n &\to p + e^- + \bar{\nu}, \\ \mu &\to e + \nu + \bar{\nu}, \\ \mu^- + p &\to n + \nu. \end{aligned} \qquad (7.219)$$

[1]) Наряду с Нишиджимой большой вклад в развитие четырехкомпонентной теории нейтрино внес А. А. Соколов (см., например, работы [138*—140*]). — *Прим. перев.*

Хотя в предыдущем параграфе было установлено, что четырехкомпонентная теория более предпочтительна, чем теория двухкомпонентного нейтрино, ниже мы будем пользоваться классификацией, принятой в двухкомпонентной теории. Это объясняется, с одной стороны, соображениями исторического характера, а с другой — тем, что эти теории нельзя отличить друг от друга, когда дело касается одноступенчатых реакций.

Взаимодействия (7.219) рассматриваются как комбинации взаимодействий трех типов фермионных пар, $p\bar{n}$, $\mu^+\nu$ и $e^+\nu$, изображенных на треугольной диаграмме Пуппи (фиг. 76). Три стороны треугольника, связывающие различные пары частиц, представляют четырехфермионные взаимодействия, соответствующие процессам (7.219). Удивительной особенностью этих взаимодействий является то, что для всех трех константы связи приблизительно одинаковы. По этой причине четырехфермионные взаимодействия такого типа называют универсальным взаимодействием Ферми — взаимодействия всех трех фермионных пар между собой характеризуются универсальной константой связи [65—71][1]).



Фиг. 76. Треугольник Пуппи для ферми-взаимодействий.

Предположим, например, что

$$\begin{aligned} \mathscr{H}_\beta &= C\bar{\psi}_p\gamma_\lambda(1+\gamma_5)\psi_n\cdot\bar{\psi}_e\gamma_\lambda(1+\gamma_5)\psi_\nu + \text{Эрм. сопр.}; \\ \mathscr{H}_\mu &= E\bar{\psi}_\nu\gamma_\lambda(1+\gamma_5)\psi_\mu\cdot\bar{\psi}_e\gamma_\lambda(1+\gamma_5)\psi_\nu + \text{Эрм. сопр.} \end{aligned} \tag{7.220}$$

В таком случае времена жизни нейтрона и μ-мезона будут равны

$$\frac{1}{\tau_n} = \frac{0{,}94}{15\pi^3}\Delta^5|C|^2, \quad \Delta = M_n - M_p, \tag{7.221}$$

и

$$\frac{1}{\tau_\mu} = \frac{1}{96\pi^3}m_\mu^5|E|^2. \tag{7.222}$$

---

[1]) Обширный обзор относящихся сюда вопросов можно найти в статье Гелл-Манна и Розенфельда [71].

Используя теперь известные значения времен жизни нейтрона и μ-мезона, получаем:

$$|C|\, m_\pi^2 \approx |E|\, m_\pi^2 \approx 1{,}6 \cdot 10^{-7}. \qquad (7.223)$$

Чтобы выяснить вопрос об универсальности, следует в каждом из этих случаев более подробно выяснить характер связи.

1. **β-распад**[1]. В § 7 этой главы мы выяснили, что β-распадное взаимодействие представляет комбинацию V- и A-вариантов, а соответствующий гамильтониан в наиболее общем виде дается выражением

$$\mathscr{H}_\beta = (C_V \overline{\psi}_p \gamma_\lambda \psi_n - C_A \overline{\psi}_p \gamma_\lambda \gamma_5 \psi_n)\, \overline{\psi}_e \gamma_\lambda (1 + \gamma_5)\, \psi_\nu + \text{Эрм. сопр.} \qquad (7.224)$$

Для определения констант C_V и C_A наиболее целесообразны эксперименты по распаду поляризованных нейтронов. Теория этого вопроса была разработана Джексоном, Трейманом и Уайлдом [73, 74]. Дифференциальная вероятность распада поляризованного нейтрона определяется выражением

$$\frac{dw}{dE_e\, d\Omega_e\, d\Omega_\nu} = \frac{1}{(2\pi)^5}\, p_e E_e (E_{\text{макс}} - E_e)^2 \cdot \xi \times$$
$$\times \left[1 + a\,\frac{\mathbf{p}_e \cdot \mathbf{p}_\nu}{E_e \cdot E_\nu} + \langle \boldsymbol{\sigma}_n \rangle \left(A\,\frac{\mathbf{p}_e}{E_e} + B\,\frac{\mathbf{p}_\nu}{E_\nu} + D\,\frac{\mathbf{p}_e \times \mathbf{p}_\nu}{E_e E_\nu}\right)\right], \qquad (7.225)$$

где

$$\begin{aligned}
\xi &= 2\,(|C_V|^2 + 3\,|C_A|^2),\\
a &= \frac{|C_V|^2 - |C_A|^2}{|C_V|^2 + 3\,|C_A|^2},\\
A &= -\,\frac{2\left(|C_A|^2 + \operatorname{Re}(C_V C_A^*)\right)}{|C_V|^2 + 3\,|C_A|^2},\\
B &= \frac{2\left(|C_A|^2 - \operatorname{Re}(C_V C_A^*)\right)}{|C_V|^2 + 3\,|C_A|^2},\\
D &= -\,\frac{2\operatorname{Im}(C_V C_A^*)}{|C_V|^2 + 3\,|C_A|^2}.
\end{aligned} \qquad (7.226)$$

В частности, если D велико, то это указывает на нарушение инвариантности теории относительно обращения времени [75, 76]. Измерения в случае распада поляризованных нейтронов были выполнены Берджи с сотр. [77—78]. Они нашли, что

[1]) Обсуждение вопросов, связанных с определением вида β-распадного взаимодействия, см., например, в книге Джексона [72, гл. 9].

$$A = -0{,}09 \pm 0{,}03 \quad \text{(более позднее значение } -0{,}11 \pm 0{,}02\text{)},$$
$$B = 0{,}88 \pm 0{,}15, \tag{7.227}$$
$$D = -0{,}04 \pm 0{,}07.$$

Это значение согласуется с предположением, что $C_V \approx -C_A$ и что $|C_A|$ несколько больше, чем $|C_V|$. Время жизни свободного нейтрона определяется выражением

$$\frac{1}{\tau_n} = \frac{0{,}94}{60\pi^3} \Delta^5 (|C_V|^2 + 3|C_A|^2). \tag{7.228}$$

Оно также может служить для определения абсолютной величины констант связи. Поскольку $C_A \approx -C_V$, рассматриваемую теорию называют $V - A$-вариантом. Она была независимо предложена несколькими авторами [79—81]. Пусть

$$x = -\frac{C_A}{C_V}. \tag{7.229}$$

Если предположить, что x — действительная величина, то ее можно определить из соотношения

$$A = -\frac{2x(x-1)}{1+3x^2} = -0{,}11 \pm 0{,}02, \tag{7.230}$$

откуда для x следует значение

$$x = 1{,}25 \pm 0{,}04. \tag{7.231}$$

Фейнман и Гелл-Манн [79] предложили записывать гамильтониан β-распада следующим образом:

$$\mathscr{H}_\beta = \frac{G}{\sqrt{2}} [\bar{\psi}_p \gamma_\lambda (1 + x\gamma_5) \psi_n \cdot \bar{\psi}_e \gamma_\lambda (1 + \gamma_5) \psi_\nu + \\ + \bar{\psi}_n \gamma_\lambda (1 + x\gamma_5) \psi_p \cdot \bar{\psi}_\nu \gamma_\lambda (1 + \gamma_5) \psi_e], \tag{7.232}$$

где константа связи G — действительная величина. Константы C_V и C_A можно выразить через G и x:

$$C_V = \frac{G}{\sqrt{2}}, \quad C_A = -\frac{xG}{\sqrt{2}}. \tag{7.233}$$

Константу взаимодействия G можно определить, зная время жизни нейтрона и величину параметра x; однако существует и другой способ определения G, не зависящий от значения x. Рассмотрим процесс распада

$$O^{14} \to N^{14*} + e^+ + \nu. \tag{7.234}$$

Оба ядра O^{14} и N^{14*} имеют спины, равные нулю, и положительную четность. Кроме того, как было выяснено в § 2 гл. 3, ядра

C^{14}, N^{14*} и O^{14} образуют зарядовый триплет. Поскольку процесс (7.234) представляет $0^+ \to 0^+$-переход, аксиальновекторное взаимодействие вообще не дает вклада в этот процесс, и соответствующая амплитуда перехода имеет вид

$$\int d^4x \langle N^{14*} e^+ \nu | \mathscr{H}_3(x) | O^{14} \rangle =$$
$$= \frac{G}{\sqrt{2}} \int d^4x e^{i(P_i - P_f)x} \langle N^{14*} | \bar{\psi}_n(0) \gamma_\lambda \psi_p(0) | O^{14} \rangle \times$$
$$\times \langle e^+ \nu | \bar{\psi}_\nu(0) \gamma_\lambda (1 + \gamma_5) \psi_e(0) | o \rangle. \quad (7.235)$$

Здесь нуклонные операторы записаны в гейзенберговском представлении, а P_i и P_f суть полные 4-импульсы начального и конечного состояний соответственно. В дальнейшем мы для краткости будем опускать аргумент (0) у полевых операторов.

Предполагая, что для рассматриваемой триады имеет место зарядовая независимость, получаем:

$$\langle N^{14*} | \bar{\psi}\gamma_\lambda \tau \psi | O^{14} \rangle = \sqrt{2} \left\langle O^{14} \left| \bar{\psi}\gamma_\lambda \frac{\tau_3}{2} \psi \right| O^{14} \right\rangle, \quad (7.236)$$

где $\tau = {}^1/_2 (\tau_1 - i\tau_2)$. Подставляя это выражение в (7.235) и пренебрегая различием масс ядер O^{14} и N^{14*}, найдем для амплитуды (7.235) выражение

$$G \int d^4x e^{i(P_i - P_f)x} \left\langle O^{14} \left| \bar{\psi}\gamma_\lambda \frac{\tau_3}{2} \psi \right| O^{14} \right\rangle \times$$
$$\times \langle e^+ \nu | \bar{\psi}_\nu \gamma_\lambda (1 + \gamma_5) \psi_e | o \rangle. \quad (7.237)$$

Интегрирование по d^4x дает четырехмерную δ-функцию. Для дальнейших расчетов необходимо знать ядерный матричный элемент или как-то оценить интеграл. Фейнман и Гелл-Манн [79] и еще раньше Герштейн и Зельдович [82] на основании ряда теоретических соображений предположили, что полное β-распадное взаимодействие имеет вид

$$-i \frac{G}{\sqrt{2}} (\mathscr{I}_\lambda^\dagger \cdot \psi_e \gamma_\lambda (1 + \gamma_5) \psi_\nu + \mathscr{I}_\lambda \cdot \psi_\nu \gamma_\lambda (1 + \gamma_5) \psi_e) +$$
$$+ \text{Аксиальновекторное взаимодействие}, \quad (7.238)$$

где

$$\mathscr{I}_\lambda = \mathscr{I}_\lambda^{(1)} - i\mathscr{I}_\lambda^{(2)}, \quad \mathscr{I}_\lambda^\dagger = \mathscr{I}_\lambda^{(1)} + i\mathscr{I}_\lambda^{(2)}, \quad (7.239)$$

а $\mathscr{I}_\lambda^{(1)}$; $\mathscr{I}_\lambda^{(2)}$ и $\mathscr{I}_\lambda^{(3)}$ — три компоненты плотности изоспинового тока $\hat{\mathscr{I}}_\lambda$. Полный изоспин определяется выражением

$$\hat{I} = \int \hat{\mathscr{I}}_0 d^3x. \quad (7.240)$$

Закон сохранения изоспина выражается условием

$$\frac{\partial \hat{\mathcal{J}}_\lambda}{\partial x_\lambda} = 0. \qquad (7.241)$$

Таким образом, в более подробной записи амплитуда распада принимает вид

$$-iG \int d^4x \langle O^{14} | \mathcal{J}_\lambda^{(3)}(0) | O^{14} \rangle \langle e^+\nu | \bar{\psi}_\nu \gamma_\lambda (1+\gamma_5) \psi_e | o \rangle e^{i(P_i - P_f)x}. \qquad (7.242)$$

Так как в процессе (7.234) переданный импульс чрезвычайно мал, мы можем рассматривать $\langle O^{14} | \mathcal{J}_\lambda^{(3)} | O^{14} \rangle$ как диагональный матричный элемент; поэтому

$$\langle O^{14} | \mathcal{J}_0^{(3)} | O^{14} \rangle = \frac{1}{V} \langle O^{14} | I_3 | O^{14} \rangle. \qquad (7.243)$$

(Здесь V — нормировочный объем). В системе покоя ядра O^{14}

$$\langle O^{14} | \mathcal{J}_\lambda^{(3)} | O^{14} \rangle = \frac{1}{V} \begin{cases} 0 & \text{для } \lambda = 1, 2, 3, \\ 1 & \text{для } \lambda = 0. \end{cases} \qquad (7.244)$$

Таким образом, амплитуда распада известна полностью, и константу векторного взаимодействия G можно определить, не беспокоясь о ядерных матричных элементах. Экспериментально этот процесс был изучен Бромли с сотр. [83]. Используя их результаты, Фейнман и Гелл-Манн для константы G получили значение

$$G = (1{,}41 \pm 0{,}01) \cdot 10^{-49} \text{ эрг} \cdot \text{см}^3 = (1{,}01 \pm 0{,}01) \cdot 10^{-5}/M_p^2, \qquad (7.245)$$

где M_p — масса протона. Более поздние эксперименты Бардина с сотр. [84] по измерению величины ft для ядра O^{14} дали значение [1])

$$ft = 3075 \pm 10. \qquad (7.246)$$

Отсюда для константы G было получено значение

$$G = (1{,}4025 \pm 0{,}0022) \cdot 10^{-49} \text{ эрг} \cdot \text{см}^3. \qquad (7.247)$$

Это число следует сравнить со значением константы связи для $\mu - e$-распада, $G_{\mu-e} = (1{,}4312 \pm 0{,}0011) \cdot 10^{-49}$ *эрг* · *см*^{3}, которое мы выведем в следующем разделе.

[1]) По поводу определеиия величины ft см. книгу [85] гл. 8, а также работу Конопинского [86].

Исходя из аналогии между β-распадным взаимодействием и электродинамикой, Гелл-Манн [87] указал, что гипотезу о сохранении векторного тока можно проверить путем сравнения поправок первого порядка запрета к ферми-взаимодействию с такими поправками для электромагнитного взаимодействия, например $(J,\ \Pi) = 1^+,\ I = 1 \to (J,\ \Pi) = 0^+,\ I = 0$.

Кроме того, матричный элемент для распада

$$\pi^+ \to \pi^0 + e^+ + \nu \tag{7.248}$$

может быть получен точно таким же образом, как для распада ядра O^{14}, и можно рассчитать вероятность этого распада. Относительная вероятность распада (7.248) и основной схемы распада $\pi \to \mu + \nu$ оказывается равной

$$\frac{(\pi^+ \to \pi^0 + e^+ + \nu)}{(\pi^+ \to \mu^+ + \nu)} \approx 10^{-8}. \tag{7.249}$$

Приведем результаты последних измерений:

$$\begin{aligned} &\text{CERN [88]:} \quad (1{,}7 \pm 0{,}5) \cdot 10^{-8} \ (14 \text{ случаев}),\\ &\text{Дубна [89]:} \quad (1{,}1^{+1{,}0}_{-0{,}5}) \cdot 10^{-8} \ (4 \text{ случая}),\\ &\text{Беркли [90]:} \quad (2{,}0 \pm 0{,}6) \cdot 10^{-8} \ (10 \text{ случаев}). \end{aligned} \tag{7.250}$$

2. $\mu - e$-распад. В § 7 $\mu - e$-распад описывался формулой (7.175), однако его гамильтониан удобнее записать в виде

$$\mathscr{H}_\mu = \frac{G}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_\nu \gamma_\lambda (1 + \gamma_5) \psi_\mu \cdot \bar{\psi}_e \gamma_\lambda (1 + \gamma_5) \psi_\nu + \text{Эрм. сопр.}, \tag{7.251}$$

где $|f_V| = \sqrt{2}G$. Эта запись удобнее с точки зрения диаграммы Пуппи, эквивалентность же этих двух форм записи можно установить, заметив, что только они инвариантны при любом способе спаривания лептонов относительно следующих четырех γ_5-преобразований:

$$\begin{aligned} &а. \quad \psi_\nu \to \gamma_5 \psi_\nu,\\ &б. \quad \bar{\psi}_\nu \to -\bar{\psi}_\nu \gamma_5,\\ &в. \quad \bar{\psi}_e \to -\bar{\psi}_e \gamma_5,\\ &г. \quad \psi_\mu \to \gamma_5 \psi_\mu. \end{aligned} \tag{7.252}$$

Гипотеза универсального взаимодействия Ферми предполагает, что мы должны взять ту же константу G, что и в β-распаде. С помощью формулы

$$\tau(\mu) = \frac{192\pi^3}{G^2 m_\mu^5} = (2{,}26 \pm 0{,}04) \cdot 10^{-6} \ \textit{сек} \tag{7.253}$$

Фейнман и Гелл-Манн получили довольно хорошее согласие с экспериментальным временем жизни μ-мезона. Используя последнее значение константы G, Фейнман [91] [1]) нашел для времени жизни τ-мезона величину

$$\tau(\mu) = (2{,}251 \pm 0{,}012) \cdot 10^{-6} \text{ сек.} \tag{7.254}$$

По данным, сообщенным на Рочестерской конференции 1960 г., экспериментальное значение времени жизни μ-мезона равно

$$\tau(\mu)_{\text{эксп}} = (2{,}212 \pm 0{,}001) \cdot 10^{-6} \text{ сек.} \tag{7.255}$$

Эти два значения согласуются между собой с точностью до нескольких сотых микросекунды. Фейнман рассмотрел возможные источники этого отклонения, в частности радиационные поправки, обусловленные электромагнитными взаимодействиями; однако эти поправки как будто имеют неправильный знак (см. [92, 93]).

3. μ-Захват. В настоящее время наши сведения о процессе μ-захвата значительно беднее, чем о β-распаде и μ — e-распаде. Это связано с целым рядом трудностей, возникающих при изучении μ-захвата.

а. Изучению фундаментального процесса

$$\mu^- + p \to n + \nu \tag{7.256}$$

мешает то обстоятельство, что в жидком водороде под действием μ-мезонов происходит сложный процесс ядерного синтеза [2]).

б. В отличие от β-распада ядерные матричные элементы процеса (7.256) не известны даже в предположении сохранения векторного тока, так как здесь переданный импульс из-за большой массы μ-мезона довольно велик.

в. Вероятность μ-захвата зависит от относительной ориентации спинов μ-мезона и ядра [95, 96]. Обзор различных вопросов, связанных с процессом μ-захвата, имеется в докладах Телегди и Волфенштейна на Рочестерской конференции 1960 г., к которым мы и отсылаем читателя. В настоящее время можно только сказать, что никакой эксперимент не противоречит гипотезе универсального взаимодействия Ферми, которая требует, чтобы гамильтониан μ-захвата имел вид

$$\mathscr{H}_\mu = \frac{G}{\sqrt{2}} \left[\bar{\psi}_n \gamma_\lambda (1 + x\gamma_5) \psi_p \cdot \bar{\psi}_\nu \gamma_\lambda (1 + \gamma_5) \psi_\mu + \text{Эрм. сопр.}\right], \tag{7.257}$$

где G — константа связи, определенная для β-распада.

---

[1]) Фейнман [91] взял для O^{14} следующие значения параметров: $\tau(O^{14}) = 71{,}1$ *сек*, $ft = 3071 \pm 16$, $G = (1{,}415 \pm 0{,}004) \cdot 10^{-49}$ *эрг* $\cdot$ *см*^{3}.

[2]) Теория этого вопроса изложена в работе Вайнберга [94].

Сравнительное исследование процессов β-распада и μ-захвата проводилось неоднократно. В частности, особенно тщательно изучались два следующих перехода:

$$\begin{aligned} \mu^- + C^{12} &\to B^{12} + \nu, \\ B^{12} &\to C^{12} + e^- + \bar{\nu}. \end{aligned} \tag{7.258}$$

Эти процессы принадлежат к разрешенным переходам Гамова — Теллера. Согласно данным, полученным в CERNe [97], вероятность захвата в этом случае равна

$$\text{Вероятность } \mu\text{-захвата} = (9{,}2 \pm 0{,}5) \cdot 10^3 \textit{ сек}^{-1}. \tag{7.259}$$

Волфенштейн [98] рассмотрел этот случай теоретически и нашел, что

$$G_A(\mu\text{-захват}) = (1{,}16 \pm 0{,}22)\, G_A(\beta\text{-распад}), \tag{7.260}$$

где $G_A = -xG_V = -xG$ [1]). Так как ядерные матричные элементы для μ-захвата относительно малоизвестны, при выводе последнего соотношения были сделаны некоторые упрощающие предположения.

Для определения величины параметра x использовалась зависимость вероятности захвата от относительной ориентации спинов μ-мезонов и ядра. Основное состояние мезоатома, ядро которого имеет спин I, представляет собой сверхтонкий дублет $J = I \pm {}^1/_2$. Обозначим соответствующие вероятности захвата через $\Lambda_\pm$. Для мезоводорода $(p - \mu)$ имеет место соотношение

$$\frac{\Lambda_-}{\Lambda_+} = \frac{\text{Вероятность захвата из синглетного состояния}}{\text{Вероятность захвата из триплетного состояния}} = \left(\frac{1+3x}{1-x}\right)^2. \tag{7.261}$$

Следовательно, при $x \approx 1$, что соответствует V—A-варианту, должно наблюдаться существенное различие вероятностей захвата. В случае легких ядер с зарядом Ze и с единственным протоном вне остова (спин остова равен нулю) этот эффект должен быть пропорционален Z^{-1}. Для определения рассматриваемой спиновой зависимости Каллиган с сотр. [99] [2]) измеряли временную зависимость вероятности испускания нейтральных продуктов (нейтроны или γ-лучи) при захвате μ-мезона ядрами $_9F^{19}$. Их результаты сводятся к тому, что

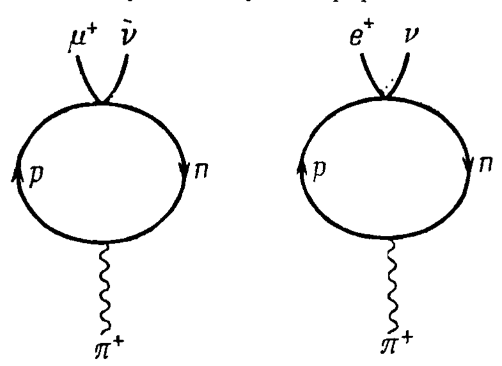
$$x \approx 1. \tag{7.262}$$

[1]) Обычно через x обозначают величину G_A/G_V, однако мы будем придерживаться данного определения, чтобы параметр x был положителен.

[2]) Дальнейшее обсуждение этого вопроса можно найти в работе Телегди [100].

Разумеется, они не смогли осуществить идентификацию связей Ферми и Гамова — Теллера с V- и A-связями, однако если предположить, что это действительно так, то их результаты весьма убедительно свидетельствуют в пользу $V-A$-варианта.

Следует отметить, что в последнее время весьма сильно продвинулись вперед экспериментальные исследования фундаментального процесса (7.256) [101—103], и можно надеяться, что изучение его даст новую важную информацию.



Фиг. 77. Диаграммы Фейнмана для распадов $\pi^+ \to \mu^+ + \nu$ и $\pi^+ \to e^+ + \nu$.

Косвенное подтверждение справедливости соотношения

$$G_A(\mu\text{-захват}) = G_A(\beta\text{-распад}) \qquad (7.263)$$

можно получить, предполагая, что и $\pi-\mu$- и $\pi-e$-распады обусловлены сильным πN-взаимодействием и универсальным взаимодействием Ферми, как это показано на диаграммах Фейнмана фиг. 77. Амплитуда, соответствующая этим распадам, имеет вид

$$\frac{G}{\sqrt{2}}\langle 0|\bar{\psi}_n\gamma_\lambda(1+x\gamma_5)\psi_p|\pi^+\rangle\langle l^+\nu|\bar{\psi}_\nu\gamma_\lambda(1+\gamma_5)\psi_l|0\rangle =$$
$$= \frac{xG}{\sqrt{2}}\langle 0|\bar{\psi}_n\gamma_\lambda\gamma_5\psi_p|\pi^+\rangle\langle l^+\nu|\bar{\psi}_\nu\gamma_\lambda(1+\gamma_5)\psi_l|0\rangle, \qquad (7.264)$$

где символ l^+ стоит вместо μ^+ или e^+. Очевидно, что благодаря лоренц-инвариантности теории матричный элемент $\langle 0|\bar{\psi}_n\gamma_\lambda\gamma_5\psi_p|\pi^+\rangle$ должен быть пропорционален 4-импульсу пиона P_λ, поэтому эффективное взаимодействие для этого процесса можно записать следующим образом:

$$\frac{xG}{\sqrt{2}}\bar{\psi}_\nu\gamma_\lambda(1+\gamma_5)\psi_l\frac{\partial\varphi}{\partial x_\lambda}\times\text{const}, \qquad (7.265)$$

Мультипликативная константа, входящая в (7.265), определяется сильными взаимодействиями. Следовательно, если предположить, что константа xG или G_A в случае μ-захвата та же самая, что и в случае β-распада, то для относительной вероятности

$$\frac{(\pi^+ \to e^+ + \nu)}{(\pi^+ \to \mu^+ + \nu)} \tag{7.266}$$

мы получим (см. § 8 гл. 4) выражение

$$\left(\frac{m_e}{m_\mu}\right)^2 \left(\frac{m_\pi^2 - m_e^2}{m_\pi^2 - m_\mu^2}\right)^2 = 1{,}29 \cdot 10^{-4}. \tag{7.267}$$

Рудерман и Финкельштейн [104] впервые заметили, что приведенные выше аргументы сохраняют силу вне зависимости от предположений о структуре сильных взаимодействий. По данным последних измерений [105], эта относительная вероятность равна $(1{,}21 \pm 0{,}07) \cdot 10^{-4}$; небольшое различие между теорией и экспериментом можно отнести на счет радиационных поправок [106, 107].

В заключение этого параграфа отметим, что предположение об универсальности взаимодействия Ферми не противоречит ни одному из известных нам экспериментов и выполняется с точностью до нескольких процентов.

§ 10. Гиперонные распады

Измерения кинематических характеристик гиперонных распадов представляют собой весьма полезный способ изучения кинематических свойств гиперонов. Ниже мы обсудим методы, с помощью которых можно определить спины гиперонов.

1. **Метод Адера** [108]. Предположим, что Λ-гипероны после образования движутся в направлении вперед или назад, и будем измерять угловое распределение пионов в последовательных реакциях

$$\pi^- + p \to \Lambda^0 + K^0, \qquad \Lambda^0 \to p + \pi^-. \tag{7.268}$$

Выберем направление движения первоначального пучка за ось z так, чтобы z-компонента относительного момента L_z в начальном состоянии равнялась нулю, а z-компонента полного момента была равна

$$J_z = L_z + S_z(\text{протон}) = S_z(\text{протон}) = \pm\frac{1}{2}. \tag{7.269}$$

В случае, когда Λ-гиперон вылетает в направлении вперед или назад, z-компонента относительного момента Λ-гиперона и

K-мезона обращается в нуль; отсюда, предполагая, что спин K-мезона равен нулю, получаем

$$J_z = S_z(\Lambda) = \pm \frac{1}{2}. \tag{7.270}$$

Следовательно, при распаде Λ-гиперона на $p+\pi^-$ полный момент системы должен равняться спину Λ-гиперона S в той системе отсчета, в которой гиперон покоится, а z-компонента принимает значения $+{}^1/_2$ или $-{}^1/_2$ в зависимости от того, как был направлен спин протона в начальном состоянии. Если обозначить относительный орбитальный момент π^--мезона и протона, образующихся при распаде Λ^0-гиперона, через l, то угловое распределение продуктов распада будет определяться волновой функцией

$$\mathcal{Y}^M_{Sl^1/_2} = \sum_{m,\, m'} C_{l^1/_2}(S,\ M;\ m,\ m') Y^m_l(\theta,\ \varphi)\, \sigma(m'), \tag{7.271}$$

где

$$\sigma\left(\frac{1}{2}\right) = \alpha, \quad \sigma\left(-\frac{1}{2}\right) = \beta$$

— два возможных спиновых состояния протона распада. В силу изложенных соображений $M = \pm{}^1/_2$. Кроме того, при данном значении S величина l может принимать два значения:

$$S = l \pm \frac{1}{2}. \tag{7.272}$$

При гиперонном распаде четность не сохраняется, поэтому допустимы оба значения l, однако, если протоны мишени не поляризованы, то интерференционный член должен исчезнуть. В выражении (7.271) θ означает угол между осью z и импульсом пиона в системе покоя Λ^0-гиперона.

Таким образом, угловое распределение дается формулой

$$\sum_{M = \pm \frac{1}{2}} |\mathcal{Y}^M_{Sl^1/_2}|^2. \tag{7.273}$$

Оно определяется вполне однозначно, если задан спин Λ-гиперона:

Спин Λ	Угловое распределение
$\frac{1}{2}$	1
$\frac{3}{2}$	$1 + 3\cos^2\theta$
$\frac{5}{2}$	$1 - 2\cos^2\theta + 5\cos^4\theta$

(7.274)

В действительности мы не можем наблюдать рождение Λ-частиц, движущихся строго вперед, но всегда имеем дело с конечными углами; однако, если углы не слишком велики, можно использовать приведенные выше соображения. Эксперименты по определению спинов Λ- и Σ^--гиперонов были выполнены Эйслером с сотр. [109]; оказалось, что оба гиперона имеют спины $^1/_2$.

2. Способ Треймана [110]. Способ Адера можно распространить на процесс захвата

$$K^- + p \rightarrow Y + \pi, \quad Y \rightarrow N + \pi. \tag{7.275}$$

По данным группы Альвареца распад $\Sigma^\pm$-гиперона изотропен, поэтому спин Σ-гиперона равен $^1/_2$.

3. Асимметрия в направлении вверх — вниз [111]. В § 3 этой главы мы выяснили, что изучение последовательных процессов образования и распада гиперонов

$$\pi^- + p \rightarrow Y + K, \quad Y \rightarrow N + \pi \tag{7.276}$$

оказывается весьма полезным для выяснения вопроса о нарушении четности в слабых взаимодействиях. Здесь мы рассмотрим эту проблему более подробно. На ранней стадии экспериментов процессы образования гиперонов исследовались при сравнительно низких энергиях, лишь немного превышающих порог образования. Поэтому можно считать, что для $Y+K$-системы существенны только S- и P-волны. Следуя методу, изложенному в § 2 гл. 4, нетрудно показать, что угловое распределение описывается формулой

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |a + b\cos\theta|^2 + |c|^2 \sin^2\theta. \tag{7.277}$$

Ее нетрудно вывести, если не заменять R на $[\exp(2i\delta) - 1]$ (в этом случае мы имеем дело с неупругим процессом). Первый член в (7.277) обусловлен вкладом от той части амплитуды, которая не зависит от изменения направления спина, второй же член обусловлен обращением спина. Рассуждения, приведенные в § 3 гл. 4, можно применить для вычисления поляризации гиперона в направлении вектора $\mathbf{p}_{in} \times \mathbf{p}_Y$, где $\mathbf{p}_{in}$ — импульс падающего пиона, а $\mathbf{p}_Y$ — импульс образующегося гиперона. Результат имеет вид

$$P(\theta)\frac{d\sigma}{d\Omega} = 2\sin\theta \operatorname{Im}[c^*(a + b\cos\theta)]. \tag{7.278}$$

Необходимо отметить, что пока в процессе образования гиперона четность не нарушается, поляризация его будет скорее поперечной, чем продольной. Поляризация $P(\theta)$ определяется

выражением

$$P(\theta)=\langle\sigma_Y\rangle\frac{\mathbf{p}_{\text{in}}\times\mathbf{p}_Y}{|\mathbf{p}_{\text{in}}\times\mathbf{p}_Y|}. \qquad (7.279)$$

Модуль этого выражения не может превышать единицу.

Если четность в процессе распада гиперона нарушается, то указанную поперечную поляризацию можно обнаружить, наблюдая асимметрию относительно направления вверх — вниз. В этом случае амплитуду распада гиперона со спином $^1/_2$ на нуклон и пион в наиболее общем случае можно записать следующим образом:

$$\bar{u}(p)(A+B\gamma_5)u(P), \qquad (7.280)$$

где $u(p)$ и $u(P)$ — дираковские четырехкомпонентные спиноры, описывающие нуклон и гиперон соответственно. Однако для дальнейшего удобнее выразить амплитуду распада (как это делалось и раньше) через двухкомпонентные спиноры.

Если пользоваться дираковскими матрицами ρ и σ:

$$\gamma_k=\rho_2\sigma_k,\quad \gamma_4=\rho_3,\quad \gamma_5=-\rho_1$$

и $\qquad (7.281)$

$$\alpha_k=\rho_1\sigma_k,\quad \beta=\rho_3\quad (k=1,\ 2,\ 3),$$

то, как хорошо известно, унитарный оператор $U(p)$, определенный соотношением

$$U(p)=\cos\left(\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{p}{m}\right)+i\rho_2\frac{\sigma\mathbf{p}}{p}\sin\left(\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{p}{m}\right), \qquad (7.282)$$

преобразует решение $u(p)$ свободного уравнения Дирака в двухкомпонентный спинор $\chi(p)$:

$$U(p)u(p)=\chi(p)=\begin{pmatrix}a\\ \underline{b}\\ 0\\ 0\end{pmatrix}. \qquad (7.283)$$

Следовательно, полагая $u(p)=U(p)^{-1}\chi(p)$, можно выразить амплитуду распада через двухкомпонентные спиноры. Преобразованная таким образом амплитуда распада в общем случае имеет вид

$$\chi^*(p)\left(a_s+a_p\frac{\sigma\cdot\mathbf{p}_{\text{out}}}{p_{\text{out}}}\right)\chi(P), \qquad (7.284)$$

где $\mathbf{p}_{\text{out}}$ — импульс образующегося при распаде пиона. Таким образом, матрица, описывающая распад, дается выражением

$$M = a_s + a_p \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}_{\text{out}}}{p_{\text{out}}}. \qquad (7.285)$$

Выберем в качестве оси z направление вектора $[\mathbf{p}_{\text{in}} \times \mathbf{p}_Y]$ и предположим, что гиперон полностью поляризован вдоль этого направления. Тогда $\chi(P)$ представляет состояние $\sigma(+1/2)$, а $M\sigma(+1/2)$ дается выражением

$$M\sigma\left(+\frac{1}{2}\right) = [a_s + a_p(\sigma_x \sin\theta \cos\varphi + \sigma_y \sin\theta \sin\varphi + \sigma_z \cos\theta)]\,\sigma\left(+\frac{1}{2}\right) = (a_s + a_p \cos\theta)\,\sigma\left(+\frac{1}{2}\right) + a_p \sin\theta e^{i\varphi}\sigma\left(-\frac{1}{2}\right), \qquad (7.286)$$

где θ и φ — полярные углы вектора $\mathbf{p}_{\text{out}}$, а $\sigma(-1/2)$ соответствует состоянию, в котором спин направлен вниз. Угловое распределение пионов распада определяется формулой

$$|a_s + a_p \cos\theta|^2 + |a_p|^2 \sin^2\theta = |a_s|^2 + |a_p|^2 + 2\,\mathrm{Re}\left(a_s a_p^*\right)\cos\theta \sim 1 + \alpha\cos\theta. \qquad (7.287)$$

Здесь параметр α, называемый параметром асимметрии, определяется соотношением

$$\alpha = \frac{2\,\mathrm{Re}\left(a_s a_p^*\right)}{|a_s|^2 + |a_p|^2}. \qquad (7.288)$$

Так как на практике гиперон обычно поляризован не полностью, угловое распределение имеет вид

$$1 + \alpha P \cos\theta, \qquad (7.289)$$

где P — поперечная поляризация гиперона, определенная по (7.279). В дальнейшем мы будем писать ξ вместо $\cos\theta$, во избежание применения буквы θ для различных углов; таким образом,

$$\xi = \frac{\mathbf{p}_{\text{In}} \times \mathbf{p}_Y}{|\mathbf{p}_{\text{In}} \times \mathbf{p}_Y|} \frac{\mathbf{p}_{\text{out}}}{|\mathbf{p}_{\text{out}}|}. \qquad (7.290)$$

В новых обозначениях для асимметрии относительно направления вверх — вниз будем иметь

$$\frac{(\text{вверх})}{(\text{вниз})}=\frac{\int\limits_0^1 (1+\alpha P\xi)\,d\xi}{\int\limits_1^0 (1+\alpha P\xi)\,d\xi}=\frac{1+\frac{1}{2}\alpha P}{1-\frac{1}{2}\alpha P}. \tag{7.291}$$

Прямому измерению параметра асимметрии мешает присутствие множителя P, так что определить α из измерений асимметрии вверх — вниз не удается, пока неизвестна поляризация P.

Экспериментальные данные, касающиеся параметра асимметрии, мы приводим по сообщению Шварца [112] на Рочестерской конференции 1960 г., а также по работе Корка с сотр. [113].

а. Λ-распад. В работе [113] изучался распад Λ^0-гиперонов, порожденных в реакции

$$\pi^+ + d \to K^+ + \Lambda^0 + p \tag{7.292}$$

(импульс падающих пионов составлял 1,00 *Гэв/с*). По данным Корка с сотр. [113],

$$\frac{\alpha(\Lambda^0 \to n+\pi^0)}{\alpha(\Lambda^0 \to p+\pi^-)}=1{,}10 \pm 0{,}27. \tag{7.293}$$

В предположении, что выполняется правило отбора $|\Delta I|={}^1/_2$, амплитуды соответствующих распадов должны удовлетворять соотношению (6.134) как для S-, так и для P-расстояний, поэтому следует ожидать, что

$$\alpha(\Lambda^0 \to n+\pi^0)=\alpha(\Lambda^0 \to p+\pi^-). \tag{7.294}$$

Приведенные выше экспериментальные данные согласуются с этим предсказанием. В той же работе было найдено, что $\alpha\bar{P}=0{,}60\pm0{,}13$, где $\bar{P}$ — средняя поляризация Λ-гиперона. Это указывает, что абсолютная величина параметра весьма велика и очень близка к максимальному значению — единице.

б. Распад Σ-гиперона. В этой же работе были измерены параметры, характеризующие асимметрию распадов Σ-гиперонов. В результате исследования процесса

$$\pi^+ + p \to \Sigma^+ + K^+$$

при начальном импульсе пионов 1,13 *Гэв/с* было найдено, что

$$\alpha\bar{P}(\Sigma^+ \to n+\pi^+) = 0{,}03 \pm 0{,}08,$$
$$\alpha\bar{P}(\Sigma^+ \to p+\pi^0) = 0{,}75 \pm 0{,}17. \qquad (7.295)$$

Параметр ассимметрии для распада Σ^--гиперона был измерен Колумбийской группой [114] с помощью реакции, зарядово-симметричной по отношению к предыдущей:

$$\pi^- + n \to \Sigma^- + K^0 \text{ (нейтрон, входящий в состав дейтрона)}. \qquad (7.296)$$

Оказалось, что

$$\alpha\bar{P}(\Sigma^- \to n+\pi^-) = 0{,}01 \pm 0{,}17. \qquad (7.297)$$

Ниже мы увидим, что эти результаты согласуются с правилом отбора $|\Delta I| = {}^1/_2$. Прежде всего вспомним формулу (6.142) для распадов Σ-гиперона:

$$t_+ - \sqrt{2}\, t_0 = t_-. \qquad (7.298)$$

Предполагается, что это равенство справедливо как для S-, так и для P-амплитуды. Из измерений времен жизни и относительных вероятностей известно, что

$$|t_+|^2 \approx |t_-|^2 \approx |t_0|^2. \qquad (7.299)$$

В определение параметра асимметрии α входит величина $\mathrm{Re}\,(a_s a_p^*)$. Однако из инвариантности относительно обращения времени следует фазовое условие (7.104), благодаря которому a_s и a_p должны быть «почти действительными», если не считать небольших эффектов, обусловленных взаимодействиями в конечном состоянии. Эти взаимодействия равносильны пион-нуклонному рассеянию, для которого при энергиях распада Σ-гиперона фазы рассеяния очень малы. Таким образом, амплитуды a_s и a_p можно изобразить на плоскости в виде единого вектора $\mathbf{a}$ с компонентами a_s и a_p. Тогда правило отбора $|\Delta I| = {}^1/_2$ равносильно векторному равенству

$$\mathbf{a}^+ - \sqrt{2}\,\mathbf{a}^0 = \mathbf{a}^-. \qquad (7.300)$$

В этих обозначениях приближенное равенство (7.299) принимает вид

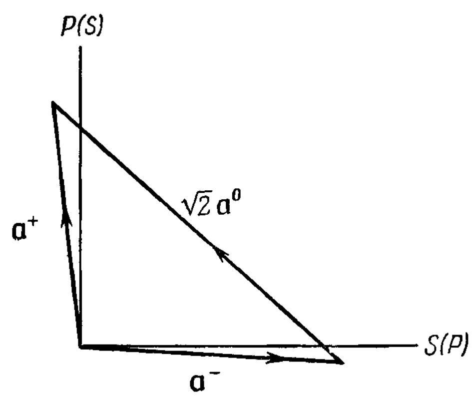
$$|\mathbf{a}^+| \approx |\mathbf{a}^0| \approx |\mathbf{a}^-|. \qquad (7.301)$$

Следовательно, рассматриваемые векторы образуют почти прямоугольный треугольник, гипотенуза которого равна $\sqrt{2}\,\mathbf{a}^0$

(фиг. 78). Из экспериментальных данных известно, что

$$\frac{\alpha^+\overline{P}}{\alpha^0\overline{P}}=\frac{\alpha^+}{\alpha^0}=0{,}04\pm0{,}11, \qquad (7.302)$$

где α^+ и α^0 — параметры асимметрии для распадов $\Sigma^+\to n+\pi^+$ и $\Sigma^+\to p+\pi^0$ соответственно. Отсюда следует, что $\mathbf{a}^+$ должен быть почти параллельным либо S-, либо P-оси; из этого треуголь-



Фиг. 78. Треугольник Гелл-Манна — Розенфельда для амплитуд распада Σ-гиперона.

ника можно предсказать следующие значения абсолютных величин трех параметров асимметрии:

$$|\alpha^-|=0{,}14\pm0{,}20,$$
$$|\alpha^0|=0{,}99\begin{cases}+0{,}01,\\-0{,}05,\end{cases} \qquad (7.303)$$
$$|\alpha^+|=0{,}04\pm0{,}11.$$

Результаты Колумбийской группы по исследованию распада Σ^--гиперона (7.297) согласуются с предсказаниями правила отбора $|\Delta I|=1/2$, полученными выше, в том отношении, что величина α^- — действительно мала. Предполагается, что для реакции $\pi^-+n\to\Sigma^-+K^0$ величина $\overline{P}$ велика (поскольку известно, что она велика в случае реакции $\pi^++p\to\Sigma^++K^+$, зарядово-симметричной данной). Таким образом, распады гиперонов дают дополнительное подтверждение правила отбора $|\Delta I|=1/2$.

Недавно Трипп, Ватсон и Ферро-Луцци [115] исследовали поляризацию Σ-гиперона в реакции

$$K^-+p\to\Sigma+\pi \qquad (7.304)$$

вблизи Y_0^{**}-резонанса и определили параметры асимметрии. По их данным,

$$\alpha^- = -0{,}16 \pm 0{,}21,$$
$$\alpha^+ = -0{,}20 \pm 0{,}24, \qquad (7.305)$$
$$\alpha^0 = -0{,}90 \pm 0{,}25.$$

Однако треугольник, построенный по этим данным, не замыкается, так что эти результаты противоречат правилу отбора $|\Delta I| = 1/2$. Если бы было $\alpha^0 = -1$, их треугольник мог бы замкнуться. По-видимому, рано делать какие-либо выводы за или против правила отбора $|\Delta I| = 1/2$ на основании этих результатов. Вопрос об определении знаков параметров асимметрии мы рассмотрим позже.

4. Определение спина гиперонов по данным об угловой асимметрии. Основываясь на данных об асимметрии гиперонных распадов относительно направления вверх — вниз, Ли и Янг [116] предложили доказательство того, что спины Λ- и Σ-гиперонов равны $1/2$. Рассмотрим распад

$$Y \to N + \pi \qquad (7.306)$$

и обозначим угловое распределение нуклонов распада через

$$\frac{1}{2} I(\xi)\, d\xi \quad (1 \geqslant \xi \geqslant -1) \qquad (7.307)$$

в системе, где гиперон покоится, Здесь $\xi = \cos\chi$, а χ — угол между осью z, направление которой определяется нормалью к плоскости реакции, и импульсом пиона.

Теорема 7.2.

$$\frac{-1}{2S+2} \leqslant \langle \xi \rangle \leqslant \frac{1}{2S+2}, \qquad (7.308)$$

где S — спин гиперона, а $\langle \xi \rangle$ — среднее значение величины ξ, причем усреднение проводится по распределению $I(\xi)$.

Теорема 7.3. Пусть распределение $I(\xi)$ линейно зависит от ξ, т. е.

$$I(\xi) = 1 + a\xi; \qquad (7.309)$$

тогда

$$-\frac{1}{6S} \leqslant \langle \xi \rangle \leqslant \frac{1}{6S}, \text{ или } -\frac{1}{2S} \leqslant a \leqslant \frac{1}{2S}. \qquad (7.310)$$

Мы уже занимались вопросом об угловом распределении пионов, образующихся при распаде Λ- и Σ-гиперонов в предполо-

жении, что оно линейно по ξ, и мы без труда заметим, что

$$a = \alpha \bar{P}. \qquad (7.311)$$

В случае $S = {}^1/_2$ неравенство (7.310) дает $|\alpha \bar{P}| \leqslant 1$, тогда как при $S = {}^3/_2$ должно быть $|\alpha \bar{P}| \leqslant {}^1/_3$. Как мы уже знаем, для распада Λ-гиперона, а также для распада $\Sigma^+ \to p + \pi^0$ величина $|\alpha \bar{P}|$ близка к единице; отсюда можно заключить, что и спин Λ-гиперона, и спин Σ-гиперона равны ${}^1/_2$. Приведенные аргументы наиболее удовлетворительны в том отношении, что они совершенно не связаны с различными предположениями, такими, как равенство нулю спина K-мезона (обычно такие предположения приходится делать). Коль скоро спин Λ-гиперона установлен, можно применить те же аргументы и к распаду Ξ-гиперона:

$$\Xi^- \to \Lambda^0 + \pi^-. \qquad (7.312)$$

Бертанца с сотр. [117] измерили параметр асимметрии для этого процесса; согласно их результатам,

$$|\alpha(\Xi)| \bar{P}(\Xi) = 0{,}52 \pm 0{,}26, \qquad (7.313)$$

и, следовательно, значение спина Ξ-гиперона ${}^1/_2$ более предпочтительно, чем ${}^3/_2$.

5. Поляризация нуклонов, образующихся в гиперонных распадах. Мы уже рассматривали параметры асимметрии гиперонных распадов, однако вопрос о знаках этих параметров нам выяснить не удалось, поскольку был неизвестен знак поляризации гиперона P.

Для определения знаков целесообразно проанализировать поляризацию нуклонов, образующихся при гиперонных распадах. Рассмотрим в качестве примера распад

$$\Lambda^0 \to p + \pi^-.$$

В этом случае спин протона в его системе покоя определяется выражением [118]

$$\langle \sigma_p \rangle = \frac{\mathbf{q}[\alpha + (1-\gamma)P\xi] + \gamma P \langle \sigma_\Lambda \rangle + \beta P \mathbf{q} \times \langle \sigma_\Lambda \rangle}{1 + \alpha P \xi}, \qquad (7.314)$$

где α и P относятся к Λ-гиперону, а ξ — косинус угла, введенный нами ранее; $\mathbf{q} = \mathbf{p}_{out}/p_{out}$ — единичный вектор. Параметры β и γ определяются как

$$\beta = \frac{2\,\mathrm{Im}\,(\alpha_s^* \alpha_p)}{|\alpha_s|^2 + |\alpha_p|^2}, \qquad \gamma = \frac{|\alpha_s|^2 - |\alpha_p|^2}{|\alpha_s|^2 + |\alpha_p|^2}. \qquad (7.315)$$

Нетрудно убедиться, что эти параметры удовлетворяют простому соотношению

$$\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=1. \qquad (7.316)$$

При $P=0$ выражение (7.314) принимает вид

$$\langle\boldsymbol{\sigma}_p\rangle=\alpha\mathbf{q}, \qquad (7.317)$$

и знак α можно определить, измеряя продольную поляризацию протонов, образующихся при распаде Λ-гиперона. Последнюю можно измерить, исследуя рассеяние протонов на ядрах [119]. Определенный таким методом знак $\alpha(\Lambda)$ оказался отрицательным [120, 121]:

$$\alpha(\Lambda)=-0{,}75\begin{cases}-0{,}15\\+0{,}50\cdot\end{cases} \qquad (7.318)$$

Поляризацию протонов, образующихся при распаде $\Sigma^+\to p+\pi^0$, измеряли также Билл с сотр. [122, 123]. Согласно их данным,

$$\alpha(\Lambda)=-0{,}67\begin{cases}+0{,}18\\-0{,}24,\end{cases} \qquad (7.319)$$

$$\alpha^0=\alpha(\Sigma^+\to p+\pi^0)=0{,}73\begin{cases}+0{,}16\\-0{,}11.\end{cases} \qquad (7.320)$$

Если же при анализе последнего случая предположить, что имеет место инвариантность относительно обращения времени и что справедливо правило отбора $|\Delta I|=1/2$, то для α^0 наиболее вероятно значение

$$\alpha^0=0{,}78\begin{cases}+0{,}11\\-0{,}13.\end{cases} \qquad (7.321)$$

Благодаря тому что в случае распада Λ-гиперона асимметрия велика, оказывается возможным определить магнитный момент Λ-частицы. В сильном магнитном поле ее спин совершает прецессию, так же как и плоскость распада. Поэтому, измеряя угол прецессии плоскости распада, можно определить магнитный момент Λ-частицы. На эту возможность указал Голдхабер [124]. Таким путем в Брукхейвене были выполнены две серии независимых измерений.. Кул с сотр. [125] нашли, что

$$\mu(\Lambda^0)=(-1{,}5\pm0{,}5)\ \text{ядерных магнетонов}, \qquad (7.322)$$

а Кернан с сотр. [126] нашли в противоречии с (7.322), что

$$\mu(\Lambda^0)=(0{,}0\pm0{,}6)\ \text{ядерных магнетонов}. \qquad (7.323)$$

6. Распад Ξ-гиперона. Рассмотрим последовательные процессы распада

$$\Xi^- \to \Lambda^0 + \pi^-, \quad \Lambda^0 \to p + \pi^-. \qquad (7.324)$$

Пусть $\chi(\Xi)$ — двухкомпонентная спиновая функция Ξ^--гиперона, причем предполагается, что его спин равен $1/2$. В этом случае $\chi(\Lambda)$ будет пропорциональна

$$\chi(\Lambda) \sim M_\Lambda \chi(\Xi), \qquad (7.325)$$

где M_Λ — матрица перехода для распада Ξ-гиперона. В системе покоя Ξ^--гиперона эта матрица имеет вид

$$M_\Lambda = A + B\frac{\boldsymbol{\sigma}\mathbf{p}_\Lambda}{p_\Lambda}. \qquad (7.326)$$

Аналогично матрица перехода для распада Λ-гиперона в системе покоя определяется выражением

$$M_p = a + b\frac{\boldsymbol{\sigma}\mathbf{p}}{p} \qquad (7.327)$$

где $\mathbf{p}$ — импульс протона в системе покоя Λ-гиперона. Далее имеем:

$$\chi(p) \sim M_p \chi(\Lambda). \qquad (7.328)$$

Отсюда для углового распределения протонов находим

$$\frac{1}{2}\sum |\chi(p)|^2 \sim \frac{1}{2}\operatorname{Sp}\left[M_\Lambda^\dagger M_p^\dagger M_p M_\Lambda\right] \sim 1 + \alpha\cos\theta. \qquad (7.329)$$

В этом выражении θ обозначает угол между импульсами $\mathbf{p}_\Lambda$ и $\mathbf{p}$, а α равно

$$\alpha = \frac{2\operatorname{Re}(ab^*)}{|a|^2+|b|^2}\cdot\frac{2\operatorname{Re}(AB^*)}{|A|^2+|B|^2} = (-\alpha_\Lambda)(-\alpha_\Xi) = \alpha_\Lambda\alpha_\Xi, \qquad (7.330)$$

причем предполагается, что Ξ-гиперон первоначально не поляризован. Эту формулу получили Ли и Янг [127], а также Тойч, Окубо и Сударшан [128]. Экспериментальная проверка ее была выполнена в Беркли [129, 130], где использовались Ξ^--частицы, образующиеся при взаимодействии пучка K^--мезонов с импульсом 1,17 *Гэв/с* с протонами:

$$K^- + p \to \Xi^- + K^+. \qquad (7.331)$$

В результате обработки 18 случаев было найдено, что

$$\alpha_\Lambda\alpha_\Xi = -0{,}65 \pm 0{,}35. \qquad (7.332)$$

Кроме того, был определен параметр асимметрии относительно направления вверх — вниз, оказавшийся равным

$$\alpha_{\Xi}\bar{P} = -0{,}28 \pm 0{,}40. \qquad (7.333)$$

Позднее аналогичные измерения выполнили Бертанца с сотр. [117]. В результате обработки 74 случаев они дали значение

$$\alpha_{\Lambda}\alpha_{\Xi} = -0{,}63 \pm 0{,}20, \qquad (7.334)$$

что согласуется с (7.332). Если положить $\alpha_{\nu} = -0{,}6 \pm 0{,}05$, то

$$\alpha_{\Xi} = 1{,}0 \begin{cases} +0{,}0 \\ -0{,}33 \end{cases},$$

т. е. почти совпадает с максимально возможным значением α_{Ξ}.

§ 11. *Соотношение Голдбергера — Треймана*

В предыдущих параграфах мы рассматривали взаимодействие Ферми с помощью теории возмущений, однако вследствие того, что в гамильтониан входят нуклонные операторы, вообще говоря, должны играть заметную роль эффекты, обусловленные взаимодействиями в конечном состоянии. Вопрос о взаимодействиях в конечном состоянии при β-распаде и μ-захвате в основном можно рассматривать теми же методами, что и электромагнитные формфакторы нуклонов. Кроме того, эта проблема тесно связана $\pi - \mu$-распадом.

Начало применению дисперсионных соотношений к слабым взаимодействиям было положено Голдбергером и Трейманом [129, 130]. Мы будем следовать их работам.

1. Формфакторы для β-распада и μ-захвата. Плотность гамильтониана взаимодействия в случае β-распада и μ-захвата имеет вид

$$\mathcal{H} = \frac{G}{\sqrt{2}} [\bar{\psi}_p \gamma_\lambda (1 + x\gamma_5) \psi_n \cdot \bar{\psi}_l \gamma_\lambda (1 + \gamma_5) \psi_\nu + \\ + \bar{\psi}_n \gamma_\lambda (1 + x\gamma_5) \psi_p \cdot \bar{\psi}_\nu \gamma_\lambda (1 + \gamma_5) \psi_l], \qquad (7.335)$$

где ψ_l обозначает оператор электронного или мезонного поля, а константа G связана с C_V и C_A соотношениями (7.233). Фейнман и Гелл-Манн обобщили этот гамильтониан на случай, когда он содержит вклады от полей, отличных от нуклонного, изменив с этой целью векторную часть взаимодействия (7.335):

$$\mathcal{H}_V = -i \frac{G}{\sqrt{2}} [\mathcal{J}_\lambda \cdot \bar{\psi}_\nu \gamma_\lambda (1 + \gamma_5) \psi_l + \mathcal{J}_\lambda^{\dagger} \cdot \bar{\psi}_l \gamma_\lambda (1 + \gamma_5) \psi_\nu]. \qquad (7.336)$$

Здесь $\mathcal{J}_\lambda$ и $\mathcal{J}_\lambda^+$ определяются соотношениями (7.239). Введем теперь векторный формфактор нуклона:

$$\frac{G}{\sqrt{2}}\langle \mathbf{n} \mid \mathcal{J}_\lambda(0) \mid \mathbf{p}\rangle = \bar{u}(n)\left[c \cdot i\gamma_\lambda - d \cdot i\sigma_{\lambda\mu}q_\mu\right] u(p), \quad (7.337)$$

где $q = n - p$. Поскольку мы имеем здесь дело с матричными элементами того же самого оператора, что и в случае электромагнитных формфакторов, наши формфакторы c и d можно выразить через F_1^V и F_2^V:

$$c(q^2) = \sqrt{2}\left(\frac{G}{e}\right) F_1^V(q^2),$$
$$d(q^2) = \sqrt{2}\left(\frac{G}{e}\right) F_2^V(q^2). \quad (7.338)$$

Электромагнитные формфакторы F_1^V и F_2^V были подробно рассмотрены в гл. 5, и мы не будем повторяться. Итак, нам придется в основном заниматься аксиальновекторными формфакторами. Введем плотность аксиальновекторного тока A_λ:

$$A_\lambda = \frac{xG}{\sqrt{2}}\bar{\psi}_n i\gamma_\lambda\gamma_5\psi_p \quad (7.339)$$

и рассмотрим матричный элемент

$$\langle \mathbf{n} \mid \mathbf{A}_\lambda(0) \mid \mathbf{p}\rangle = \bar{u}(n)\left[a \cdot i\gamma_\lambda\gamma_5 + b \cdot (n-p)_\lambda\gamma_5\right] u(p). \quad (7.340)$$

Строго говоря, следовало бы рассмотреть вопрос о перенормировочных константах. Однако поскольку речь идет о слабых взаимодействиях лишь в низшем порядке, все следующие ниже уравнения линейны относительно A_λ, так что вопрос о перенормировочных константах по существу отпадает. Практически перенормировка осуществляется посредством вычитаний в дисперсионных соотношениях.

Вводя обозначение $\xi = (n-p)^2$, можно записать следующие дисперсионные соотношения для формфакторов a и b:

$$a(\xi) = g_A - \frac{\xi}{\pi}\int_0^\infty d\xi' \frac{\operatorname{Im} a(-\xi')}{\xi'(\xi' + \xi - i\varepsilon)}, \quad (7.341)$$

$$b(\xi) = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty d\xi' \frac{\operatorname{Im} b(-\xi')}{\xi' + \xi - i\varepsilon}, \quad (7.342)$$

где константа вычитания g_A определяется равенством

$$g_A = a(0) = -C_A. \quad (7.343)$$

Мы предположили, что в случае формфактора $a(\xi)$ имеет место вычитание, поскольку в гамильтониане аксиальновекторная часть взаимодействия должна быть перенормирована; псевдоскалярный же член $b(\xi)$ возникает вследствие взаимодействия в конечном состоянии и, по-видимому, удовлетворяет дисперсионному соотношению без вычитаний.

Для расчета абсорбционной части необходимо обратиться к условию унитарности (см. § 6 гл. 5). Применяя это условие к A_λ, получаем:

$$\operatorname{Im}\langle\alpha(-)|A_\lambda(0)|0\rangle = -\frac{(2\pi)^4}{2}\sum_\beta T^+_{\alpha\beta}\delta^4(P_\alpha - P_\beta)\langle\beta(-)|A_\lambda(0)|0\rangle. \tag{7.344}$$

A_λ нечетно относительно G-сопряжения, поэтому промежуточные состояния β также должны быть нечетными, и наинизшее массовое состояние будет однопионным. Если положить теперь $\alpha = n\bar{p}$ и $\beta = \pi^-$, то вклад однопионных промежуточных состояний в абсорбционную часть будет определяться выражением

$$\operatorname{Im}\langle\alpha(-)|A_\lambda(0)|0\rangle = -\frac{(2\pi)^4}{2}\int\frac{d^3q}{(2\pi)^3}\frac{1}{2q_0}\bar{u}(n)\times \times iG\sqrt{2}\gamma_5 v(\bar{p})\cdot iq_\lambda F\delta^4(n+\bar{p}-q), \tag{7.345}$$

причем здесь были использованы соотношения

$$T_{\alpha\beta} = \bar{u}(n)\,iG\sqrt{2}\gamma_5 v(\bar{p})\cdot\frac{1}{\sqrt{2q_0}},$$
$$\langle q|A_\lambda(0)|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2q_0}}iq_\lambda F, \tag{7.346}$$

где q обозначает 4-импульс π^--мезона в промежуточном состоянии. Действительная константа F определяет вероятность распада пиона. Правая часть выражения (7.345) дает вклад только в псевдоскалярный член b, поэтому

$$\operatorname{Im} b(\xi) = \sqrt{2}\pi GF\delta(\xi + \mu^2). \tag{7.347}$$

Обратим внимание, что константа G здесь обозначает константу связи сильных πN-взаимодействий, а не константу взаимодействия Ферми. Так как здесь и в дальнейшем для обозначения константы слабых взаимодействий используется символ g_A, то это не приведет к недоразумениям. Следующее массовое состояние является трехпионным состоянием, поэтому $b(\xi)$

удовлетворяет дисперсионному соотношению вида

$$b(\xi) = \frac{\sqrt{2}\,GF}{\xi + \mu^2} + \frac{1}{\pi} \int\limits_{(3\mu)^2}^{\infty} d\xi' \, \frac{\operatorname{Im} b(-\xi')}{\xi' + \xi - i\varepsilon}, \tag{7.348}$$

а для $a(\xi)$ имеем соотношение

$$a(\xi) = g_A - \frac{\xi}{\pi} \int\limits_{(3\mu)^2}^{\infty} d\xi' \, \frac{\operatorname{Im} a(-\xi')}{\xi'(\xi' + \xi - i\varepsilon)}. \tag{7.349}$$

Однако учет трехпионных промежуточных состояний очень сложен, поэтому Голдбергер и Трейман оценивали эффекты, обусловленные нуклон-антинуклонными промежуточными состояниями. Если подставить в условие унитарности (7.344) промежуточные $n\bar{p}$-состояния, то амплитуды $a(\xi)$ и $b(\xi)$ окажутся связанными между собой и задача сведется к решению системы связанных интегральных уравнений типа Омнеса. К счастью, закон сохранения момента позволяет привести эту систему к системе несвязанных интегральных уравнений. В нашем случае формфакторы определяются как

$$\langle n\bar{p}(-) | \mathbf{A}_\lambda(0) | 0 \rangle = \bar{u}(n) [a \cdot i\gamma_\lambda \gamma_5 + b \cdot (n + \bar{p})_\lambda \gamma_5] \, v(\bar{p}). \tag{7.350}$$

В системе центра инерции нуклон-антинуклонной пары величина $(n + \bar{p})_\lambda$ отлична от нуля лишь при $\lambda = 4$, поэтому в выражении (7.350) только первый член содержит неисчезающие пространственные компоненты. При пространственных поворотах амплитуда $a(\xi)$ преобразуется как вектор, точнее говоря, $a(\xi)$ представляет амплитуду ${}^3P_1$-состояния, в чем нетрудно убедиться непосредственной проверкой. Четвертая компонента рассматриваемого матричного элемента при пространственных поворотах преобразуется как скаляр и представляет амплитуду ${}^1S_0$-состояния. В системе центра масс пары $n\bar{p}$

$$\bar{u}(n) [a \cdot i\gamma_4 \gamma_5 + b \cdot (n + \bar{p})_4 \gamma_5] \, v(\bar{p}) =$$
$$= \left[a - b \, \frac{(n + \bar{p})^2}{2M} \right] \bar{u}(n) \, i\gamma_4 \gamma_5 v(\bar{p}), \tag{7.351}$$

поэтому $a - (\xi/2M) b$ представляет амплитуду ${}^1S_0$-состояния. Следовательно, $a(\xi)$ и $a(\xi) - (\xi/2M) b(\xi)$ при учете условия унитарности не связаны между собой и порознь удовлетворяют интегральным уравнениям типа Омнеса.

Условие унитарности для этих амплитуд распадается на два отдельных условия

$$\operatorname{Im} a(\xi) = a^{-i\delta_1} \sin \delta_1 \cdot a(\xi) \tag{7.352}$$

и

$$\operatorname{Im}\left[a(\xi)-\frac{\xi}{2M}b(\xi)\right]=e^{-i\delta_0}\sin\delta_0\left[a(\xi)-\frac{\xi}{2M}b(\xi)\right], \quad (7.353)$$

причем должно выполняться неравенство $-\xi>4M^2$. Здесь δ_1 и δ_0 — фазы $n\bar{p}$-рассеяния в $^3P_1$- и $^1S_0$-состояниях соответственно. Будь фазы рассеяния действительными, мы получили бы

$$\operatorname{Im} a(\xi)=\operatorname{tg}\delta_1\cdot\operatorname{Re} a(\xi), \quad (7.354)$$

$$\operatorname{Im}\left[a(\xi)-\frac{\xi}{2M}b(\xi)\right]=\operatorname{tg}\delta_0\cdot\operatorname{Re}\left[a(\xi)-\frac{\xi}{2M}b(\xi)\right]. \quad (7.355)$$

Однако в общем случае они комплексны, так как при нуклон-антинуклонном рассеянии во всей рассматриваемой области энергий открыты неупругие каналы, и отношение мнимой части амплитуды к действительной дается выражением

$$\frac{\operatorname{Im} a}{\operatorname{Re} a}=\frac{\operatorname{Re}(e^{-i\delta_1}\sin\delta_1)}{1+\operatorname{Im}(e^{-i\delta_1}\sin\delta_1)}. \quad (7.356)$$

Условие унитарности можно записать различными способами — все они эквивалентны друг другу, коль скоро рассматривается полный набор промежуточных состояний. Однако когда мы прибегаем к тем или иным приближениям, удерживая лишь некоторые промежуточные состояния, окончательный результат зависит от способа записи условия унитарности. Записав его в виде

$$\operatorname{Im} a(\xi)=e^{i\delta_1}\sin\delta_1\, a^*(\xi), \quad (7.357)$$

получаем

$$\frac{\operatorname{Im} \alpha}{\operatorname{Re} a}=\frac{\operatorname{Re}(e^{i\delta_1}\sin\delta_1)}{1-\operatorname{Im}(e^{i\delta_1}\sin\delta_1)}. \quad (7.358)$$

Следуя Голдбергеру и Трейману, мы будем пользоваться именно этой записью. Приравнивая правую часть (7.358) к $\operatorname{tg}\varphi_1(-\xi)$, найдем

$$\operatorname{Im} a(\xi)=\operatorname{tg}\varphi_1(-\xi)\operatorname{Re} a(\xi)\,\theta(-\xi-4M^2),$$

$$\operatorname{Im}\left[a(\xi)-\frac{\xi}{2M}b(\xi)\right]=\operatorname{tg}\varphi_0(-\xi)\operatorname{Re}\left[a(\xi)-\frac{\xi}{2M}b(\xi)\right]\theta(-\xi-4M^2). \quad (7.359)$$

Комбинируя эти равенства с дисперсионными соотношениями, получаем интегральные уравнения для формфакторов. Решения

их нетрудно получить:

$$a(\xi) = g_A \exp\left[-\frac{\xi}{\pi}\int\limits_{4M^2}^{\infty} dy \frac{\varphi_1(y)}{y(y+\xi-i\varepsilon)}\right], \tag{7.360}$$

и

$$b(\xi) = \frac{\sqrt{2}\,GF}{\xi+\mu^2}\exp\left[-\frac{\xi+\mu^2}{\pi}\int\limits_{4M^2}^{\infty} dy \frac{\varphi_0(y)}{(y-\mu^2)(y+\xi-i\varepsilon)}\right] +$$
$$+ \frac{2M}{\xi} g_A \left[\exp\left\{-\frac{\xi}{\pi}\int\limits_{4M^2}^{\infty} dy \frac{\varphi_1(y)}{y(y+\xi-i\varepsilon)}\right\} - \right. \tag{7.361}$$
$$\left. - \exp\left\{-\frac{\xi}{\pi}\int\limits_{4M^2}^{\infty} dy \frac{\varphi_0(y)}{y(y+\xi-i\varepsilon)}\right\}\right].$$

При малых значениях ξ можно разложить эти выражения в ряд по степеням ξ и ограничиться лишь первыми неисчезающими членами. Фазовые углы φ_1 и φ_0 изменяются в интервале от $-\pi/2$ до $+\pi/2$ и для порогового значения $\xi = -4M^2$ обращаются в нуль; поэтому интегралы в (7.360) и (7.361) вполне ограничены при малых значениях $|\xi|$.

Входящую в (7.361) константу F можно определить следующим образом. Рассмотрим $\pi - \mu$-распад; в этом случае матричный элемент $\mathscr{H}$ [см. формулу (7.335)] имеет вид

$$\langle \mu^+\nu | \mathscr{H} | \pi^+\rangle = -i\langle \mu^+\nu | \mathbf{A}_\lambda \cdot \bar{\psi}_\nu\gamma_\lambda(1+\gamma_5)\psi_\mu | \pi^+\rangle =$$
$$= -i\langle 0 | A_\lambda(0) | \pi^+\rangle \langle \mu^+\nu | \bar{\psi}_\nu\gamma_\lambda(1+\gamma_5)\psi_\mu | 0\rangle. \tag{7.362}$$

Вспоминая соображения, высказанные в конце § 9 гл. 7, запишем снова (7.346):

$$\langle \pi^- | A_\lambda(0) | 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2q_0}} iq_\lambda F. \tag{7.363}$$

Отсюда следует, что постольку, поскольку дело касается именно этого матричного элемента, A_λ можно заменить на $F(\partial\varphi/\partial x_\lambda)$:

$$\langle \pi^- | A_\lambda(0) | 0\rangle = -F\left\langle \pi^- \left| \frac{\partial\varphi(0)}{\partial x_\lambda} \right| 0\right\rangle. \tag{7.364}$$

Следовательно, матричному элементу (7.362) можно придать вид

$$\langle \mu^+\nu | \mathscr{H} | \pi^+\rangle = \left\langle \mu^+\nu \left| iF\bar{\psi}_\nu\gamma_\lambda(1+\gamma_5)\psi_\mu \frac{\partial\varphi}{\partial x_\lambda} \right| \pi^+\right\rangle. \tag{7.365}$$

Сравнивая это выражение с (4.163), получаем

$$F = \frac{g}{\mu}, \tag{7.366}$$

где g — эффективная константа взаимодействия для $\pi - \mu$-распада, определенная соотношением (4.168):

$$\frac{g^2}{4\pi} = 1{,}76 \cdot 10^{-15}. \tag{7.367}$$

Голдбергер и Трейман приводят следующее выражение для константы F:

$$F = 0{,}13\sqrt{2}\,\frac{GMg_A}{2\pi^2}. \tag{7.368}$$

Воспользовавшись законом сохранения энергии — импульса, множитель q_λ можно выразить через 4-импульсы лептонов μ^+ и ν. Используя далее уравнения Дирака для волновых функций лептонов, можно исключить γ_λ из лептонной части взаимодействия. Таким образом, член b сводится к псевдоскаляру в стандартном взаимодействии Ферми. Константа связи «эффективного» или индуцированного псевдоскаляра задается соотношением

$$g_P = m_l b(-m_l^2) \approx \frac{0{,}5}{\pi}\left(\frac{G^2}{4\pi}\right)\left(\frac{Mm_l}{m_l^2 + \mu^2}\right) g_A, \tag{7.369}$$

где m_l — масса покоя заряженного лептона, участвующего в процессе. В случае μ-мезона $g_P \approx 8g_A$. Для электронов же эта константа связи значительно меньше. При рассмотрении μ-захвата нельзя пренебрегать вкладом от индуцированного псевдоскаляра.

2. $\pi - \mu$-распад. В предыдущем пункте мы вычислили нуклонные формфакторы для слабых взаимодействий, предполагая, что константа F для $\pi - \mu$-распада известна. Голдбергер и Трейман выразили F через константу g_A с помощью дисперсионных соотношений и получили соотношение, известное теперь как соотношение Голдбергера — Треймана.

Чтобы вычислить F, рассмотрим дисперсионное соотношение для матричного элемента $\langle \pi^- | \mathbf{A}_\lambda(0) | o \rangle$. Если считать, что π^--мезон находится на поверхности масс, то это выражение сводится к константе, поэтому мы предположим, что в общем случае π^- берется вне массовой поверхности, и рассмотрим величину

$$\langle „\pi^-“, (-) | \mathbf{A}_\lambda(0) | o \rangle = \frac{1}{\sqrt{2q_0}}\, iq_\lambda F(\xi), \tag{7.370}$$

где q — 4-импульс «виртуального» π^--мезона, а $\xi=q^2$. В частном случае, когда ξ берется на поверхности масс ($\xi=-\mu^2$), величина $F(-\mu^2)$ сводится к константе F. Предположим, что функция $F(\xi)$ удовлетворяет дисперсионному соотношению без вычитаний

$$F(\xi)=\frac{1}{\pi}\int_0^\infty d\xi' \frac{\operatorname{Im} F(-\xi')}{\xi'+\xi-i\varepsilon}. \tag{7.371}$$

Отсутствие вычитаний означает, что взаимодействие, вызывающее $\pi-\mu$-распад, не является первичным, но имеет индуцированный характер; поэтому соответствующая константа связи не нуждается в перенормировке. Условие унитарности имеет вид

$$\operatorname{Im}\langle q, (-)|\mathbf{A}_\lambda(0)|o\rangle=-\frac{(2\pi)^4}{2}\times$$
$$\times\sum_\beta T^+_{\pi^-,\beta}\delta^4(q-P_\beta)\langle\beta, (-)|\mathbf{A}_\lambda(0)|o\rangle. \tag{7.372}$$

При суммировании по промежуточным состояниям мы будем удерживать лишь состояния нуклон-антинуклонных пар, поэтому

$$\langle q, (-)|\mathbf{A}_\lambda(0)|o\rangle=\frac{1}{\sqrt{2q_0}}iq_\lambda F(\xi),$$
$$\langle n\bar{p}, (-)|\mathbf{A}_\lambda(0)|o\rangle=\bar{u}(n)\left[a\cdot i\gamma_\lambda\gamma_5+b\cdot(n+\bar{p})_\lambda\cdot\gamma_5\right]v(\bar{p})$$

и

$$T^+_{\pi^-,n\bar{p}}=\frac{1}{\sqrt{2q_0}}\bar{v}(\bar{p})\,iG\sqrt{2}\,\gamma_5 u(n)\cdot K^*(\xi), \tag{7.373}$$

где $K(\xi)$ — поправочный множитель к пион-нуклонной вершине, возникающей вследствие того, что π^--мезон не находится на поверхности масс. Этот множитель можно записать в явном виде

$$K(\xi)=\Gamma_5(\xi)\frac{\Delta'_F(\xi)}{\Delta_F(\xi)}, \tag{7.374}$$

где $\Gamma_5(\xi)$ обозначает неприводимую вершинную функцию, зависящую от массы виртуального пиона, а Δ'_F и Δ_F — перенормированный и свободный пропагаторы пиона соответственно. На поверхности масс $K(\xi)$ обращается в единицу.

С учетом этих замечаний условие унитарности принимает вид

$$iq_\lambda \operatorname{Im} F(\xi)=-\frac{(2\pi)^4}{2}\sum_{n\bar{p}}\bar{v}(\bar{p})\,iG\sqrt{2}\,\gamma_5 u(n)\cdot K^*(\xi)\times$$
$$\times\bar{u}(n)\left[a\cdot i\gamma_\lambda\gamma_5+b\cdot(n+\bar{p})_\lambda\gamma_5\right]v(\bar{p})\,\delta^4(q-n-\bar{p}). \tag{7.375}$$

Используя операторы Казимира

$$u(n)\bar{u}(n) \to \frac{-in\gamma + M}{2n_0},$$
$$v(\bar{p})\bar{v}(\bar{p}) \to \frac{-i\bar{p}\gamma - M}{2\bar{p}_0}, \tag{7.376}$$

условие унитарности можно переписать следующим образом:

$$iq_\lambda \operatorname{Im} F(\xi) = -\frac{i\sqrt{2}\,G}{2(2\pi)^2}\int \frac{d^3\bar{p}}{\bar{p}_0}\frac{d^3n}{n_0}\delta^4(q-\bar{p}-n)K^*(\xi)\times$$
$$\times \operatorname{Sp}\left[(-in\gamma+M)(a\cdot i\gamma_\lambda\gamma_5 + b(n+\bar{p})_\lambda\gamma_5)(-i\bar{p}\gamma - M)\gamma_5\right] =$$
$$= -\frac{2\sqrt{2}\,G}{(2\pi)^2}\int \frac{d^3\bar{p}}{\bar{p}_0}\frac{d^3n}{n_0}\delta^4(q-\bar{p}-n)K^*(\xi)\,iq_\lambda(-M)\left(a-\frac{\xi}{2M}b\right)$$

или

$$\operatorname{Im} F(\xi) = \frac{\sqrt{2}\,GM}{2\pi^2}\int d^4\bar{p}\,d^4n\,\delta(\bar{p}^2+M^2)\times$$
$$\times\delta(n^2+M^2)\times\delta^4(q-n-\bar{p})K^*(\xi)\left(a-\frac{\xi}{2M}b\right). \tag{7.377}$$

Как мы выяснили в предыдущем пункте, $[a-(\xi/2M)b]$ представляет амплитуду ${}^1S_0$-состояния, а амплитуда ${}^3P_1$-состояния в данном случае вклада не дает, поскольку волновая функция пиона в конечном состоянии ведет себя как псевдоскаляр.

Выполнив интегрирование по фазовому объему, получим

$$\operatorname{Im} F(\xi) = \frac{\sqrt{2}\,GM}{4\pi}\sqrt{\frac{\xi+4M^2}{\xi}}\,K^*(\xi)\left(a-\frac{\xi}{2M}b\right)\theta(-\xi-4M^2). \tag{7.378}$$

Если применить условие унитарности к амплитуде

$$\langle «\pi^-»(-)n\bar{p}(+)\rangle,$$

а затем воспользоваться соответствующим дисперсионным соотношением, то в приближении нуклон-антинуклонных промежуточных состояний мы получим уравнение типа Омнеса, решение которого имеет вид

$$K(\xi) = \exp\left[-\frac{\xi+\mu^2}{\pi}\int_{4M^2}^{\infty} dy\,\frac{\varphi_0(y)}{(y-\mu^2)(y+\xi-i\varepsilon)}\right]. \tag{7.379}$$

Подставляя далее выражения (7.360), (7.361) и (7.379) в формулу (7.378), найдем

$$\operatorname{Im} F(\xi) = \frac{\sqrt{2}\,GM}{4\pi}\sqrt{\frac{\xi+4M^2}{\xi}}\left[g_A e^{\alpha} - \frac{\sqrt{2}\,GF}{2M}\frac{\xi}{\xi+\mu^2}\right]H(\xi), \tag{7.380}$$

где

$$H(\xi)=\exp\left[-\frac{2}{\pi}(\xi+\mu^2)\int_{4M^2}^{\infty}dy\frac{\varphi_0(y)}{(y-\mu^2)(y+\xi)}\right], \qquad (7.381)$$

$$\alpha=\frac{\mu^2}{\pi}\int_{4M^2}^{\infty}dy\frac{\varphi_0(y)}{y(y-\mu^2)}\ll 1. \qquad (7.382)$$

Константа F определяется формулой

$$F=\frac{1}{\pi}\int_{4M^2}^{\infty}d\xi'\,\frac{\operatorname{Im}F(-\xi')}{\xi'-\mu^2}. \qquad (7.383)$$

Пользуясь приближением

$$\alpha\approx 0,$$

$$\frac{\xi'}{\xi'-\mu^2}\approx 1 \quad \text{для} \quad \xi'>4M^2 \qquad (7.384)$$

и подставляя абсорбционную часть F в (7.383), получаем соотношение Голдбергера и Треймана

$$F=\frac{M}{2\pi^2}\sqrt{2}\,g_A J-\left(\frac{G^2}{4\pi}\right)\frac{2}{\pi}FJ, \qquad (7.385)$$

где

$$J=\frac{1}{2}\int_{4M^2}^{\infty}\frac{d\xi'}{\xi'}\sqrt{\frac{\xi'-4M^2}{\xi'}}\,H(-\xi'). \qquad (7.386)$$

Разрешая это алгебраическое уравнение относительно F, получаем:

$$F=\frac{\sqrt{2}\,MGg_A}{2\pi^2}\,\frac{J}{1+(G^2/4\pi)(2/\pi)J}. \qquad (7.387)$$

Для широкого класса функций φ интеграл J превышает 0,1, поэтому в знаменателе выражения (7.387) мы можем пренебречь единицей по сравнению с $(G^2/2\pi^2)J$. Это дает приближенную формулу для F:

$$F=\frac{\sqrt{2}\,g_A M}{G}, \quad \text{или} \quad g_A=\frac{GF}{\sqrt{2}\,M}. \qquad (7.388)$$

Экспериментальное значение J можно получить, воспользовавшись соотношением (7.368):

$$\frac{J}{1+(G^2/2\pi^2)J}=0{,}13, \qquad (7.389)$$

что согласуется с теоретическими значениями (7.388); действительно,

$$\frac{J}{1+(G^2/2\pi^2)J} \sim \left(\frac{G^2}{2\pi^2}\right)^{-1} = \frac{\pi}{2}\left(\frac{G^2}{4\pi}\right)^{-1} \sim 0{,}1. \qquad (7.390)$$

Несмотря на то что здесь использовались очень простые приближения, согласие между теорией и экспериментом оказалось весьма хорошим. Это обстоятельство вызвало в дальнейшем большое число исследований, посвященных тому же кругу вопросов. Основная цель их состояла в том, чтобы выяснить связь между соотношением Голдбергера и Треймана и приближенно сохраняющимся аксиально-векторным током. Существование такой связи предполагали многие авторы при попытках объяснить приближенную универсальность аксиально-векторной части взаимодействия Ферми [131—137].

ЛИТЕРАТУРА

1. Lee T. D., Yang C. N., Phys. Rev., **102**, 290 (1956).
2. Eisler et al., Phys. Rev., **107**, 324 (1957).
3. Dalitz R. H., Phyl. Mag., **44**, 1068 (1953).
4. Dalitz R. H., Phys. Rev., **94**, 1046 (1954).
5. Fabri E., Nuovo Cimento, **11**, 479 (1954).
6. Maglič et al., Phys. Rev. Letters, **7**, 178 (1961).
7. Proc. Intern. Conf. High Energy Phys., Rochester (1956).
8. Lee T. D., Yang C. N., Phys. Rev., **104**, 254 (1956).
9. Tanner N., Phys. Rev., **107**, 1203 (1957).
10. Wilkinson D. H., Phys. Rev., **109**, 1603, 1610, 1614 (1958).
11. Smith, Purcell, Ramsey, Phys. Rev., **108**, 120 (1957).
12. Feinberg G., Phys. Rev., **112**, 1637 (1958).
13. Salpeter E. E., Phys. Rev., **112**, 1642 (1958).
14. Wu et al., Phys. Rev., **105**, 1413 (1957).
15. Wu G. S., in «Theoretical Physics in the Twentieth Century», ed. M. Fierz, V. F. Weisskopf, New York, 1960, p. 249.
16. Crawford et al., Phys. Rev., **108**, 1102 (1957).
17. Eisler et al., Phys. Rev., **108**, 1353 (1957).
18. Garwin, Lederman, Weinrich, Phys. Rev., **105**, 1415 (1957).
19. Friedman J., Telegdi V., Phys. Rev., **105**, 1681 (1957).
20. Lüders G., Kgl. Danske Videnskab. Selskab, Mat.-Fys. Medd., **28**, No. 5 (1954).
21. Pauli W., in «Niels Bohr and the Development of Physics», ed. W. Pauli, London, 1955.
22. Lee, Oehme, Yang, Phys. Rev., **106**, 340 (1957).
23. Lüders G., Zumino B., Phys. Rev., **106**, 385 (1957).
24. Grawert, Lüders, Rollnik, Fortschr. Physik, **7**, 291 (1959).

25. Ландау Л. Д., Nucl. Phys., **3**, 127 (1957).
26. Wigner E. P., Rev. Mod. Phys., **29**, 255 (1957).
27. Takeda G., Phys. Rev., **101**, 1547 (1956).
28. Weinberg S., Phys. Rev., **110**, 782 (1958).
29. Sakurai J. J., Phys. Rev., **109**, 980 (1958).
30. Gell-Mann M., Rosenfeld A. H., Ann. Rev. Nucl. Sci., **7**, 407 (1957), Appendix A.
31. Pauli W., Nuovo Cimento, **6**, 204 (1957).
32. Gürsey F., Nuovo Cimento, **7**, 411 (1958).
33. Pursey D. L., Nuovo Cimento, **6**, 266 (1957).
34. Serpe J., Physica, **18**, 295 (1952).
35. Case K. M., Phys. Rev., **107**, 204 (1957).
36. McLennan J. A., Phys. Rev., **106**, 821 (1957).
37. Salam A., Nuovo Cimento, **5**, 209 (1957).
38. Lee T. D., Yang C. N., Phys. Rev., **105**, 1671 (1957).
39. Goldhaber, Grodzins, Sunyar, Phys. Rev., **109**, 1015 (1958).
40. Allen S., The Neutrino, Princeton, 1958. (Имеется перевод: С. Аллен, Нейтрино, ИЛ, 1961.)
41. Reines F., Cowan C. L., Phys. Rev., **92**, 830 (1953).
42. Cowan et al., Science, **124**, 103 (1956).
43. Cowan et al., Nature, **178**, 446 (1956).
44. Davis R., Phys. Rev., **97**, 766 (1955).
45. Davis R., Bull. Am. Phys. Soc., **1**, No. **4** (April 26, 1956).
46. Frauenfelder et al., Phys. Rev., **106**, 386 (1957).
47. Page L. A., Heinberg M., Phys. Rev., **106**, 1220 (1957).
48. Michel L., Proc. Phys. Soc. (London), **A63**, 514 (1950).
49. Block et al., Proc. Intern. Conf. High Energy Physics Rochester, 1960, p. 553.
50. Culligan et al., Nature, **180**, 751 (1957).
51. Backenstoss et al., Phys. Rev. Letters, **6**, 415 (1961).
52. Bardon, Franzini, Lee, Phys. Rev. Letters, **7**, 23 (1961).
53. Coombes et al., Phys. Rev., **108**, 1348 (1957).
54. Nishijima K., Phys. Rev., **108**, 907 (1957).
55. Schwinger J., Ann. Phys., **2**, 407 (1957).
56. Sard, Crowe, Kruger, Phys. Rev., **121**, 619 (1961).
57. Conversi et al., Phys. Rev. Letters, **8**, 125 (1962).
58. Lee J., Samios N., Phys. Rev. Letters, **3**, 55 (1959).
59. Bartlett, Devons, Sachs, Phys. Rev. Letters, **8**, 120 (1962).
60. Frankel et al., Phys. Rev. Letters, **8**, 123 (1962).
61. York, Kim, Kernan, Phys. Rev. Letters, **3**, 288 (1959).
62. Lee T. D., Yang C. N., Phys. Rev., **119**, 1410 (1960).
63. Konopinski E. J., Mahmoud H. M., Phys. Rev., **92**, 1045 (1953).
64. Danby et al., Phys. Rev. Letters, **9**, 36 (1962).
65. Lee T. D., Yang C. N., Phys. Rev. Letters, **4**, 307 (1960).
66. Yamaguchi Y., Progr. Theoret. Phys., (Kyoto) **6**, 1117 (1960).

67. Cabbibo N., Gatto R., Nuovo Cimento, **15**, 304 (1960).
68. Puppi G., Nuovo Cimento, **5**, 505 (1948).
69. Lee, Rosenbluth, Yang, Phys. Rev., **75**, 905 (1949).
70. Tiomno J., Wheeler J. A., Rev. Mod. Phys., **21**, 153 (1949).
71. Gell-Mann M., Rosenfeld A. H., Ann. Rev. Nucl. Sci., **7**, 407 (1957).
72. Jackson J. D., The Physics of Elementary Particles, Princeton, 1958, ch. 9.
73. Jackson, Treiman, Wyld, Phys. Rev., **106**, 517 (1957).
74. Jackson, Treiman, Wyld, Nucl. Phys., **4**, 206 (1957).
75. Morita M., Saito-Morita R., Phys. Rev., **107**, 1316 (1957).
76. Curtis R. B., Lewis P. R., Phys. Rev., **107**, 1381 (1957).
77. Burgy et al., Phys. Rev., **110**, 1214 (1958).
78. Burgy et al., Phys. Rev. Letters, **1**, 324 (1958).
79. Feynman R. P., Gell-Mann M., Phys. Rev., **109**, 193 (1958).
80. Sudarshan E. C. G., Marshak R. E., Phys. Rev., **109**, 1860 (1958).
81. Sakurai J. J., Nuovo Cimento, **7**, 649 (1958).
82. Герштейн С., Зельдович Я., ЖЭТФ, **29**, 698 (1955).
83. Bromley et al., Phys. Rev., **105**, 957 (1957).
84. Bardin et al., Phys. Rev., **127**, 583 (1962).
85. Blatt J. M., Weisskopf V. F., Theoretical Nuclear Physics, New York, 1952.
86. Konopinski E. J., Rev. Mod. Phys., **15**, 209 (1943).
87. Gell-Mann M., Phys. Rev., **111**, 362 (1958).
88. Depommier et al., Phys. Letters, **2**, 23 (1962).
89. Dunaitsev et al., Phys. Letters, **1**, 138 (1962).
90. Bacastow et al., Phys. Rev. Letters, **9**, 400 (1962).
91. Feynman R. P., Proc. Intern. Conf. High Energy Phys., Rochester, 1960, p. 501.
92. Kinoshita T., Sirlin A., Phys. Rev., **107**, 593, 638 (1957).
93. Kinoshita T., Sirlin A., Phys. Rev., **113**, 1652 (1959).
94. Weinberg S., Phys. Rev. Letters, **4**, 575 (1960).
95. Bernstein et al., Phys. Rev., **111**, 313 (1958).
96. Primakoff H., Rev. Mod. Phys., **31**, 802 (1959).
97. Burgman et al., Phys. Rev. Letters, **1**, 469 (1958).
98. Wolfenstein L., Nuovo Cimento, **13**, 319 (1959).
99. Culligan et al., Phys. Rev. Letters, **7**, 458 (1961).
100. Telegdi V. L., Phys. Rev. Letters, **8**, 327 (1962).
101. Hildebrand R. H., Phys. Rev. Letters, **8**, 34 (1962).
102. Bleser et al., Phys. Rev. Letters, **8**, 128 (1962).
103. Lederman et al., Phys. Rev. Letters, **8**, 288, (1962).
104. Ruderman M. A., Finkelstein R. J., Phys. Rev., **76**, 1458 (1949).
105. Anderson et al., Phys. Rev., **119**, 2050 (1960).
106. Berman S. M., Phys. Rev. Letters, **1**, 468 (1958).
107. Kinoshita T., Phys. Rev. Letters, **2**, 477 (1959).

108. Adair R. K., Phys. Rev., **100**, 1540 (1955).
109. Eisler et al., Nuovo Cimento, **7**, 222 (1958).
110. Treiman S. B., Phys. Rev., **101**, 1216 (1956).
111. Lee et al., Phys. Rev., **106**, 1367 (1957).
112. Schwarz M., Proc. Intern. Conf. High Energy Phys., Rochester, 1960, p. 726.
113. Cork et al., Phys. Rev., **120**, 1000 (1960).
114. Franzini et al., Bull. Am. Phys. Soc., **5**, 224 (1960).
115. Tripp, Wotson, Ferro-Luzzi, Phys., Rev. Letters, **9**, 66 (1962).
116. Lee T. D., Yang C. N., Phys. Rev., **109**, 1755 (1958).
117. Bertanza et al., Phys. Rev. Letters, **9**, 229 (1962).
118. Lee T. D., Yang C. N., Phys. Rev., **108**, 1645 (1957).
119. Wolfenstein L., Ann. Rev. Nucl. Sci., **6**, 43 (1956).
120. Birge R. W., Fowler W. B., Phys. Rev. Letters, **5**, 254 (1960).
121. Leitner et al., Phys. Rev. Letters, **7**, 264 (1961).
122. Beall et al., Phys. Rev. Letters, **7**, 285 (1961).
123. Beall et al., Phys. Rev. Letters, **8**, 75 (1962).
124. Goldhaber M., Phys. Rev., **101**, 1828 (1956).
125. Cool et al., Phys. Rev., **127**, 2223 (1962).
126. Kernan et al., Phys. Rev., **129**, 870 (1963).
127. Lee T. D., Yang C. N., «Elementary Particles and Weak Interactions», 1957, p. 36.
128. Teutsch, Okubo, Sudarshan, Phys. Rev., **114**, 1148 (1959).
129. Goldberger M. L., Treiman S. B., Phys. Rev., **110**, 1178 (1958).
130. Goldberger M. L., Treiman S. B., Phys. Rev., **111**, 354 (1958).
131. Bludman S., Nuovo Cimento, **9**, 433 (1958).
132. Gürsey F., Nuovo Cimento, **16**, 230 (1960).
133. Gürsey F., Ann. Phys., **12**, 91 (1961).
134. Gell-Mann M., Lévy M., Nuovo Cimento, **16**, 705 (1960).
135. Bernstein, Gell-Mann, Michel, Nuovo Cimento, **16**, 560 (1960).
136. Bernstein et al., Nuovo Cimento, **17**, 757 (1960).
137. Nambu Y., Phys. Rev. Lett., **4**, 380 (1960).
138*. Соколов А. А., Введение в квантовую электродинамику, Физматгиз, 1958, стр. 98—106.
139*. Соколов А. А., Керимов Б. К., Ann. der Physik, **2**, 46 (1958).
140*. Соколов А. А., Phys. Lett., **3**, 211 (1963).



ДОПОЛНЕНИЕ

РЕФЕРИРУЕМЫЕ ДОКЛАДЫ

Ademollo M., Gatto R., Preparata G., X-31.
Amati D., Bacry H., Nuyts J., Prentki J.
Ахиезер А. И., Рекало М. П.
Bacry H., Nuyts J., Van Hove L., X-27, X-34.
Базь А. И., X-29, X-30.
Балдин А. М., Комар А. А., X-6.
Becchi C., Eberle E., Morpurgo G., X-17.
Coleman S., Socolow R., Glashow S. L., Schnitzer H. I., X-10.
Diu B., Rubinstein H. R., Basdevant J. L.
Fujii K., Iwata K., X-23.
Fujii Y., Ichimura M., Yazaki K., X-11.
Гедалин Э. В., Канчели О. В., Лаперашвили Л. В., Матинян С. Г., X-14.
Hama M., Matumoto K., Tanaka S., X-21.
Иоффе Б. Л., Кобзарев И. Ю., Померанчук И. Я.
Иваницкая О. С., Левашов А. Е., X-32.
Kotanski A., Zalewski K.
Macfarlane A. J., Mukunds N., Sudarshan E. C. G., X-5.
Maki Z., Ohnuki Y., X-22.
Marshak R. E., Okubo S., X-8.
Mayer M. E., Schnitzer H. J., Sudarshan E. C. G., Acharya R., Han M. Y., X-4.
Meshkov S., Snow G. A., Yodh G. B., X-18.
Nakamura S., X-7.
Nakamura S., X-12.
Nambu Y., Freund P. G. O., X-20.
Огиевецкий В. И., X-2.
Огиевецкий В. И., Полубаринов И. В., X-1.
Raifeartaigh L. O., Santhanam T. S., Sudarshan E. C. G., X-3.
Ramakrishnan A., X-24.
Sakurai J. J., X-26.
Sawyer R. F., X-15.
Шехтер В. М., X-19.
Владимирский В. В.
Vigier J. P., Hallwachs F., Hillion P., Flato M.
Wali K. C., Wornock R. L., X-16.
Wojtaszek J. H., Marshak R. E., Riaz-ud-din, X-9.
Zemach C., X-28.
Gell-Mann M.
Schwinger J.

СИММЕТРИЯ СИЛЬНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

А. Салам [1])

Моя первая обязанность — поблагодарить всех авторов, внесших вклады в настоящее сообщение. В списке слева вы видите их имена. В русском языке для такого списка есть очень подходящее выражение — «братская могила». Среди существенных теоретических идей, о которых я буду говорить сегодня, нет ни одной такой, чтобы она не была высказана по меньшей мере двумя разными группами авторов. Хотя это и не общепризнанно, но поистине теоретическая физика становится сейчас в такой же мере делом коллективным, как и физика экспериментальная. Если, перечисляя имена, я по оплошности кого-нибудь пропустил — надеюсь на ваше снисхождение.

После нескольких лет разочарований и провалов всегда приятно рассказать об относительном успехе. Ведь даже наиболее скептические из нас не могут отрицать, что теоретико-групповые идеи принесли физикам-симметристам высокий дивиденд. Поэтому вполне естественно, что мой доклад будет иметь сильный теоретико-групповой уклон.

Я рассмотрю четыре вопроса [2]).

Первое. Успешная проверка следствий SU_3-симметрии (на неудачи я закрываю глаза).

Второе. Составные модели элементарных частиц, основанные на триплетных моделях.

Третье. Расширения группы и суперсимметрии, подобные $SU_3 \times SU_3$.

Четвертое. Динамические аспекты.

1. Проверка следствий унитарной симметрии

Факты, свидетельствующие в пользу «восьмиричного пути» [3]), немногочисленны, но весьма впечатляющи. Факты эти таковы.

---

[1]) A. Salam, Раппортерский доклад на Международной конференции по физике высоких энергий, Дубна, август, 1964.

[2]) Мы решили сохранить обозначения автора, несколько отличающиеся от использованных в данной книге. — *Прим. ред.*

[3]) См. работы Неемана [1] и Гелл-Манна [2]. Впервые в физике элементарных частиц унитарную группу использовали Огава, Онуки, Икеда [3], а также Ямагучи [4]. Эти авторы правильно предсказали η^0-мезон, которого не хватало для завершеиия 0^--мультиплета, хотя барионы они, следуя Сакате, относили к триплетному представлению. Салам и Уорд [5] предсказали существование октетов 1^- и 1^+ для частиц, фигурирующих в теории обобщен-

А. Существование почти чистых мультиплетов, состоящих из 1, 8 и 10 частиц с одинаковыми спинами и четностями. В настоящее время твердо установлены октеты 0^- и $^1/_2{}^+$ и декаплет $^3/_2{}^+$.

Б. Массовые формулы. На основе предположения, что SU_3-симметрия нарушается и что нарушение можно рассматривать как малое возмущение, получен целый ряд хорошо известных соотношений между массами членов данного мультиплета. В физике сильных взаимодействий эти соотношения удивительно хорошо подтверждаются опытом, составляя, пожалуй, самое убедительное свидетельство в пользу унитарной симметрии. Как известно, для барионных октета и декаплета массовые соотношения удовлетворяются с точностью до 0,5%, а для скалярного октета — с точностью до 5%. Я не буду вдаваться в детали вывода этих формул, однако важно сказать несколько слов о том, какие из них установлены лучше, а какие хуже с точки зрения теории [1]).

Запишем лагранжиан взаимодействия в следующем виде:

$$L = L_S + L_{MS} + L_{EM},$$

где:

а. Член L_S описывает SU_3-симметричную часть сильных взаимодействий, при которых частицы с одинаковыми спинами и четностями образуют мультиплеты частиц с равными массами. Как хорошо известно, эти последние можно разбить на I-спиновые или же на U-спиновые субмультиплеты — это легче всего усмотреть из весовых диаграмм (фиг. 1).

б. Член L_{MS} характеризует средне-сильные взаимодействия, нарушающие унитарную симметрию, но сохраняющие I-спин и гиперзаряд Y. Эти взаимодействия расщепляют унитарный мультиплет на изотопические субмультиплеты.

в. Член L_{EM} представляет электромагнитные взаимодействия, нарушающие изотопическую инвариантность, но сохраняющие U-спин, а следовательно, и заряд Q (играющий в U-пространстве ту же роль, что и гиперзаряд в I-пространстве). Эти взаимодействия вызывают расщепление по массам внутри

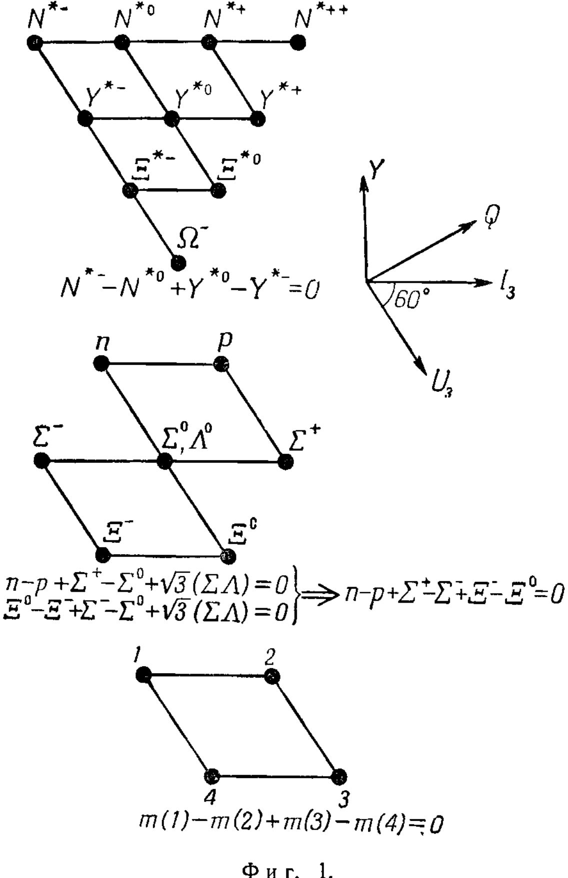
ных калибровочных преобразований. Важность мультиплетов с единичным спином заключается в том, что калибровочно-инвариантные частицы должны соответствовать регулярным представлениям данной группы и, следовательно, обусловливают ее «инвариантную» сигнатуру (в противоположность любым другим представлениям). В рамках восьмиричного пути к октетному представлению относят не только частицы 0^- и 1^-, но и барионы $^1/_2{}^+$.

[1]) Следующие замечания, насколько мне известно, принадлежат Окуню, Ахиезеру и Швингеру (работы, представленные на настоящую конференцию); критическую форму изложения я заимствую у Мэтьюса и Фельдмана [6].

изотопического мультиплета. Поскольку здесь мы имеем дело с поглощением и испусканием фотона, L_{EM} по порядку величины составляет

$$\alpha = e^2 = \frac{1}{137}.$$

В I-пространстве L_{MS} ведет себя как скаляр, поэтому при отсутствии L_{EM}, но в любом порядке по L_{MS} массы всех членов



Фиг. 1.

изотопического мультиплета равны. Аналогично при отсутствии L_{MS}, но в любом порядке по L_{EM} (поскольку он является скаляром в U-пространстве) равны массы всех членов U-спинового мультиплета. Таким образом, общие массовые соотношения, ко-

торые мы ищем, должны отдельно удовлетворять как сохранению I-спина, так и сохранению U-спина. Эти соотношения без труда находятся с помощью весовых диаграмм. Рассмотрим какой-либо параллелограмм на весовой диаграмме фиг. 1. Если пренебречь L_{EM}, то в любом порядке по L_{MS}

$$m(1) = m(2),\quad m(3) = m(4). \tag{1}$$

Если же пренебречь L_{MS}, то в любом порядке по L_{EM}

$$m(1) = m(4),\quad m(2) = m(3). \tag{2}$$

Ясно, что в любом порядке по L_{MS} и в любом порядке по L_{EM} (но пренебрегая всеми интерференционными членами $L_{EM} \times L_{MS}$) мы получим вместо соотношений (1) и (2) одно соотношение

$$m(1) - m(2) + m(3) - m(4) = 0.$$

Мэтьюс и Фельдман назвали его правилом параллелограмма. Пренебрежение $(L_{EM} \times L_{MS})$-членами они обосновывают тем, что экспериментально L_{MS} оказывается равным $^1/_{10}$, а L_{EM} $^1/_{137}$, так что интерференционные члены должны иметь максимум порядок 10^{-3}. Таким образом, правило параллелограмма должно дать один из самых чувствительных методов проверки унитарной симметрии.

В качестве примера: для декаплета из его трех параллелограммов имеем

$$N^{*-} - N^{*0} + Y^{*0} - Y^{*-} = 0, \tag{3}$$

$$N^{*0} - N^{*+} + Y^{*+} - Y^{*0} = 0, \tag{4}$$

$$Y^{*-} - Y^{*0} + \Xi^{*0} - \Xi^{*-} = 0. \tag{5}$$

На настоящей конференции мы уже слышали о некоторых экспериментальных подтверждениях соотношений (3) и (4). В центре диаграммы для барионного октета оказываются две частицы Λ и Σ. Поэтому в правило параллелограмма входит член, содержащий переходную массу $m(\Lambda, \Sigma)$, появление которой вызвано тем, что в U-пространстве комбинация $\Lambda_U = {}^1/_2(\sqrt{3}\,\Sigma^0 + \Lambda^0)$ соответствует скаляру, а комбинация $\Sigma_U = {}^1/_2(\Sigma^0 - \sqrt{3}\,\Lambda^0)$ представляет третью компоненту вектора, роль двух других компонент которого играют n и Ξ^0. Для октета прави-

ло параллелограмма дает в общей сложности два соотношения:

$$n - p + \Sigma^+ - \Sigma^0 + \sqrt{3}\,(\Sigma\Lambda) = 0,$$
$$\Xi^0 - \Xi^- + \Sigma^- - \Sigma^0 + \sqrt{3}\,(\Sigma\Lambda) = 0. \qquad (6)$$

Исключая отсюда переходную массу, мы получаем 6-массовую формулу Колмана — Глэшоу:

$$n - p + \Sigma^+ - \Sigma^- + \Xi^- - \Xi^0 = 0. \qquad (7)$$

Эта формула, справедливая в любом порядке по L_{MS} без каких-либо ограничений на его явный вид, представляет собой наиболее твердо установленный теоретический результат в данной области. Это соотношение является одним из самых жестких тестов для проверки унитарной симметрии, фактически оно подтверждается известными в настоящее время данными с точностью до ошибки измерений[1]).

До сих пор в расчетах физических масс мы удерживали только члены вида

$$M = M_0 + \sum_{r,\,s} [(L_{MS})^r + (L_{EM})^s],$$

пренебрегая интерференциальными членами $(L_{MS} \times L_{EM})^n$. Первостепенно важно заметить, что относительно вида L_{MS} не делалось никаких специальных предположений, кроме общего требования, чтобы он не нарушал сохранения I-спина и гиперзаряда. Поэтому проверка соотношения (7) по существу есть проверка того, что фотон является скаляром в U-пространстве (и что N, Σ, Λ и Ξ и т. д. образуют мультиплеты в этом пространстве). Теперь мы предположим, что L_{MS} преобразуется как $(I=0,\ Y=0)$-компонента октета.

Это означает, что в U-пространстве

$$L_{MS} = \frac{1}{2} U_8 - \frac{\sqrt{3}}{2} U_3. \qquad (8)$$

Отсюда в первом порядке по L_{MS} (и в любом порядке по L_{EM}) следует эквидистантное расщепление по массам в U-пространстве.

Для декаплета оно гласит:

$$N^{*-} - Y^{*-} = Y^{*-} - \Xi^{*-} = \Xi^{*-} - \Omega^-; \qquad (9)$$

---

[1]) Далиц [7] использовал непосредственно соотношения (6) для расчета переходной массы ($\Lambda\Sigma$) и сравнил результат с данными о характере связи у зеркальных гиперъядер $_\Lambda He^4$ и $_\Lambda H^4$; противоречия обнаружено не было.

в случае же барионного октета

$$n - \Sigma_U = \Sigma_U - \Xi^0, \tag{10}$$

или

$$2(n + \Sigma^0) = 3\Lambda + \Sigma^0 - 2\sqrt{3}(\Sigma\Lambda). \tag{11}$$

Исключая переходную массу ($\Sigma\Lambda$) из (6) и (11), приходим к одному из вариантов массовой формулы Гелл-Манна — Окубо:

$$(n + p) + (\Xi^0 + \Xi^-) = 3\Lambda + (\Sigma^+ + \Sigma^- - \Sigma^0). \tag{12}$$

Она справедлива в любом порядке по L_{EM}, но лишь в первом порядке по L_{MS}. Интерференционные члены, $L_{EM} \times L_{MS}$, по-прежнему не принимаются во внимание[1]).

В. Массовые соотношения, зависящие от выбора модели. Кроме полученных выше, имеются два других типа массовых соотношений, которые, по-видимому, хорошо подтверждены экспериментом.

1. *Смешанные соотношения между «не чистыми» мультиплетами.* В качестве примера укажем на соотношение Швингера для квадратов масс φ-, ρ-, ω- и K^*-мезонов:

$$(\varphi - \rho)(\omega - \rho) = \frac{4}{3}(K^* - \rho)(\varphi - \omega - 2K^*). \tag{13}$$

Оно выполняется с высокой степенью точности.

2. *Внутримультиплетные соотношения.* Примерами могут служить

$$K^* - \rho = K - \pi \tag{14}$$

или замечательное равенство, подмеченное Колманом и Глэшоу:

$$a(8) = a(10), \quad b(8) = b(10). \tag{15}$$

Здесь a и b — параметры, фигурирующие в стандартной формуле Гелл-Манна — Окубо.

$$M = M_0 + aY + b\left(I^2 - \frac{1}{4}Y^2\right), \tag{16}$$

причем $a(8)$ и $b(8)$ относятся к октету, а $a(10)$ и $b(10)$ — к декаплету. Эти формулы весьма существенно отличаются от формул (3)—(12). Именно, (3)—(12) вытекают из общего теоретико-группового рассмотрения, а (15) (по крайней мере, с точ-

---

[1]) В отличие от формулы (7) формула (12), возможно, и не открывает столь замечательных перспектив, так как пренебрежение членами вида $(L_{MS})^2$, $(L_{MS})^3$ и т. д. более серьезно, чем учет членов более высокого порядка по L_{EM}.

ки зрения современного способа ее вывода) представляют собой следствие динамических моделей частного вида.

Электромагнитные разности масс. То же замечание относится и к подробному феноменологическому расчету электромагнитных разностей масс, выполненному Колманом и Глэшоу, а также Маршаком (и доложенному на этой конференции). Их результаты согласуются с экспериментом с точностью до 0,5 *Мэв.* Я вернусь к массовым соотношениям, зависящим от модели, несколько позже.

Магнитные моменты барионов. Следующим, правда уже не столь точным, методом проверки SU_3-симметрии является сравнение магнитных моментов барионов. Если фотон представляет собой скаляр в U-пространстве и если пренебречь членом L_{MS}, нарушающим симметрию, то из весовых диаграмм мы найдем, что

$$\mu_p = \mu_{\Sigma^+}, \quad \mu_{\Xi^-} = \mu_{\Sigma^-}, \quad \mu_n = \mu_{\Xi^0} = \mu_{\Sigma_u}, \tag{17}$$

где

$$\mu_{\Sigma_U} = \frac{3}{4}\mu_\Lambda + \frac{1}{4}\mu_{\Sigma^0} - \frac{\sqrt{3}}{2}\mu_{\Sigma\Lambda}.$$

Если, кроме того, предположить, что электромагнитный ток преобразуется как

$$J_3 + \frac{1}{\sqrt{3}} J_8, \tag{18}$$

то мы получим еще два дополнительных соотношения[1]:

$$\mu_n = 2\mu_\Lambda = -2\mu_{\Sigma^0}, \tag{19}$$

Согласно новейшим измерениям μ_Λ, о которых сообщалось на настоящей конференции,

$$\mu_\Lambda = -0{,}66 \pm 0{,}35 \quad (\text{в } \Lambda\text{-магнетонах}).$$

---

[1]) К сожалению, как отметил Окубо, учет члена L_{MS} даже в первом порядке приводит к тому, что все соотношения (и в частности, $\mu_n = 2\mu_\Lambda$) теряют силу; исключением является лишь эквидистантное правило в U-пространстве

$$\mu_n - \mu_{\Sigma_U} = \mu_{\Sigma_U} - \mu_{\Xi^0},$$

которое справедливо независимо от предположения (18).

Учитывая трудности точного измерения, этот результат можно, по-видимому, назвать (по крайней мере подходя по-божески) согласием между теорией и экспериментом. Однако об истинном его смысле я скажу позже.

Распадные ширины. Когда найдены (существенно диагональные) матричные элементы массы и магнитного момента, следующим по сложности является учет влияния нарушающих симметрию членов на амплитуды распадов $F(p_1^2,\ p_2^2,\ p_3^2)$:

$$A \to B + C$$
$$(p_1) \quad (p_2,\ p_3).$$

Для декаплетных распадов вида $10 \to 8 + 8$ это осуществили Гупта и Синха, а также Бекки, Эберле и Морпуго. Этим авторам удалось установить 7 соотношений между 12 возможными амплитудами. По виду эти соотношения напоминают известные правила Гелл-Манна — Окубо и записываются в форме

$$2(N^* \to N\pi) + 2(\Xi^* \to \Xi\pi) = 3(Y_1^* \to \Lambda\pi) + (Y_1^* \to \Sigma\pi). \qquad (20)$$

Если принять, что в амплитуде $F(m_1^2,\ m_2^2,\ m_3^2)$ относительными разностями масс можно пренебречь, то для левой и правой частей равенства (20) эксперимент дает:

$$7{,}58 \pm 0{,}83\ (\textit{Бэв})^{-1} = 7{,}44 \pm 0{,}83\ (\textit{Бэв})^{-1}.$$

Соотношения между сечениями. Окончательное подтверждение справедливости унитарной симметрии следует искать, конечно, в равенстве сечений. Амплитуда реакции в случае задачи двух тел

$$A + B \to C + D$$
$$p_1,\quad p_2 \quad p_3,\quad p_4$$

зависит от шести инвариантов:

$$F(p_1^2,\ p_2^2,\ p_3^2,\ p_4^2,\ (p_1 + p_2)^2,\ (p_1 - p_3)^2).$$

Учет эффектов, обусловленных нарушающими симметрию членами, — искусство, еще не вышедшее из младенческого возраста. Чтобы понять, сколь резкие изменения вызывает даже частичный учет нарушения симметрии, рассмотрим, например, реакции

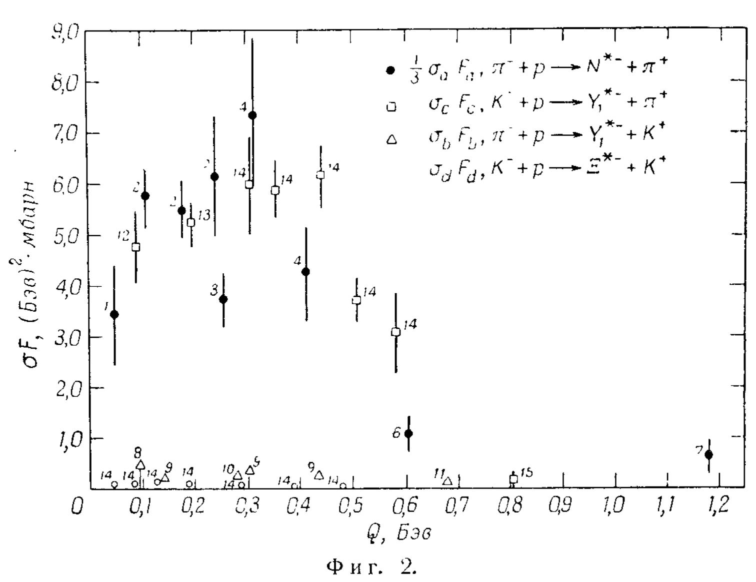
$$\begin{aligned} &\text{а)} \quad \pi^- + p \to N^{*-} + \pi^+, \\ &\text{б)} \quad K^- + p \to Y_1^{*-} + \pi^+, \\ &\text{в)} \quad \pi^- + p \to Y_1^{*-} + K^+, \\ &\text{г)} \quad K^- + p \to \Xi^{*-} + K^+, \end{aligned} \qquad (21)$$

о которых докладывал Сноу.

Используя методы U-пространства, можно показать, что в пределе чистой SU_3-симметрии

$$\frac{M_a}{\sqrt{3}} = -M_b = M_c = -M_d. \tag{22}$$

Как видно из фиг. 2, этот результат весьма далек от фактической ситуации. Учет нарушения симметрии в первом порядке



Фиг. 2.

оставляет справедливым всего лишь одно соотношение между амплитудами:

$$M_a + M_b = M_c + M_d. \tag{23}$$

Ввиду того что (по данным эксперимента) $M_b \approx M_d \approx 0$, проверка соотношения (23) равносильна проверке равенства $M_a = M_c$ — с точки зрения представленных данных оно не кажется бессмыслицей.

Я здесь занял весьма оптимистическую позицию по отношению к предсказаниям унитарной симметрии, касающимся равенств между сечениями различных реакций. Надежда возлагается на то, что, когда мы научимся правильно учитывать нарушения симметрии, подобные тесты станут более содержательными. Но неприкрашенная правда состоит в том, что если бы эти тесты были единственным способом проверки SU_3-симметрии, то мы никак (по крайней мере на сегодняшнем этапе развития теории) не могли бы относиться к ней с особым доверием.

РЕЗЮМЕ

Унитарная симметрия имеет на своем счету небольшой, но впечатляющий ряд успехов, преимущественно в предсказании массовых соотношений. Эти успехи более значительны, чем мы смели когда-либо надеяться. Однако не являются тайной и ее недостатки. Отчасти они обязаны тому, что в отличие от других предлагавшихся симметрий унитарная симметрия не запрещает идущие через сильные взаимодействия реакции, разрешенные сохранением изоспина и гиперзаряда. Неудачи унитарной симметрии можно разумным образом отнести за счет нашего неумения учитывать нарушения симметрии точнее, чем в первом порядке.

II. Составные модели и унитарные триплеты

Сравнительный успех теоретико-групповых моделей унитарной симметрии естественно побуждает более внимательно исследовать структуру группы, и тут мы сразу сталкиваемся с глубоко парадоксальной ситуацией. Почему природа не использует основные триплетные представления унитарной группы, хотя из этих элементарных (спинорных) представлений можно было бы построить тензорные представления 1; 8; 10 и т. д., к которым, по-видимому, принадлежат физические частицы? Иначе говоря, почему потерпела неудачу модель Сакаты? И действительно ли она неверна? Не могут ли фундаментальные триплеты типа Сакаты все-таки существовать, но не в качестве физических сущностей p, n и Λ, а в каком-либо ином обличьи? В течение последнего года было выдвинуто несколько проектов использования триплетных представлений. Я остановлюсь на разборе некоторых моделей. Хотя некоторые из них и претендуют на динамическое толкование, динамика здесь носит крайне рудиментарный характер, а существо содержания остается чисто теоретико-групповым.

А. Революционная модель кварков. Самой экономной из всех составных моделей является модель кварков. Пусть даны бозонные мультиплеты 1 и 8 и фермионные мультиплеты 1; 8 и 10. Можно ли найти такой элемент, из которого можно было бы построить все эти мультиплеты? Ответ на этот вопрос однозначен [1]): таким элементом является триплет A,

$$A=\begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{pmatrix},$$

[1]) Все объясняется тем, что $3\times 3^* = 1+8$ и $3\times 3\times 3 = 1+8+8+10$,

со спином $^1/_2$, причем A_1, A_2 и A_3 несут барионный заряд $B={}^1/_3$, а остальные квантовые числа соответственно равны[1])

	I_3	Y	$Q=I_3+Y/2$
A_1	$^1/_2$	$^1/_3$	$^2/_3$
A_2	$-^1/_2$	$^1/_3$	$-^1/_3$
A_3	0	$-^2/_3$	$-^1/_3$

Это, по существу, триплет Сакаты, смещенный по заряду на $-^1/_3$. Очевидно, мир кварков A_1, A_2, A_3, если эти экзотические объекты существуют, ортогонален нашему миру в том смысле, что из известных нам частиц «частицы» такого рода могли бы рождаться только парами. Кварки должны были бы представлять собой новый тип стабильной материи.

Б. Консервативные триплетные модели. В случае большинства других моделей дробное значение величины электрического заряда — слишком дорогая цена за экономию, даваемую возможностью обойтись одним-единственным триплетом. Все известные частицы можно скомбинировать либо из *двух триплетов*[2]), либо из *одного фермионного триплета и одного нейтрального синглета*. Все триплеты, имеющие целочисленные заряды, распадаются на две основные категории:

а. Триплеты типа Сакаты (S-триплеты):

$$S=\begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{pmatrix} \quad \overset{Q}{\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}} \quad \begin{aligned} &Q=I_3+\frac{1}{2}Y+\frac{1}{3}C, \\ &C=1. \end{aligned}$$

б. Триплеты лептонного типа (L-триплеты):

$$L=\begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{pmatrix} \quad \overset{Q}{\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}} \quad \begin{aligned} &Q=I_3+\frac{1}{2}Y+\frac{1}{3}C, \\ &C=-2. \end{aligned}$$

Требование целочисленности заряда для обоих случаев вынуждает нас ввести новое квантовое число C. Разные авторы

---

[1]) В терминах генераторов группы SU_3 гиперзаряд Y определяется равенством $Y=J_8/\sqrt{3}$ и, таким образом, как для всех хадронов, так и для кварков имеет место соотношение

$$Q=J_3+\frac{1}{\sqrt{3}}J_8.$$

[2]) Двух-триплетные модели рассматривались Бакри, Нюитсом и Ван-Ховом [7] (два фермионных триплета), а также Швингером [8] и Гюрши, Ли и Нойенбергом [9] (один фермионный и один бозонный триплет).

предлагали различные названия для него: «суперзаряд» (Окунь), «особость» (группа CERNa) «аддитивная испытуемость» (Рочестерская группа). Лично я предпочитаю название, предложенное Глэшоу и Бьеркеном. Они назвали его «очарованием» (charm) [1]. Обратите внимание, что C=«Q». Для обычной материи $C=0$.

Следуя классификации, которую предложили Ван-Хов и Гелл-Манн, можно рассмотреть три различные возможности:

1. *Новое квантовое число C сохраняется абсолютно.* Поскольку для обычного вещества $C=0$, триплеты в данном случае должны отвечать стабильной материи нового типа. Этот случай так же увлекателен, как и случай кварков. Ли и Гюрши высказали спекулятивное предположение, что загадочные космические источники радиоизлучения (радиогалактики) состоят именно из такого вещества.

2. *Число C не сохраняется в слабых взаимодействиях.* В этом случае C во многом аналогично гиперзаряду, поскольку речь идет о его сохранении, поэтому триплеты являются носителями новой формы странности. Очарованные (или «очаровательные») частицы в результате сильных взаимодействий должны образовываться парами, хотя превращаться путем распада в обычное вещество они могут поодиночке. Ввиду своей аналогии с лептонами теория, позволяющая построить всю (сильновзаимодействующую) материю из фермионного триплета лептонного типа и нейтрального синглета,

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \\ \overline{0} \end{pmatrix} \quad \text{фермион,}$$

представляется весьма привлекательным образцом составной теории.

3. *Сохранение C нарушается квазисильными взаимодействиями*, но $\Delta(Y+{}^2/_3C)=0$ с тем, чтобы $\Delta Q=0$, $\Delta I=0$. Тогда «очаровательные» частицы могут рождаться поодиночке, хотя, возможно, и не столь обильно, как частицы, не обладающие очарованием. Эту модель можно осуществить двумя способами [2]:

а) один S-триплет+нейтральный синглет;

---

[1]) Наше определение числа C отличается от определения Глэшоу и Бьеркена множителем ${}^2/_3$.

[2]) Для случая, когда берется L-триплет + синглет, невозможно добиться такого положения, чтобы гиперзаряд сохранялся и одновременно нарушалось сохранение C.

б) два триплета, как в моделях Швингера, Ван-Хова, Ли, Гюрши и Нойенберга.

В. Динамические предсказания. Вкратце рассмотрим характерные предсказания различных моделей. Эти предсказания, как правило, весьма сходны между собой.

1. *Модель кварков*. Предполагая, что кварки обладают значительной массой, Цвейг построил динамическую теорию связи кварков друг с другом для вычисления массовых соотношений между известными SU_3-мультиплетами. Характерные особенности этой модели таковы.

1. Квазисильное нарушение симметрии вводится с помощью предположения, что массы кварков различны:

$$m_{A_3} > m_{A_1} = m_{A_2},$$

т. е.

$$L_{MS} = (m_{A_3} - m_{A_1}) A_3^\dagger A_3. \tag{24}$$

2. Из равенства $m_{A_1} = m_{A_2}$ непосредственно следует, что остаточная симметрия является симметрией группы U_2. Отсюда сразу же вытекает следующее решение задачи о смеси ω-, φ- и ρ-мезонов: трансформационные свойства (соответствующие представлениям группы U_2) физических частиц (собственных состояний) определяются равенствами

$$\rho = \frac{1}{\sqrt{2}} (A_1^\dagger A_1 - A_2^\dagger A_2),$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{2}} (A_1^\dagger A_1 + A_2^\dagger A_2), \tag{25}$$

$$\varphi = A_3^\dagger A_3.$$

Квадраты масс этих частиц удовлетворяют двум соотношениям [1])

$$1)\ \rho = \omega,$$

$$2)\ 2\varphi + \rho + \omega = 4K^*. \tag{26}$$

3. Положив, что и 0^-- и 1^--бозоны образуются из кварка и антикварка, и предполагая, что такая связь не зависит от спина, получаем соотношение

$$K^* - \rho = m_{A_3} - m_{A_1} = K - \pi. \tag{14a}$$

Я надеюсь, мой выбор примера, иллюстрирующего характер динамических аргументов, используемых в этой и других

---

[1]) Соотношение 2) является следствием нарушения симметрии в первом порядке; оба соотношения были независимо получены Ли, Гюрши и Нойенбергом.

составных моделях, не покажется пристрастным. Аргументы такого рода приведут в отчаяние всякого уважающего себя сторонника S-матрицы — отчаяние, поскольку кажется, что результаты отмечены печатью самой природы. Самое милосердное, что можно сказать о таких вычислениях, — это повторить слова доктора Джонсона о женщине, читающей проповеди: «Женщина, читающая проповеди, сэр, подобна шествующей на задних лапах собаке — делает это она неважно, но вас поражает, что она вообще делает это».

2. *Швингеровская полевая теория материи.*

1. Исходя из аналогии между лептонными и сильными взаимодействиями, Швингер, чтобы построить все известные адроны, вводит два ряда триплетных полей. Эти поля таковы:

один фермионный триплет типа Сакаты ψ, $B=1$,
один бозонный триплет типа Сакаты V, $B=2$.

2. В качестве фундаментального допущения принимается, что на самом элементарном уровне динамической теории поля ψ и V преобразуются согласно представлениям двух независимых унитарных групп:

$$\psi' = U_1\psi \quad \text{и} \quad V' = U_2 V \qquad (U_1 \neq U_2).$$

Таким образом, мы имеем дело с групповой структурой $(U_3 \times U_3 = W_3)$. На этом уровне имеется 9 барионов, соответствуюших $(3, 3)^*$-представлению группы W_3.

3. Мезоны (с групповой структурой $\bar{\psi}\psi$, преобразующиеся как $U\bar{\psi}\psi U^{-1}$) соответствуют девятиричному приводимому представлению $(9=1+8)$ группы U_3.

4. Имеется два нарушающих симметрию члена — один вводится, чтобы расщепить девятиричный мезонный мультиплет на синглет и октет[1]), а другой, минуя SU_3, приводит к понижению симметрии непосредственно от W_3 до U_2. Это второе взаимодействие, $L_{MS}=\bar{\psi}_3(\psi_i V_i)$, представляет собой своеобразный тур-де-форс. Именно та неприятная эстетически особенность бозонов, что они несут две единицы барионного заряда, и накладывает на теорию указанный специфический вид нарушающего симметрию члена. Заметьте, что во втором порядке член $L_{MS} \times L_{MS}$ дает эффективное взаимодействие типа Цвейга:

$$\bar{\psi}_3\psi_3(\bar{\psi}V)(\bar{V}\psi).$$

Массовая формула, связывающая квадраты масс φ, ρ, ω и K^*, которую мы упоминали ранее, следует отсюда немедленно

[1]) Фактически это равносильно тому, что мы приписываем мезонным синглетам и мезонным октетам различные основные массы.

как следствие возмущения низшего порядка, обусловленного взаимодействием этих двух нарушающих симметрию членов. Вот еще некоторые особенности модели Швингера.

а. Декаплет $^3/_2{}^+$ представляет собой часть 45-компонентного мультиплета, который при нарушении симметрии расщепляется по схеме $45=8+10+27$. Глэшоу и Клейтман привели некоторые аргументы в пользу того, что 27-компонентный мультиплет, по всей вероятности, весьма массивен (2 *Бэв* или более).

б. Если пренебречь членами, нарушающими симметрию, то некоторое число процессов оказывается запрещенным (сравните с моделью Сакаты). Например, запрещены распады

$$\pi^+ p \not\to K^+\Sigma^+, \quad K^- n \not\to K^0\Xi^0,$$
$$\bar{p}p \not\to \bar{K}^0 K^0.$$

Но поскольку нарушающие симметрию члены огромны по величине, запреты такого рода, по-видимому, ничего не значат[1]).

3. *Группы более высокого ранга.* Получив новое квантовое число C, теоретик-групповик поспешит к своему экземпляру Дынкина [23*] и соберет все группы ранга выше 2. Напомним, что ранг группы Ли определяет число ее коммутирующих генераторов и, следовательно, число сохраняющихся величин, которые может охватить эта группа. Ранг группы SU_3 равен 2, и с

Таблица 1

Группы	Диаграммы Дынкина	Число элементарных представлений	Ранг (число сохраняющихся величин)	Число векторных частиц
U_3	o—o	2	2	8
U_4	o—o—o	2	3	15
Sp_6	o=o—o	1	3	21
$D_4\,(O_8)$	(o, o)>o—o	3	4	28

ее помощью в теорию можно включить два квантовых числа (I_3 и Y). В табл. 1 показаны диаграммы Дынкина для некоторых групп более высокого ранга. Из групп ранга 3 наиболее популярны группа SU_4 и группа SP_6 (симплексная). Предположе-

[1]) Мое личное мнение состоит в том, что наиболее значительной частью теории Швингера является не столько ее динамическое содержание, сколько введение и последовательная защита более широкой теоретико-групповой структуры $U_3 \times U_3$. Я знаю, Швингер не согласен со мной, но я вернусь к этому вопросу еще раз позже.

ние о том, что группа SU_4 соответствует возможной сверхсимметрии природы, рассматривалось столь многими авторами, что имя им — легион [11—18].

Симплексная группа имеет лишь одну группу почитателей [19][1]). Основным представлением группы SU_4 является квартет (S- или L-триплет+синглет); соответствующее представление группы SP_6 обладает шестью компонентами (один S-триплет и один L-триплет) [2])

$$SU_4.$$

Как я уже отметил, все SU_4-модели распадаются на две категории:

SU_4, тип I

Квартет типа Сакаты

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \underline{0} \\ 0 \end{pmatrix}.$$

В этом случае допустимы все три возможности:

1) очарование C сохраняется абсолютно;

2) сохранение C нарушается слабыми взаимодействиями;

3) сохранение C нарушается квазисильными взаимодействиями.

SU_4, тип II

Квартет лептонного типа

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ \underline{-1} \\ 0 \end{pmatrix}.$$

---

[1]) Теория, основанная на группе SP_6, в ряде моментов сходна с теорией Швингера. В частности, авторы [19] также получают формулу для квадратов масс ρ-, φ-, ω- и K^*-мезонов:

$$(\omega-\rho)(\varphi-\rho)=\frac{4}{3}(K^*-\rho)(\varphi+\omega-2K^*).$$

[2]) Заметьте, что сопряженное представление группы SU_4 (к нему могут принадлежать частицы с единичным спином) обладает 15-ю компонентами; сопряженное представление группы SP_6 богаче, с его помощью можно охватить двадцать один 1^--объект.

В этом случае возможны лишь два варианта:

1) сохранение C абсолютно;

2) сохранение C нарушается слабыми взаимодействиями.

Некоторые представления группы SU_4 предоставляют нам следующие возможности.

1. Бозоны 0^-, 1^- могут принадлежать сопряженному представлению, которое (в терминах SU_3-мультиплетов) разлагается по схеме

$$4\times4=1+15=8+3+3^*+1.$$

Субмультиплеты 3 и 3* обладают очарованием, у синглета же $C=0$. Этот синглет обеспечивает естественное место для девятого бозона (ω^0 или $\pi\pi\eta$).

2. Фермионы $1/2^+$ могли бы принадлежать к двадцатиричному представлению, которое разлагается как

$$20=8+6+3+3^*.$$

3. Фермионы $3/2^+$ принадлежат к другому двадцатиричному представлению:

$$20'=8+6+3+3.$$

Таблица 2

15 псевдоскалярных мезонов	Y	C	I	15 векторных мезонов
η (550)	0	0	0	ω (790)
χ (950)	0	0	0	φ (1020)
π (140)	0	0	1	ρ (750)
K (500)	1	0	$1/2$	K^* (890)
Dp (760)	0	1	$1/2$	DV (770)
Sp (900)	1	1	0	S^+V (940)

Виды слабых распадных взаимодействий

0^- $Dp\to\overline{K}\pi$, $S^+p\to\eta\pi$ } 10^{-12} *сек.*

1^- $D^+\to\pi\pi$, $D^0\to\pi\pi\pi,\ \pi\pi,\ \overline{K}\pi$, $S^+\to\pi\pi,\ K\pi$ } 10^{-14} *сек.*

В табл. 2 и 3, заимствованных из работ Глэшоу, Бьеркена и Амати, Бакри, Нюитса, Прентки, приведены некоторые простейшие распределения по массам, полученные в предположении,

Таблица 3

$\frac{3^+}{2}$-резонансы (эквидистантное правило) *

	декаплет	секстет	триплет	синглет
$T=0$	Ω^- 1672	$\Omega^{-\prime}$ 1950	$\Omega^{-\prime}$ 2228	$\Omega^{-\prime\prime\prime}$ 2506
$T=\frac{1}{2}$	Ξ^* 1527	$\Xi^{*\prime}$ 1805	$\Xi^{*\prime\prime}$ 2083	
$T=1$	Y_1^* 1382	$Y_1^{*\prime}$ 1660		
$T=\frac{3}{2}$	N* 1237			

[1]) Эти величины были получены в предположении, что Y_1^* (1660) представляет собой своеобразную $Y_1^{*\prime}$-частицу.

что SU_4-симметрия нарушается естественным (в смысле Гелл-Манн — Окубо) образом.

Некоторые люди не знают, где следует остановиться.

4. *Проверка существования триплетов.* Если триплеты «очарованных» частиц действительно существуют, то существуют ли какие-либо обусловленные ими косвенные, но доступные наблюдению эффекты, которые можно было бы использовать для проверки их существования?

До тех пор пока главной отличительной чертой триплетов является аддитивный член в формуле Гелл-Манна — Нишиджимы

$$Q=J_3+\frac{J_8}{\sqrt{3}}+\frac{c}{3}, \tag{27}$$

ответ на этот вопрос следует искать в рамках электродинамики. Нойенберг и Окунь, например, обратили внимание, что

$$\mu_N=2\mu_\Lambda \tag{28}$$

утрачивает силу при $C\neq 0$. (Заметьте, что для кварков $C=0$, поэтому они не дают каких-либо «косвенных» электромагнитных эффектов.)

Итак, нарушение соотношения (28) несомненно может послужить тестом для проверки существования триплетов. Но он обладает тем недостатком, что формула (28) неверна (сейчас мы не знаем, в какой мере) также и в том случае, когда учитывается нарушающий симметрию член L_{MS}. Поэтому если даже

$\mu_N - 2\mu_\Lambda \neq 0$, то все равно неизвестно, вызвано ли это присутствием триплетов или это просто следствие обычного механизма нарушения симметрии.

Лучшим тестом, возможно, может служить «испытанная лошадка» — отношение

$$R = \frac{\varphi \to \gamma \to \mu^+ + \mu^-}{\omega \to \gamma \to \mu^+ + \mu^-}.$$

Допустим, что физические частицы ω и φ представляют собой смеси чистого «синглета» ω_0 и чистого «октета» φ_0:

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi_0 \cos\theta_S + \omega_0 \sin\theta_S, \\ \omega &= -\varphi_0 \sin\theta_S + \omega_0 \cos\theta_S. \end{aligned} \tag{29}$$

Угол θ_S можно определить из одних лишь сильных взаимодействий (например, как предложил Сакураи, используя соотношение

$$\Gamma_{\varphi \to K + \bar{K}} = \cos^2\theta \Gamma_{\varphi^0 \to K + \bar{K}},$$

где $\Gamma_{\varphi^0 \to K + \bar{K}}$ определяется через Γ_ρ и Γ_{K^*}, если они известны). Запишем теперь

$$R = \left| \frac{\cos\theta_S + x \sin\theta_S}{-\sin\theta_S + x \cos\theta_S} \right|^2 = \mathrm{ctg}^2\,\theta_{EM}. \tag{30}$$

Ясно, что если $C \neq 0$, то $x \neq 0$ и $\theta_{EM} \neq \theta_S$. Обратно, если $\theta_{EM} \neq \theta_S$ и если представления модели унитарной симметрии корректны, то должны существовать триплеты с целым зарядом.

Если эти триплеты очень массивны, то x, вообще говоря, будет малой величиной. Однако в некоторых моделях (в модели Швингера, например) независимо от массы триплета величина $\theta_{EM} - \theta_S$ может в пределе точной W_3-симметрии достигать 60°.

РЕЗЮМЕ

Проблемы, поднятые в связи с триплетными моделями, глубоко значительны и коренным образом связаны с будущим физики. Триплеты могут быть стабильными, они существуют либо в форме кварков, либо несут целый заряд. В последнем случае они определяют новую, ранее не предвиденную форму физических феноменов. Значение этой формы для космологии — здесь уже возникли некоторые гипотезы — может интересовать или не интересовать нас сегодня. Однако мы не можем не воодушевиться значительностью проблемы.

III. Расширение группы и сверхсимметрии

Теперь я перехожу к изложению того, что я считаю одним из наиболее значительных вкладов в настоящую конференцию. Именно, к изящным исследованиям алгебр, связанных с расширениями группы SU_3. Сами по себе эти исследования не новы. Они были выполнены в 1961 г. в рамках унитарной симметрии Гелл-Манном [2], Саламом и Уордом [5], а также Маршаком и Окубо [21] в рамках теории четырехфермионных взаимодействий. Естественно, что эти исследования приобрели новое значение в связи с появлением группы SU_3 [1]).

История началась с того, что Гелл-Манн назвал F- и D-связью и F- и D-токами. Рассмотрим взаимодействие псевдоскалярных мезонов с барионами. Запишем общепринятую 3×3-матрицу для барионов,

$$B=\begin{vmatrix} \frac{Y^0}{\sqrt{3}}+\frac{\Lambda^0}{\sqrt{6}}+\frac{\Sigma^0}{\sqrt{2}} & \Sigma^+ & p \\ \Sigma^- & \frac{Y^0}{\sqrt{3}}+\frac{\Lambda^0}{\sqrt{6}}-\frac{\Sigma^0}{\sqrt{2}} & n \\ \Xi^- & -\Xi^0 & \frac{Y^0}{\sqrt{3}}-\frac{2\Lambda^0}{\sqrt{6}} \end{vmatrix}, \quad (31)$$

и аналогичную матрицу M для мезонов. Взаимодействие, включающее три поля, может быть записано либо в виде

$$\mathrm{Sp}\, B^+BM,$$

либо в виде

$$\mathrm{Sp}\, B^-BM.$$

Имеется только два способа перемножения трех матриц под знаком операции шпура. Вместе с Гелл-Манном мы можем определить теперь симметричные и антисимметричные комбинации двух указанных выше связей как

$$\mathrm{Sp}\, B^+(BM+MB)=\mathrm{Sp}\, B^+\{B, M\} \text{ — так называемая } D\text{-связь.}$$

$$\mathrm{Sp}\, B^+(BM-MB)=\mathrm{Sp}\, B^+[B, M] \text{ — так называемая } F\text{-связь.}$$

Отношение F/D — фундаментальный параметр теории.

Один из способов запомнить различие между F- и D-связями состоит в следующем: в случае F-связи отсутствует

[1]) См. по этому поводу доклады [22—25], представленные на настоящую конференцию.

переход

$$\Sigma \to \Lambda + \pi,$$

в случае же чистой D-связи отсутствует переход

$$\Sigma \to \Sigma + \pi.$$

Векторные связи ρ-, K^*, φ- и ω-мезонов принято считать чистыми F-связями. Что касается π-мезонов, то существование гиперъядер отчетливо указывает на ненулевую D-связь ($g_{\pi\Lambda\Sigma} \neq 0$). Динамические расчеты Мартина и Уэйли и других авторов идут даже дальше, показывая, что в случае псевдоскалярных мезонов D-связь должна не только существовать, но и доминировать ($F/D \approx 1/3$). Эта же ситуация, по-видимому, повторяется и в случае слабых взаимодействий, о чем Трейман расскажет вам завтра. γ_5-токи (аксиальновекторные) преимущественно относятся к типу D, векторные токи — к типу F.

Возникает вопрос: в рамках схемы унитарной симметрии — каково происхождение F- и D-связей, или, если рассматривать векторные частицы, каково происхождение токов, принадлежащих к двум различным типам, F и D?

Однозначный ответ на этот вопрос дает расширение группы $SU_3 \times SU_3$. Рассмотрим два унитарных триплета A и B, преобразующихся как

$$A' = U_1 A, \quad B' = U_2^* B.$$

Если известные девятиплеты, например барионные нонеты, образуются по схеме

$$\psi = AB^T = \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{pmatrix} (B_1 B_2 B_3),$$

то ψ преобразуются по формуле

$$\psi' = U_1 \psi U_2^{-1}. \qquad (32)$$

Как подчеркивалось ранее (в связи с полевой теорией материи Швингера), ψ принадлежит к $(3, 3^*)$-представлению группы SW_3 при условии, что $U_1 \neq U_2$. Если же $U_1 = U_2$, т. е.

$$\psi' = U_1 \psi U_1^{-1},$$

то мы имеем дело с (приводимым) девятиричным представлением одной лишь группы SU_3.

Но существует стандартная процедура построения сохраняющихся токов — так называемая калибровочная процедура,

соответствующая любому заданному преобразованию. Существо ее сводится к рассмотрению бесконечно малых преобразований. В этом случае мы можем написать

$$U_1 = 1 + iX, \quad U_2 = 1 + iY,$$

где X и Y суть эрмитовы 3×3-матрицы.

Преобразование (32) гласит:

$$\psi' = (1 + iX)\psi(1 - iY) = \psi + i(X\psi - \psi Y).$$

Аналогично

$$\partial_\mu \psi' = \partial_\mu \psi + i(X_\mu \psi - \psi Y_\mu).$$

Следовательно, свободная энергия $\bar{\psi}\gamma_\mu \partial_\mu \psi$ преобразуется как

$$\bar{\psi}\gamma_\mu \partial_\mu \psi + i\bar{\psi}\gamma_\mu (X_\mu \psi - \psi Y_\mu).$$

Дополнительные члены, возникшие в результате этой операции, описывают связь объектов X_μ и Y_μ (их спин равен единице) с барионными токами. Преобразуя полученное выражение, будем иметь:

$$\bar{\psi}\gamma_\mu X_\mu \psi - \bar{\psi}\gamma_\mu \psi Y_\mu = \frac{1}{2}\bar{\psi}\gamma_\mu [X_\mu + Y_\mu, \psi] + \\ + \frac{1}{2}\bar{\psi}\gamma_\mu \{X_\mu - Y_\mu, \psi\} = F^V + D^V.$$

Итак, начав с формулы (32), мы естественным образом пришли к F- и D-токам. Рассматривая случай $U_1 = U_2$ (т. е. $X = Y$), мы получили бы алгебру, соответствующую только одному току F^V.

Нетрудно убедиться, что F- и D-токи удовлетворяют следующим перестановочным соотношениям:

$$[F_i, F_j] = if_{ijk}F_k,$$
$$[F_i, D_j] = if_{ijk}D_k, \quad [D_i, D_j] = if_{ijk}F_k.$$

До сих пор мы не встретили аксиальновекторных токов (или соответствующих γ_5-связей). Но мы знаем, что они существуют, более того, в случае γ_5-связи — доминируют. Стандартная процедура их получения заключается опять-таки в том, чтобы рассмотреть в пределе исчезающей барионной массы двухкомпонентные объекты

$$\psi_L = \frac{1 + \gamma_5}{2}\psi,$$
$$\psi_R = \frac{1 - \gamma_5}{2}\psi,$$
$$\psi = \psi_L + \psi_R.$$

Теперь можно выполнить четыре независимых преобразования:

$$B'_L = U_1 B_L U_2^{-1},$$
$$B'_R = U_3 B_R U_4^{-1}.$$

Теперь, очевидно, получатся токи четырех различных типов[1]):

$$F^V,$$
$$F^A,$$
$$D^V,$$
$$D^A.$$

В наиболее общем случае и в предположении, что соответственно этим токам могли бы существовать реальные физические частицы, мы имели бы шестнадцать частиц 1^- и шестнадцать частиц 1^+.

Однако возможно (и даже весьма вероятно), что природа не использует всю эту столь щедрую свободу выбора. Рассмотрим следующий, во многих отношениях привлекательный, частный случай:

$$B'_L = U_1 B_L U_2^{-1},$$
$$B'_R = U_2 B_R U_1^{-1}$$

(т. е. мы полагаем $U_1 = U_4$ и $U_3 = U_2$). В этом случае возможны только F^V- и D^A-токи.

1. Привлекательна гипотеза (настоятельно диктуемая тем фактом, что D-токи действительно существуют и доминируют в случае γ_5-связи) о том, что в природе существует сверхсим-

---

[1]) Заметим, что каждая строка фактически содержит 8 сохраняющихся токов (токи сохраняются в пределе $m_0 \to 0$), поэтому полная алгебра порождается 32-я токами, причем в алгебре $SU_3 \times SU_3 \times SU_3 \times SU_3$ имеют место перестановочные соотношения

$$\left[F_i^{V,A}, F_j^{V,A}\right] = i f_{ijk} F_k^V, \quad \left[F_i^{V,A}, F_j^{A,V}\right] = i f_{ijk} F_k^A,$$
$$\left[F_i^{V,A}, D_j^{V,A}\right] = i f_{ijk} D_k^V, \quad \left[F_i^{V,A}, D_j^{A,V}\right] = i f_{ijk} D_k^A,$$
$$\left[D_i^{V,A}, D_j^{V,A}\right] = i f_{ijk} F_k^V, \quad \left[D_i^{V,A}, D_j^{A,V}\right] = i f_{ijk} F_k^A.$$

Разумеется, существуют дополнительно четыре SU_3-синглета, так что полное число объектов равно 36, напоминая случай группы SU_6.

метрия, соответствующая произведению $SU_3 \times SU_3$. Барионный нонет принадлежит представлению

$$(3, 3^*)_L + (3^*, 3)_R.$$

2. Симметрия имеет место в пределе $m_0 = 0$.

3. Возможно существование нормального октета частиц 1^- ($C = -1$) и нормального октета частиц 1^+ ($C = +1$), соответствующих представлению $(1, 8) \pm (8, 1)$.

4. Возможно, что в добавок к частицам 1^- и 1^+ существуют также (0^+)- и (0^-)-мезоны. Эти несущие нулевой спин объекты могут либо, подобно барионам, принадлежать к нонетному представлению $(3, 3^*) \pm (3^*, 3)$ (при $C = +1$), либо, подобно векторным частицам, — к представлению $(1, 8) \pm (8, 1)$ (причем $C = 1$ для 0^--мезонов и $C = -1$ для 0^+-мезонов).

5. Что произойдет с симметрией, если включить барионную массу?

Гелл-Манн на основании расчета в низшем порядке показывает, что при включении барионной массы произойдет расщепление барионного нонета на синглет и октет, причем их массы будут связаны соотношением:

$$m_{\text{синглет}} = -2m_{\text{октет}}.$$

Если интерпретировать частицу с отрицательной массой как частицу противоположной четности, то первое, несколько туманное предсказание более высокой группы симметрии заключается в том, что девятый барион должен быть вдвое тяжелее частиц октета, иметь полуцелый спин и отрицательную четность.

6. Для спектра масс скалярных и псевдоскалярных мезонов, соответствующих представлению $(3^*, 3) \pm (3, 3^*)$, Гелл-Манн, а также Маршак с сотр. получили следующие результаты:

$$\begin{array}{ll} \mu^2 + 2\Delta & -0^- \ (1), \\ \mu^2 + \ \Delta & -0^+ \ (8), \\ \mu^2 \ldots & \ldots, \\ \mu^2 - \ \Delta & -0^- \ (8), \\ \mu^2 - 2\Delta & -0^+ \ (1). \end{array}$$

Включая нарушение симметрии нормальным в смысле Гелл-Манна — Окубо образом и полагая, что «вездесущий» теперь

резонанс $K=730$ *Мэв* действительно принадлежит к октету 0^+, можно сделать следующее предсказание[1]):

$K^1=K=730$ *Мэв* (входные данные):

$\pi'=560$ *Мэв*

($G=-1$; схемы распада:
в первом порядке по α $2\pi+\gamma$,
во втором порядке по α $2\pi+2\gamma$, 2γ, 2π);

$\eta'=770$ *Мэв*.

Если объекты 0^+ и 1^+ на самом деле существуют, то где их искать[2])?

Мне кажется, что в этом заключается одна из глубочайших загадок сложившейся ситуации. Лично я в душе не сомневаюсь, что расширенная алгебра $SU_3 \times SU_3$ имеет какое-то отношение к природе; что физические частицы, отвечающие каждой компоненте этой алгебры, действительно существуют — это, конечно, экстраполяция факта существования частиц 1^- и 0^-. Возможно, что подобная экстраполяция и не вполне оправданна, по крайней мере в той простой форме, в которой это обычно делалось до сих пор.

IV. Динамические модели

Динамические модели в той мере, в какой они относятся к теме моего доклада, разделяются на два класса.

---

[1]) В случае, когда $C=-1$ (аномальный случай), Маршак с сотр. приводят следующие значения масс:

$$K=638 \text{ Мэв},$$
$$\eta'=630 \text{ Мэв},$$
$$\pi'=837 \text{ Мэв}.$$

Впервые «аномальный» случай рассмотрели Намбу и Сакураи [22]; они показали, что для октета $C=-1$ процессы образования и распада сильно подавлены.

2) По-видимому, существуют достаточные россыпи 1^+-объектов во всей области спектра масс: «подозрительных» резонансов хватит даже для того, чтобы сформировать из них октет и синглет (например, похоже, что $\varphi'=1415$, $\omega'=980$, $K'^*=1320$, $\rho'=1220$ *Мэв* удовлетворяют соотношениям

$$2\varphi'+\rho'+\omega'=4K^*,\quad K'-\pi'\approx K^*-\rho\approx K'^*-\rho';$$

однако этот мультиплет обладает неправильным значением G-четности, $G=-1$).

Первый класс — это модели, традиционно отправляющиеся от барионного и мезонных октетов и затем, опираясь на теорию S-матрицы (взаимодействия предполагаются трилинейными), приводящие к определенным следствиям относительно декаплета или других мультиплетов. Это, конечно, хорошая физика. Коронным опусом этого направления является работа Уэйли и Уорнкока, показавших, что расщепленный октет (расщепленный в том смысле, что массы удовлетворяют соотношению Гелл-Манна — Окубо) динамически приводит к расщепленному декаплету (опять-таки в том смысле, что массы распределяются соответственно эквидистантному правилу).

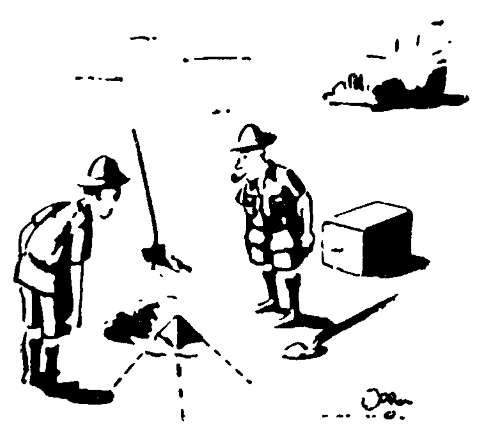
Второй класс. Следующая стадия усложнения заключается в попытке вывести сам факт существования исходной октетной модели из требования самосогласованности идей «зашнуровки». Это дало бы возможность говорить о «динамическом происхождении» наблюдаемой симметрии. Еще более высокая стадия усложнения состоит в том, чтобы в рамках постулатов стабильности и всеобщей однозначности, характерных для подхода «зашнуровки», усмотреть происхождение спонтанного нарушения симметрии.

Идея зашнуровки (Лавлэйс из Королевского колледжа недавно заметил, что она восходит еще к барону Мюнхаузену[1]) чрезвычайно привлекательна. Существо ее состоит в предположении об уникальности нашей Вселенной и в том, что требование однозначности вместе с требованиями аналитичности и унитарности достаточно для предсказания наблюдаемых особенностей Вселенной, включая и свойства симметрии.

Я думаю, что теология и космология в силу самой природы этих дисциплин всегда рассматривают проблему структуры Вселенной именно в таком свете. Для теории же элементарных частиц этот подход представляется новым, глубоким и многообещающим. Я полагаю, среди натурфилософов Вольтер был первым, кто высказал нечто подобное. Вольтер приписывал Лейбницу принцип, согласно которому мы живем в лучшем из всех возможных миров. Кажется, современные физики-теоретики идут даже дальше Лейбница, считая, что мы живем не только в самом лучшем из миров, но вообще в единственно возможном мире. В хорошую минуту я иногда с удивлением думаю, не замкнулись ли наши принципы в тот уютный круг, с помощью которого доктор Панглос утешал простодушного Кандида. Это — о знаменитом Лиссабонском землетрясении, унесшем

[1]) Барон вытащил себя из болота за шнурки собственных ботинок. История свидетельствует, что современники не оценили этого достижения Барона.

30 000 жизней. Разрешите мне процитировать знаменитого доктора: «Нет следствий без причин, Кандид, и в этом лучшем из миров все необходимо к лучшему, потому что, если вулкан находится в Лиссабоне, то он и не может быть нигде больше; невозможно, чтобы вещи были не там, где они есть, ибо все хорошо».



Фиг. 3. „Это может быть открытием века (конечно, в зависимости от того, далеко ли оно идет)".



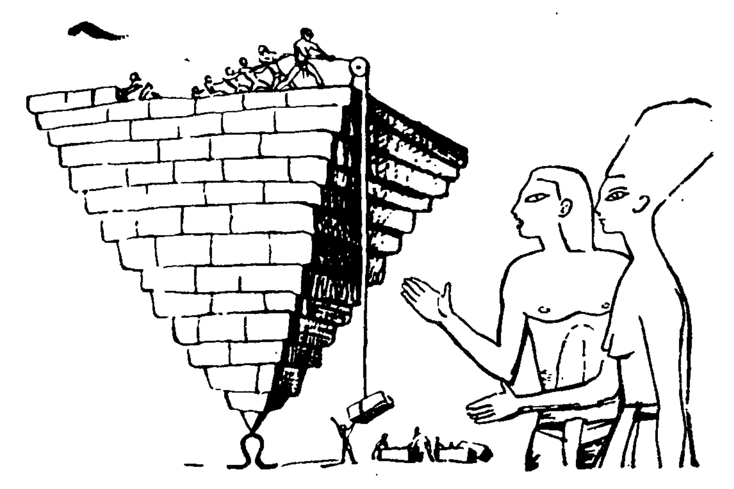
Фиг. 4. „Если это то, что я думаю, то давайте засыпем и забудем все".

Разрешите теперь сделать выводы из сложившейся ситуации, как я ее себе представляю.

Я не знаю, кто первым употребил слова «странные частицы», чтобы охарактеризовать один из самых волнующих объектов, когда-либо открытых физикой. Пожалуй, самой скромной мерой

тех изменений, которые произошли в этой области за последний год, может служить тот факт, что странные частицы — уже более не странны, и квантовое число «странность» не более странно (или в такой же мере странно), чем изотопический спин и электрический заряд.

Есть подозрение, что в природе может существовать еще более высокая симметрия, причем включающая, вероятно, SU_3 в качестве лишь одного из важных звеньев цепи симметрий. Возможно, что существует еще одно квантовое число; оно может быть связано с существованием триплетов, несущих целочисленный заряд. Эти триплеты (сакатоны в совершенно новом



Фиг. 5. „Надеюсь, это сооружение продержится до следующей конференции“.

смысле) могут оказаться новой формой стабильной материи. Это перспектива, перед которой трепещет воображение.

Однако ко всему этому оптимизму примешивается чувство суеверного страха, вызванного сознанием всей глубины нашего невежества.

Мы ничего не знаем о том динамическом механизме, который обеспечивает поразительную стабильность результатов наших расчетов спектра масс. Вызвано ли это тем, что в природе существуют тяжелые триплеты, имеющие массы в несколько *Бэв*, с огромной силой связанные между собой и задающие такой масштаб масс, что различия в барионных массах оказываются всего лишь малым возмущением? Несмотря на героические усилия сторонников идеи зашнуровки, мы совершенно не

представляем, где лежат корни наблюдаемой симметрии — или, может быть, задавать такой вопрос столь же тщетно, как спрашивать, почему пространство — время четырехмерно? Открытие симметрии сильных взаимодействий — безусловное достижение. однако когда думаешь о проблемах, которые еще ждут решения, невольно спрашиваешь себя: не было ли то, что мы сделали, одной из последних сравнительно простых задач в физике? Верно, труднейшие проблемы еще только предстоит разрешить — более глубокое понимание явлений еще ждет своего часа.

Прежде чем я закончу, мне предстоит исполнить еще один долг. В 1962 г. Вайскопф, резюмируя настроения, царившие на конференции в CERNe, изобразил их в виде пирамиды, которую вы видите на фиг. 3.

В 1963 г. главной новостью была прискорбная кончина модели, основанной на полюсах Редже. Следующий диапозитив, фиг. 4, представленный на Станфордскую конференцию, символизирует настроения 1963 г. С тех пор пирамиды стали своеобразной традицией.

Предчувствия 1964 г. — может быть, несколько гиперболизированно — изображены на фиг. 5. Надеюсь, это сооружение продержится до следующей конференции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ne'eman J., Nucl. Phys., **26**, 222 (1961) (имеется перевод в сборнике «Элементарные частицы и компенсирующие поля», изд-во «Мир», 1964 г.).
2. Gell-Mann M., Phys. Rev., **125**, 1067 (1962).
3. Ogawa S., Ohnuki Y., Ikeda M., Progr. Theor. Phys., **22**, 715 (1959).
4. Yamaguchi V., Progr. Theor. Phys., **11**, Suppl. No. 1, 37 (1960).
5. Salam A., Ward J. C., Nuovo Cimento, **10**, 419 (1961).
6. Matthews P. T., Feldman G., preprint, Imperial College, 1964.
7. Dalitz R., Phys. Lett., **5**, 53 (1963).
8. Bacry H., Nuyts J., Van Hove L., preprint, CERN, 1964.
9. Schwinger J., preprint.
10. Gürsey F., Lee T., Nauenberg M., preprint.
11. Glashow S. L., Bjorken O., Phys. Lett., **11**, 255 (1964).
12. Владимирский В. В., SU_4-симметрия, препринт.
13. Tarjanne P., Teplitz V. A., Phys. Rev. Lett., **11**, 447 (1963).
14. Krolikowski W., Nucl. Phys. (в печати).
15. Cohen L., SU_4-model of particles and resonances, preprint, 1964.
16. Hara Y., Phys. Rev., **134**, 701 (1964).

17. Maki Z., Ohnuki Y., Quartet Scheme for Elementary Particles, preprint, 1964.
18. Hama M., Matumoto K., Tanaka S., Broken U_4-Simmetry in Barion-Meson Sistem (доклад, представленный на конференцию).
19. Amati D., Bacry H., Nuyts J., Prentki J., Phys. Lett., **11**, No. 2, 190 (1964).
20. Bacry H., Nuyts J., Van Hove L., preprint, CERN.
21. Marshak R., Okubo S., Nuovo Cimento, **19**, 1226 (1961).
22. Namby Y., Sakurai J., Phys. Rev. Lett, **11**, 42 (1963).
23. Теория алгебр Ли. Топология алгебр Ли. Труды семинара «Софус Ли», под редакцией Е. Б. Дынкина, ИЛ, 1962.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ДОПОЛНЕНИЕ

К. Нишиджима

ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ЧАСТИЦЫ

Редактор *В. Н. Захаров*
Художник *И. А. Литвишко*
Художественный редактор
Е. И. Подмарькова
Технический редактор *А. В. Грушин*
Корректор *Е. Г. Литвак*

Сдано в производство 12/II 1965 г.
Подписано к печати 20/VIII 1965 г.
Бумага $60\times90^{1}/_{16}$=14,5 бум. л.
29,0 печ. л.
Уч.-изд. л. 23,03. Изд. № 2/2930
Цена 1 р. 74 к. Зак. 1190

ИЗДАТЕЛЬСТВО «М И Р»
Москва, 1-й Рижский пер., 2

Ленинградская типография № 2
имени Евгении Соколовой
Главполиграфпрома
Государственного комитета Совета
Министров СССР по печатн.
Измайловский проспект, 29.